

УДК 004.89

DOI: [10.26102/2310-6018/2025.49.2.011](https://doi.org/10.26102/2310-6018/2025.49.2.011)

Моделирование рентгеноконтрастных ангиографических изображений для определения параметров сосудов методом двойного спектрального сканирования

А.А. Кузьмин, А.Ю. Сухомлинов, И.А. Жилин, С.А. Филист✉, С.В. Коробков,
В.В. Серебровский

Юго-Западный государственный университет, Курск, Российская Федерация

Резюме. Цель исследования – развитие методологии когнитивного определения параметров медицинских полутонных изображений на основе методов двойного спектрального сканирования. Описана математическая модель рентгеноконтрастных изображений сосудов, на основе которой был разработан метод определения параметров сосудов с помощью спектрального сканирования. Модель основана на представлении ориентированных перепадов яркости с помощью функций Уолша. При свертке такой модели сосуда с вейвлетами, основанными на первых функциях Уолша, в точках перепадов яркости результат свертки выдаст экстремум, который можно использовать как информативный параметр наличия контура сосуда. Агрегирование информации с множества таких параметров в локальной области даст усредненную характеристику этой области, что приведет к значительному снижению влияния шумов на конечный результат за счет допустимого снижения разрешения локализации значимых окклюзий артерий. Усредненные результаты свертки функций Уолша рекомендуется вычислять с помощью двумерного спектрального преобразования Уолша в скользящем окне с последующим селективированием частот. Метод проиллюстрирован на примере классификации контура границы модели сосуда и реального рентгеноконтрастного изображения артерии с большим уровнем шумов. Проведено сравнение теоретических и практических подходов к решению задачи обнаружения контура артерий. Экспериментальные исследования предложенного метода показали возможность оценки информативных параметров даже в условиях анализа изображений с неудовлетворительной контрастностью и с низким соотношением сигнал/шум. Использование метода двойного спектрального сканирования в системах автоматического анализа рентгеноконтрастных ангиографических изображений позволяет получать информативные параметры в условиях высоких шумов на изображениях.

Ключевые слова: спектральный анализ, информативные параметры, изображение сосуда, рентгеноконтрастная ангиография, функции Уолша.

Для цитирования: Кузьмин А.А., Сухомлинов, Жилин И.А., Филист С.А. Коробков С.В., Серебровский В.В. Моделирование рентгеноконтрастных ангиографических изображений для определения параметров сосудов методом двойного спектрального сканирования. *Моделирование, оптимизация и информационные технологии.* 2025;13(2). URL: <https://moitvvt.ru/ru/journal/pdf?id=1871> DOI: 10.26102/2310-6018/2025.49.2.011

Modeling of radiopaque angiographic images for determining vessel parameters using dual spectral scanning

A.A. Kuzmin, A.Yu. Sukhomlinov, I.A. Zhilin, S.A. Filist✉, S.V. Korobkov,
V.V. Serebrovsky

Southwest State University, Kursk, the Russian Federation

Abstract. The purpose of the study is to develop a methodology for cognitive determination of medical halftone images' parameters based on dual spectral scanning methods. The mathematical model of radiopaque images of vessels is described in this work. Based on this model, the method for determining

© Кузьмин А.А., Сухомлинов, Жилин И.А., Филист С.А. Коробков С.В., Серебровский В.В., 2025

the vessel parameters using spectral scanning was developed. The model is based on the representation of oriented brightness differences using Walsh functions. This vessel model was convolved with wavelets based on the first Walsh functions. The result of the convolution will yield extremes at the points of brightness differences. We can use this result as an informative parameter for the presence of a vessel contour. Information from many such parameters in a local area is aggregated and gives an averaged characteristic of this area. This leads to a significant decrease in the influence of noise on the final result due to an acceptable decrease in the resolution of localization of significant arterial occlusions. The averaged results of the convolution of Walsh functions are recommended to be calculated using a two-dimensional spectral Walsh transform in a sliding window with subsequent frequency selection. The method is illustrated by the example of classifying the contour of the boundary of a vessel model and a real radiopaque image of an artery with a high noise level. A comparison of theoretical and practical approaches to solving the problem of detecting the contour of arteries is carried out. Experimental studies of the proposed method have shown the possibility of estimating informative parameters even under conditions of analyzing images with unsatisfactory contrast and with a low signal-to-noise ratio. The use of the dual spectral scanning method in systems for automatic analysis of radiopaque angiographic images allows obtaining informative parameters in conditions of high noise in the images.

Keywords: spectral analysis, informative parameters, image of a vessel, radiopaque angiography, Walsh functions.

For citation: Kuzmin A.A., Sukhomlinov A.Yu., Zhilin I.A., Filist S.A., Korobkov S.V., Serebrovsky V.V. Modeling of radiopaque angiographic images for determining vessel parameters using dual spectral scanning. *Modeling, Optimization and Information Technology*. 2025;13(2). (In Russ). URL: <https://moitvvt.ru/ru/journal/pdf?id=1871> DOI: 10.26102/2310-6018/2025.49.2.011

Введение

Рентгеноконтрастная ангиография используется для диагностики и лечения широкого спектра заболеваний, таких как заболевания коронарных артерий (в первую очередь, ишемическая болезнь сердца), заболевания церебральных артерий и др. Суть рентгеноконтрастной ангиографии основана на введении в кровоток специального контрастного вещества, которое хорошо поглощает рентгеновские лучи. Это позволяет визуализировать сосуды на рентгеновских снимках, что, в свою очередь, используется для оценки параметров формы сосудов, размера, проходимости и наличия патологий.

Основная идея автоматизации при анализе рентгеноконтрастных ангиографических изображений состоит в автоматическом определении этих параметров сосудов и, по анализу изменения параметров, автоматического определения патологических изменений в сосудах. Основные патологические изменения в сосудах – это стенозы (сужения сосудов) и вызванные стенозами окклюзии (закупорки сосудов), а также аневризмы (расширения сосудов). То есть в норме диаметр сосудов не должен сильно изменяться от одного разветвления (бифуркации) до другого, а после разветвления, так как суммарная проходимость разветвленных сосудов должна остаться примерно на уровне проходимости сосуда до разветвления, диаметры отдельных ветвей должны быть меньше первоначального диаметра. Относительно резкие изменения диаметра артерий вне точек разветвлений могут свидетельствовать о наличии стенозов и аневризм. Таким образом, основная задача автоматизации при анализе ангиографии – это изучение изменений диаметров сосудов и определение точек разветвлений.

Определение контуров сосудов на медицинских изображениях является достаточно изученной проблемой. В исследовании [1] приводится обзор свыше сотни статей, посвященных методам исследований изображений сосудов, в основном, на изображениях сетчатки глаза.

Анализ содержимого современных статей показывает, что в основном для обработки изображений с целью автоматизированного анализа ангиографических

изображений авторы используют нейронные сети [2], причем наиболее часто используют сверточные нейронные сети CNN [3, 4]. Основная проблема для исследователей при сравнении различных подходов к решению задач с помощью нейронных сетей – это воспроизводимость результатов, так как в статьях авторы в лучшем случае описывают лишь основные особенности архитектуры своих сетей и лишь общие сведения об обучающих датасетах. Однако есть работы, в которых производится анализ сравнительной эффективности различных решений обработки ангиографических изображений, основанных на нейросетях [5, 6], который производился, как правило, на собственных датасетах.

В [7] точки контуров сосудов находят путем сканирования по яркости перпендикулярного среза артерии. Такой подход хорошо работает при достаточной резкости изображений, при малых шумах и постоянства фона снимка сосудов. В ряде случаев, рентгеновский ангиографический снимок не обеспечивает этих условий, фон постоянно изменяется, например, тенью ребер и неравномерностью источника рентгеновского излучения, а уровень шумов очень значителен.

Суть подобных методов сводится к тому, что вначале находят направление сосуда (например, горизонтальное, вертикальное, наклонное и т. п.), а затем перпендикулярно направлению делают поперечный срез изображения сосуда на ангиограмме, т. е. строят график в координатах яркость-смещение в пикселях. Максимумы графика соответствуют пикселям фона, минимум графика попадает в сосудистое русло, так как по сосуду перемещается рентгеноконтраст, и именно в сосуде происходит максимальное поглощение рентгеновского излучения, что на изображении представляется темной полосой.

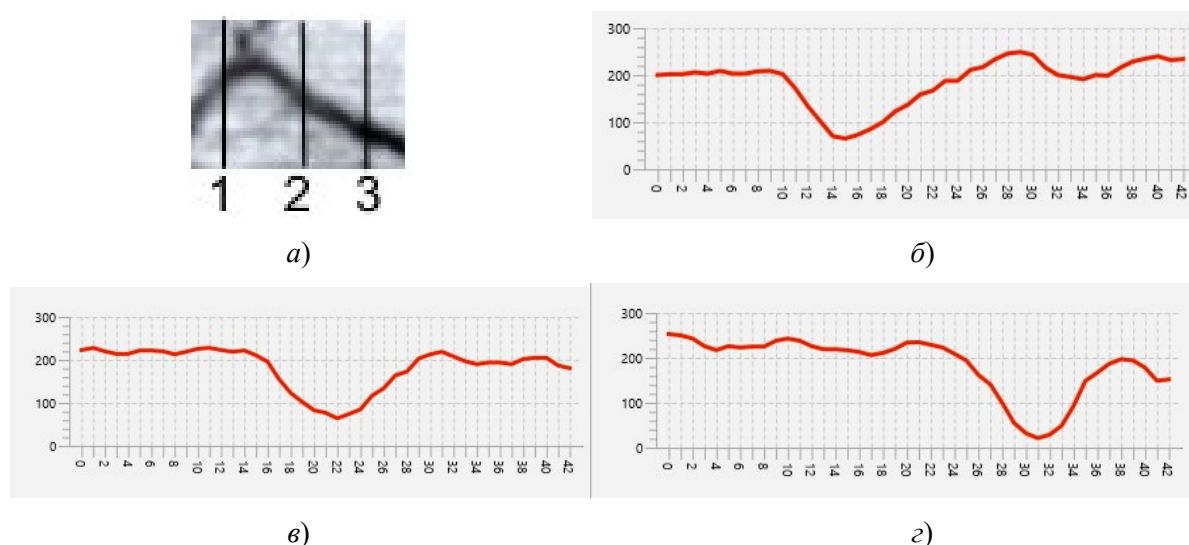


Рисунок 1 – Контрастное изображение сосуда и графики вертикальных сечений этого изображения в обозначенных точках: *а* – исходное изображение, *б* – график сечения 1, *в* – график сечения 2, *г* – график сечения 3

Figure 1 – Contrast image of a vessel and graphs of vertical sections of this image at the designated points: *a* – original image, *b* – graph of section 1, *c* – graph of section 2, *d* – graph of section 3

В качестве примера приведем реальный снимок рентгеноконтрастного исследования фрагмента сосуда с хорошим соотношением сигнал/шум, т. е. с хорошей контрастностью (Рисунок 1). На графиках по осям абсцисс отложены смещения (сверху вниз) в пикселях, а по оси ординат – яркость в условных единицах. Из этих графиков видно, что классическую U-образную форму имеет только график *в*), где можно хорошо выделить примерно одинаковый уровень фона и полезного сигнала (Рисунок 2). На

графике по осям абсцисс отложены смещения (сверху вниз) в пикселях, а по оси ординат – яркость в условных единицах. На графиках б) и д) Рисунка 1 уровень фона с одной стороны сосуда уже не такой «четкий», т. е. имеет достаточно большой разброс и с одной стороны сосуда он имеет один уровень, а с другой стороны – другой. Это приводит к трудностям при установке порога и при автоматическом определении параметров сосуда на изображении пороговыми методами.

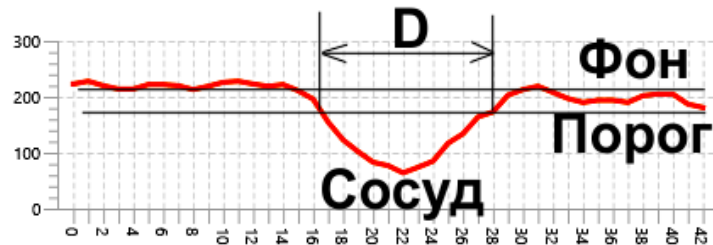


Рисунок 2 – Определение сосуда на ангиограмме пороговым сканированием: часть в Рисунка 1 с обозначенным уровнем фона и порога

Figure 2 – Vessel detection on an angiogram using threshold scanning: part b of Figure 1 with background and threshold levels indicated

Приведем пример «неконтрастного» изображения сосуда (Рисунок 3а). Глаз человека еще может выделить темную горизонтальную полосу среди шумов на этом рисунке, тогда как исследование отдельных графиков-сечений уже показывает, что полезный сигнал уже меньше уровня шума и отделение фона от полезного сигнала путем простого сравнения с порогом уже может привести к большому количеству ошибок (Рисунок 3б, 3в, 3г). На графиках по осям абсцисс отложены смещения (сверху вниз) в пикселях, а по оси ординат – яркость в условных единицах.

Стандартные методы повышения контрастности изображений не дают в этом случае уверенного результата, так как яркости фона и сосуда практически совпадают (Рисунок 4).

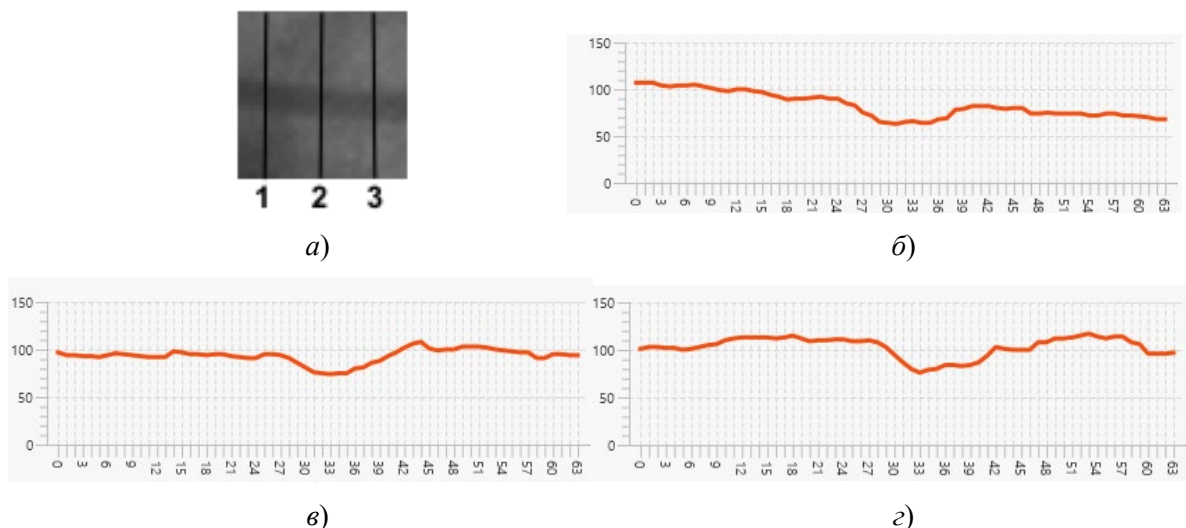


Рисунок 3 – Неконтрастное изображение артерии и графики вертикальных сечений 1, 2, 3 этого изображения: а – исходное изображение, б – график сечения 1, в – график сечения 2, г – график сечения 3

Figure 3 – Low-contrast image of the artery and graphs of vertical sections 1, 2, 3 of this image:
a – original image, b – section graph 1, c – section graph 2, d – section graph 3

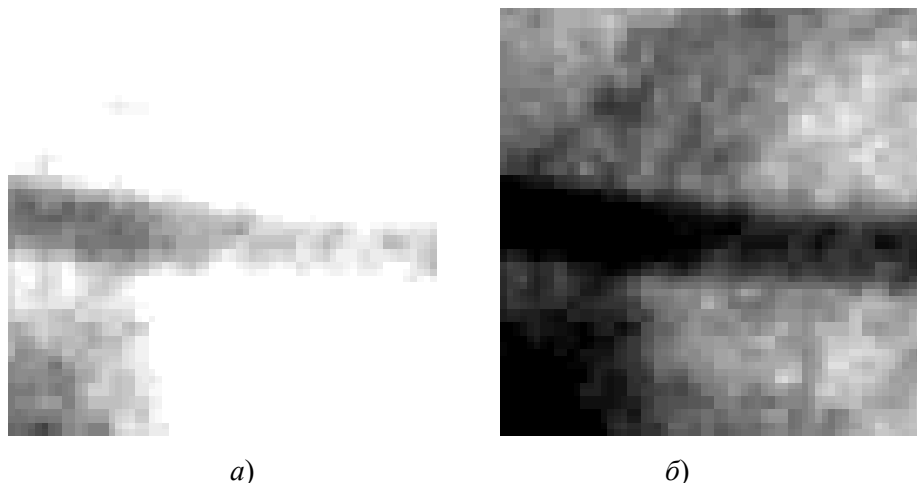


Рисунок 4 – Результат повышения контрастности Рисунок 3а методом нормализации гистограммы: *а* – с обрезкой наиболее ярких пикселей, *б* – с обрезкой наиболее темных пикселей
Figure 4 – The result of increasing the contrast of Figure 3a by the method of histogram normalization: *a* – with cropping of the brightest pixels, *b* – with cropping of the darkest pixels

Для повышения соотношений сигнал/шум при детектировании контура часто используют различные фильтры иногда с постобработкой. В [8, 9] для определения контуров, в том числе и сосудов на ангиографических снимках, предлагается использовать поворачивающиеся фильтры (steerable filters). Эти фильтры основаны на функциях лапласианов от гауссиана (LoG – функции). По результатам такой фильтрации принимают решения о наличии точек контура объектов.

На таких же принципах предварительной фильтрации работают и такие общие методы определения контуров, как Собеля, Шарра, Превитта, Кэнни и другие [10, 11]. Но в ряде случаев, при обработке сложноструктурированных изображений с малыми соотношениями сигнал/шум, к которым относятся и снимки рентгеноконтрастной ангиографии, результаты часто получаются неудовлетворительными.

В [12] предлагается для повышения точности детектирования границ объектов на изображениях использовать нечеткую систему логического вывода. В остальном предлагаемый способ повторяет способ поиска максимального градиента. По нашему мнению, такой подход может принести определенные улучшения результатов, но при значительном усложнении вычислений.

Методы

Для определения пропускной способности артерий на снимках коронарной ангиографии в условиях значительных шумов нами был разработан метод двойного спектрального сканирования границ артерий. Сначала введем понятия «горизонтальных» и «вертикальных» изображений.

Рассмотрим Рисунок 5, на котором представлена вертикальная линия, проведенная в точке x_0 внутри определенного окна W .

Назовем эту линию линией перехода в точке x_0 . Изменяя x_0 , можно проводить вертикальную линию правее или левее относительно представленного на Рисунке 5.

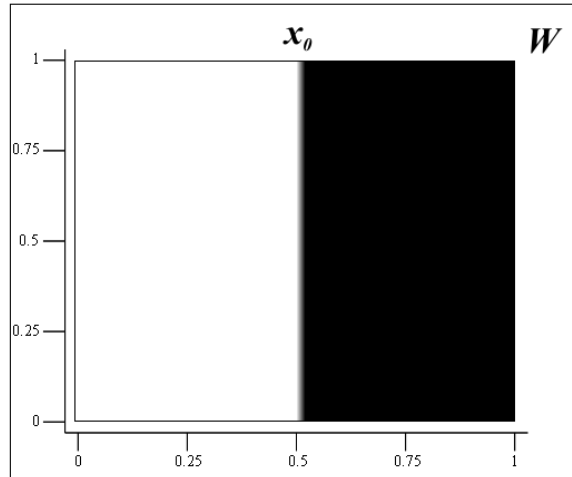


Рисунок 5 – Вертикальное изображение с линией перехода в точке x_0
Figure 5 – Vertical image with transition line at point x_0

Пусть белая левая половина рисунка будет представлять амплитуду в плюс 1, а правая черная – в минус 1 и, не теряя общности, будем считать это изображение квадратным с горизонтальным и вертикальным размером, равным 1. То есть, если размер окна задается в N пикселей, то расстояние между двумя соседними пикселями d_0 составит:

$$d_0 = \frac{1}{N}. \quad (1)$$

Таким образом, если изображение задается функциями аналитически, то будем считать областью определения функций диапазоны $x \in [0, 1], y \in [0, 1]$, а если изображение задается матрицей $N \times N$, то расстояние между каждыми соседними элементами матриц будет соответствовать (1).

Назовем рисунок вида Рисунок 5 четким вертикальным изображением или просто вертикальным изображением:

$$I_V(x, y) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x \leq x_0, 0 \leq y \leq 1 \\ -1, & 1 \geq x > x_0, 0 \leq y \leq 1 \end{cases} \quad (2)$$

где

$$x \in [0, 1], y \in [0, 1] \quad (3)$$

– область определения изображения I_V , а x_0 – параметр изображения I_V , через который проходит линия перехода, $x_0 \in [0, 1]$. Далее параметры функций будем приводить как аргументы функции в скобках: $I_V(x, y, x_0)$. Если изображение или его часть, такое как I_V , мы будем представлять в виде матрицы, то на первом месте мы будем указывать номер столбца, а на втором – номер строки. Причем если изображение будет задаваться аналитически в виде функции, то координаты изображения мы будем приводить в скобках, а если изображение задается в виде дискретизированной матрицы, то столбцы и строки матрицы будем приводить в индексах.

Представим (2) в виде другой математической модели. Для моделирования перехода из 1 в минус 1 воспользуемся первой функцией Уолша (или функцией Уолша с индексом один):

$$wal_1(x) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x \leq 0,5 \\ -1, & 0,5 < x \leq 1. \\ 0, & x \notin [0, 1) \end{cases} \quad (4)$$

График этой функции согласно [13] показан на Рисунке 6.

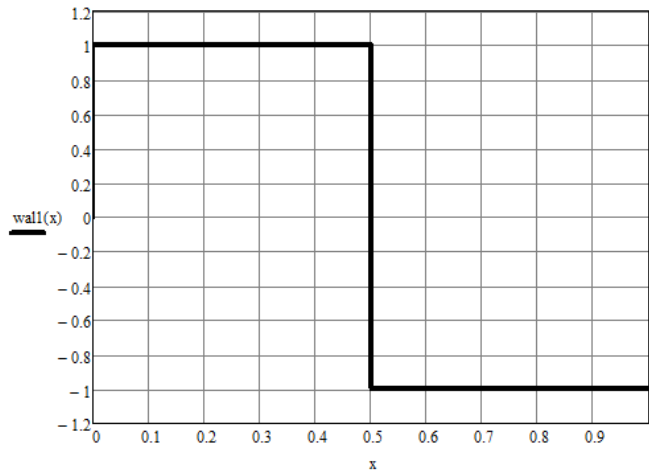


Рисунок 6 – График функции Уолша с индексом один
Figure 6 – Graph of the Walsh function with index one

Известно, что заданная таким образом функция (4) обладает следующим свойством:

$$\int_{-\infty}^{\infty} wal_1(x)dx = 0. \quad (5)$$

Из (4) очевидно, что справедливым будет также и равенство

$$\int_0^1 wal_1(x)dx = 0, \quad (6)$$

так как функция $wal_1(x)$ нечетна относительно точки 0,5 на оси OX в интервале $(0, 1]$ (где функция $wal_1(x)$ отлична от нуля), который используется в качестве пределов интегрирования.

Часто функцию (4) используют в качестве вейвлетов [14, 15] (которые мы далее будем означать буквой ψ) т. е. используется масштабирование по оси X :

$$\psi wal_1(x, k) = wal_1(kx), \quad (7)$$

где k – масштабирующий коэффициент. При $k < 1$ происходит растяжение по x , а при $k > 1$ происходит сжатие вейвлета по x . Отметим, что иногда масштабный коэффициент вейвлета вводят в знаменателе аргумента и тогда наоборот, его увеличение приводит к расширению вейвлета. Принципиальной разницы как вводить масштабирующий коэффициент мы не видим. Тогда формула (7) с учетом (4) с масштабным коэффициентом k запишется следующим образом:

$$\psi wal_1(x, k) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x \leq 0,5/k \\ -1, & 0,5/k < x \leq 1/k \\ 0, & x \notin [0, 1/k) \end{cases} \quad (8)$$

Точка перехода из единицы в минус единицу у этой функции

$$x_s = \frac{1}{2k}, \quad (9)$$

а диапазон D , где (8) отлична от нуля, будет равен согласно третьей части (8):

$$D \in (0, 1/k]. \quad (10)$$

Точка перехода (9) у вейвлета является центром области (10), где (8) отлична от нуля.

Вейвлеты могут сдвигаться по оси x , и для того, чтобы сдвинуть вейвлет на величину Δx достаточно вычислить $\psi wal_1(x - \Delta x, k)$. С учетом (9) вейвлет, который надо сдвинуть так, чтобы точка перехода у него равнялась точке x_0 можно записать в виде $\psi wal_1(x - (x_0 - \frac{1}{2k}), k)$.

Для упрощения расчетов базовые функции, подобные (4) и определенные на интервале, например, $x \in [0, 1]$, центрируют относительно нуля по оси абсцисс, смещая область определения в соответствующий интервал $x \in [-0,5; 0,5]$. Так как (8) задана значением, отличным от нуля на диапазоне (10), то центрированный вейвлет будет задаваться формулой:

$$\psi(x, k) = \psi wal_1(x - \frac{1}{2k}, k). \quad (11)$$

Исследование сигнала вейвлетом обычно подразумевает, что вейвлет ведет себя как «короткая» волна или «всплеск волны». Это означает, что вейвлеты обычно короче по апертуре наблюдения, где они отличны от нуля, чем исследуемые сигналы. Отсюда следствие, что вейвлеты, как правило, имеют значение k как коэффициент сжатия:

$$k > 1. \quad (12)$$

Из (12) и (10) следует, что ширина вейвлета, где он отличен от нуля, меньше единицы, которую мы приняли как ширину окна наблюдения вертикального изображения. Отсюда следует, что математическая модель вертикального изображения будет состоять из перехода из $+1$ в -1 , смоделированного на основе вейвлета (8), и необходимого количества плюс единиц слева и минус единиц справа, если в моделируемом изображении будут области, где вейвлет определен как ноль:

$$I_V(x, y, x_0) = \begin{cases} 1, & x_0 - \frac{1}{2k} > x \geq 0 \\ \psi wal_1(x - (x_0 - \frac{1}{2k}), k), & x_0 - \frac{1}{2k} \leq x < x_0 + \frac{1}{2k} \\ -1, & x_0 + \frac{1}{2k} \leq x \leq 1 \\ \forall y \in [0, 1] \end{cases} \quad (13)$$

Если мы вычислим значения (13), то они совпадут со значениями на Рисунке 5.

Теорема. Пусть $I_V(x, y, x_0)$ – вертикальное изображение с линией перехода в точке x_0 . Тогда любой горизонтальный срез на уровне $y = j$ заданного изображения $z_j(x, x_0) = I_V(x, j, x_0)$, $j = const$, $x_0 = const$, $x \in [0, 1]$ при свертке с фильтром, импульсная характеристика которого построена на первой функции Уолша $\psi(x, k)$, даст максимум в точке x_0 .

Доказательство. Пусть вертикальное изображение с линией перехода в точке x_0 задано в виде (13). Найдем интеграл свертки от горизонтального среза (13) в точке j с фильтром, центрированная импульсная характеристика которого построена на первой функции Уолша $\psi(x, k)$:

$$Sw(x) = I_V(x, j, x_0) * \psi(x, k) = \int_{-\infty}^{\infty} I_V(\tau, j, x_0) \psi(x - \tau, k) d\tau, \quad (14)$$

где $*$ – знак свертки.

Так как (13) задана интервалами, то (14) можно разбить на три интервала:

$$\int_{-\infty}^{\infty} 1 \psi(x - \tau, k) d\tau, \quad x_0 - \frac{1}{2k} > x \geq 0, \quad (15)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi wal_1(\tau - (x_0 - \frac{1}{2k}), k) \psi(x - \tau, k) d\tau, \quad x_0 - \frac{1}{2k} \leq x < x_0 + \frac{1}{2k}, \quad (16)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} -1 \psi(x - \tau, k) d\tau, \quad x_0 + \frac{1}{2k} \leq x \leq 1. \quad (17)$$

В (15) и (17) интеграл согласно (5) будет равен нулю. А (16) является ковариационной функцией, которая в нашем случае является и автокорреляционной функцией, когда две одинаковые вещественные функции (не считая смещения по оси абсцисс) без постоянной составляющей сворачиваются сами с собой. Так как функция в автокорреляционной функции ненулевыми значениями ограничена по оси абсцисс (т. е. не является бесконечной с ненулевыми значениями) и является импульсом, то такая функция имеет единственный максимум посередине импульса, т. е. в точке, заданной (9):

$$\arg \max(\int_{-\infty}^{\infty} \psi wal_1(\tau - (x_0 - \frac{1}{2k}), k) \psi(x - \tau, k) d\tau) = \tau - (x_0 - \frac{1}{2k}) = \frac{1}{2k}. \quad (18)$$

Из (18) следует, что максимум наступит в точке

$$\tau = x_0. \quad (19)$$

Пример автокорреляционной функции импульса, заданного выражением (8) при $k = 1$, на основе которого получено изображение на Рисунке 5, приведен на Рисунке 7.

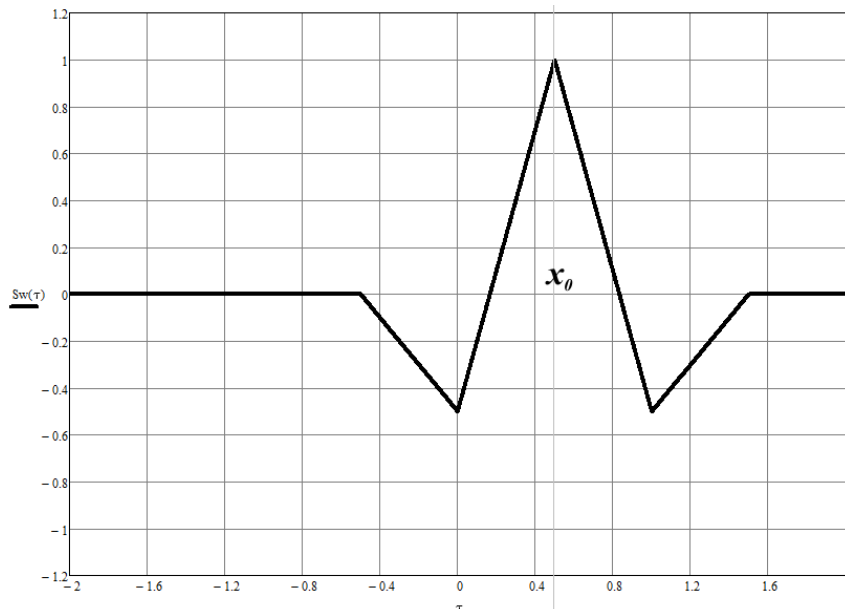


Рисунок 7 – Автокорреляционная функция импульса, заданного выражением (8)

Figure 7 – Autocorrelation function of the pulse defined by expression (8)

На этом рисунке автокорреляционная функция имеет максимум в точке $x_0 = 0,5$ и имеет значения отличные от нуля в диапазоне от $-0,5$ до $1,5$. Вне этого диапазона автокорреляционная функция равна нулю.

Если в формулах (3)–(19) осуществить замену x на y и наоборот, то можно будет получить выражения и аналогичные выводы для горизонтального изображения с линией перехода в точке y_0 . Сканирующий вейвлет тогда будет перемещаться по вертикали, и его формула будет иметь вид:

$$\psi(y, k) = \psi wal_1(y - \frac{1}{2k}, k). \quad (20)$$

Приведем лишь конечные формулы для модели горизонтального изображения с помощью функций Уолша, аналогичные (13):

$$I_H(x, y, y_0) = \begin{cases} 1, & y_0 - \frac{1}{2k} > y \geq 0 \\ \psi wal_1(y - (y_0 - \frac{1}{2k}), k), & y_0 - \frac{1}{2k} \leq y < y_0 + \frac{1}{2k} \\ -1, & y_0 + \frac{1}{2k} \leq y \leq 1 \\ \forall x \in [0, 1] \end{cases} \quad (21)$$

На основе (20) построим модельное изображение тестового сосуда. Нижняя грань артерии моделируется на модельном изображении вейвлетом, аналогичным (11), но относительно оси y и сдвигом y_0 :

$$\psi wal_1(y - (y_0 - \frac{1}{2k}), k).$$

Пусть диаметр сосуда составит:

$$d = \frac{1}{k}. \quad (22)$$

Тогда для верхней грани будем использовать такой же вейвлет с таким же коэффициентом k , но со знаком минус перед функцией Уолша. Тогда верхняя грань сосуда будет моделироваться переходом вейвлета в точке y_1 :

$$y_1 = y_0 + d = y_0 + \frac{1}{k}. \quad (23)$$

Отсюда модельное изображение тестового сосуда (горизонтальная модель) будет задаваться следующими формулами:

$$I_M(x, y, y_0, y_1) = \begin{cases} 1, & y_0 - \frac{1}{2k} > y \geq 0 \\ \psi wal_1(y - (y_0 - \frac{1}{2k}), k), & y_0 - \frac{1}{2k} \leq y < y_0 + \frac{1}{2k} \\ -\psi wal_1(y - (y_1 - \frac{1}{2k}), k), & y_1 - \frac{1}{2k} \leq y < y_1 + \frac{1}{2k} \\ 1, & y_1 + \frac{1}{2k} \leq y \leq 1 \\ \forall x \in [0, 1] \end{cases} \quad (24)$$

Вид этого изображения при $y_0 = 0,5, y_1 = 0,6$ приведен на Рисунке 8.

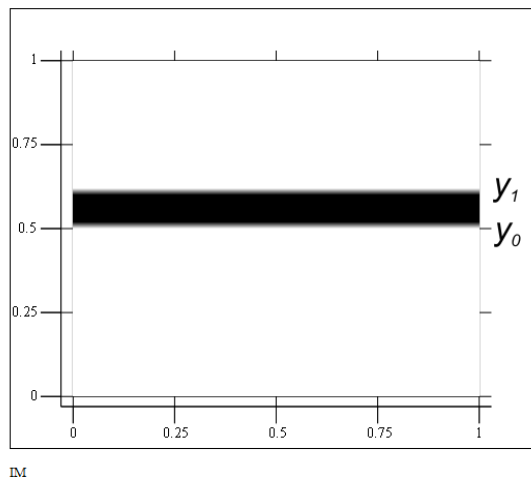


Рисунок 8 – Модельное изображение тестового сосуда по формуле (24)

при $y_0 = 0,5, y_1 = 0,6$

Figure 8 – Model image of the test vessel according to formula (24)

at $y_0 = 0.5, y_1 = 0.6$

При свертке (24) со сканирующим вейвлетом (20) первый интервал функции выдаст ноль согласно (5), второй интервал функции даст автокорреляционную функцию, аналогичную функции на Рисунке 7, но только по оси y , с максимумом в точке y_0 . Третий интервал отличается от второго только инвертированием и сдвигом y_1 , поэтому результат работы фильтра приведет к минимуму в точке y_1 . Четвертый интервал, как и первый, также будет равен нулю. Из анализа решения этой задачи вытекает следствие.

Следствие. Пусть $I_M(x, y, y_0, y_1)$ – изображение модели горизонтального сосуда с линиями переходов в точках y_0 и y_1 . Тогда любой вертикальный срез на уровне i заданного изображения $z_i(y, y_0, y_1) = I_M(i, y, y_0, y_1)$, $i = \text{const}$, $y_0 = \text{const}$, $y_1 = \text{const}$ при свертке с фильтром, импульсная характеристика которого построена на первой функции Уолша $\psi(y, k)$, $k = \text{const}$ (с центрированием, т. е. центром в нуле по оси абсцисс), даст максимум в точке y_0 и минимум в точке y_1 . То есть можем записать:

$$d = \arg \min(I_M(i, y, y_0, y_1) * \psi(y, k)) - \arg \max(I_M(i, y, y_0, y_1) * \psi(y, k)). \quad (25)$$

При вычислении быстрого преобразования Уолша при свертке с базовыми функциями, как известно, меняется направление оси абсцисс. Так как $\psi(-x, k) = -\psi(x, k)$, то технологически удобнее использовать отрицательную функцию Уолша в расчетах, т. е. в качестве сканирующих вейвлетов могут использоваться инвертированные функции Уолша, т. е. (20) будет иметь вид:

$$\psi(y, k) = -\psi_{wal_1}(y - \frac{1}{2k}, k). \quad (26)$$

Тогда, очевидно, выводы следствия будут противоположными с точки зрения максимумов и минимумов, т. е. минимум будет наступать в точке y_0 и максимум в точке y_1 . И тогда (25) переписется следующим образом:

$$d = \arg \max(I_M(i, y, y_0, y_1) * \psi(y, k)) - \arg \min(I_M(i, y, y_0, y_1) * \psi(y, k)). \quad (27)$$

Рассмотрим Рисунок 9 и сравним его с Рисунком 5.

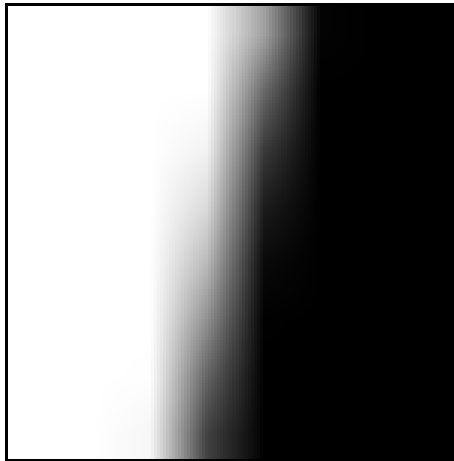


Рисунок 9 – Пример нечеткого вертикального изображения

Figure 9 – Example of a fuzzy vertical image

В отличие от Рисунка 5 на Рисунке 9 нет четкой вертикальной линии перехода, сам переход не такой резкий, «растянут» и представлен полутонами. Однако, все равно человеческий глаз классифицирует такое изображение как «почти вертикальное», «вертикальное с помехами» и т. п. Назовем такой класс изображений как класс нечетких вертикальных изображений.

По аналогии с четкими вертикальными изображениями и сведениями, представленными выше, мы можем сделать j -й горизонтальный срез нечеткого изображения и свернуть получившийся срез с фильтром-вейвлетом. В результате мы получим экстремум в наиболее вероятной точке перехода x_{0j} (или в точке наибольшей корреляции сканирующего вейвлета и сканируемого среза). При изучении другого среза с другим номером j мы получим другую оценку x_{0j} . Если мы исследуем все оценки наиболее вероятных точек перехода x_{0j} в нашем окне размером N_w , то тогда можно найти среднюю оценку $\overline{x_0}$:

$$\overline{x_0} = \frac{1}{N_w} \sum_{j=0}^{N_w-1} x_{0j}. \quad (28)$$

При использовании формулы (28) получается, что каждая строка в окне «голосует» за свою оценку x_{0j} . Конечная оценка получается путем агрегирования всех голосов с помощью суммы. Такая оценка хорошо работает при достаточно малом уровне шума. При зашумленном изображении (таком, например, как на Рисунке 3) некоторые оценки x_{0j} могут детектироваться ошибочно и вносить погрешность в сумму (28).

Другой подход к вычислению усредненной точки перехода учитывает амплитуду максимума свертки искомого среза с вейвлетом. Действительно, чем больше амплитуда максимума свертки искомого среза с вейвлетом, тем больше информация изображения коррелирует с самим вейвлетом, из которого можно построить «идеальное», четкое изображение. Тем больший вклад эта свертка должна вносить в агрегируемый сигнал (сумму). Таким образом, можно получить суммарный ответ свертки искомого среза с вейвлетом по всем j и потом найти аргумент его максимума:

$$Sw_s(x) = \frac{1}{N_w} \sum_{j=0}^{N_w-1} I_{VN}(x, j) * \psi(x, k), \quad (29)$$

$$\overline{x_0} = \arg \max Sw_s(x), \quad (30)$$

где $I_{VN}(x, y)$ – вертикальное нечеткое изображение, $\psi(x, k)$ – сканирующий вейвлет с коэффициентом сжатия k , N_w – размер квадратного окна в отсчетах, $*$ – знак свертки.

Максимум суммы (29) может использоваться как носитель для определения нечеткого термина «есть вертикальное изображение»:

$$C_V = \max(Sw_s(x)). \quad (31)$$

Амплитуда максимума будет тем больше, чем больше строк сканирующего окна покажет в этой точке максимумов и чем больше каждое слагаемое коррелировано с вейвлетом, т. е. чем контрастнее переход. Суммарно оба этих параметра свидетельствуют о том, насколько тестируемое изображение близко к идеальному четкому изображению (2). В идеальном случае все строки вертикального изображения дадут максимум в одной и той же точке x_0 . Причем автокорреляционная функция (Рисунок 7) по амплитуде будет равна 1. Суммирование N_w единиц в точке x_0 с коэффициентом $\frac{1}{N_w}$ по формуле (29) даст единицу в точке x_0 , и это будет максимальное значение. Минимальное значение в (29) возникнет, например, если яркости всех пикселей изображения $I_{VN}(x, j)$ будут постоянны и свертка в (29) будет равна нулю. Соответственно минимальное значение (29) будет равно нулю. Отсюда диапазон носителя C_V (universe of discourse):

$$UD_{CV} = [0, 1]. \quad (32)$$

На этом диапазоне можно построить функцию принадлежности к терму «есть вертикальное изображение» от нуля по носителю, где нет вертикального изображения,

до 1, где вертикальное изображение четкое. Функции принадлежности необходимы для формирования промежуточных нечетких правил и в конце концов вычисления результата «есть патология»–«нет патологии» [16].

Отметим, что при обратном переходе исходного изображения из минус 1 в плюс 1 или при использовании отрицательного вейвлета при сканировании мы получим график автокорреляционной функции (Рисунок 7), перевернутый относительно оси абсцисс. Отсюда $\max$ в формуле (31) заменится на $\min$, а диапазон возможных значений носителя (32) будет от нуля до минус 1.

Аналогичные рассуждения можно провести и для горизонтальных нечетких изображений.

Рассмотрим выражение (29) и представим результат свертки в виде интеграла при $x = 0$:

$$\begin{aligned} S_{w1}(j) &= I_{VN}(x, j) * \psi(x, k) = \int_{-\infty}^{\infty} I_{VN}(\tau, j) \psi(x - \tau, k) d\tau = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} I_{VN}(\tau, j) \psi(-\tau, k) d\tau. \end{aligned} \quad (33)$$

При $k = 1$ формула (33) является формулой вычисления коэффициента первой частоты при разложении функции в спектр Уолша. Как показано в [17], эта частота очень важна для исследования перепадов яркостей. Можно найти все j -е коэффициенты первых частот спектра Уолша в окне W , а потом найти среднее арифметическое от них:

$$S_{w10} = \frac{1}{N_w} \sum_{j=0}^{N_w-1} S_{w1}(j). \quad (34)$$

Из (34) видно, что это, по сути, та же формула, что и (29) при $x = 0$. Так как нулевая функция Уолша удовлетворяет выражению

$$wal_0(x) = 1, \quad (35)$$

то (34) также можно трактовать как процесс нахождения нулевого коэффициента при разложении функции $S_{w1}(j)$ в спектр Уолша. Поэтому коэффициент S_{w10} является амплитудой нулевой частоты спектра разложения последовательности $S_{w1}(j)$, которая, в свою очередь, является коэффициентом амплитуды первой частоты спектра Уолша в строке j . Таким образом, коэффициент S_{w10} можно получить из двумерного дискретного преобразования Уолша $C_{\alpha, \beta}$ окна W :

$$C_{\alpha, \beta} = \frac{1}{N_w^2} \sum_{i=0}^{N_w-1} \sum_{j=0}^{N_w-1} W(i, j) W_{\alpha, \beta}(i/N_w, j/N_w), \quad (36)$$

где $W_{\alpha, \beta}$ – двумерная функция Уолша с соответствующими номерами, α, β – частоты (номера функций) Уолша.

Если размер квадратного окна W , т. е. количество отсчетов в строках или столбцах N_w , будет равен степени двойки, то в качестве операции вычисления $C_{\alpha, \beta}$ может выступать операция быстрого дискретного преобразования Уолша. Из (36) по координатам $\{1, 0\}$, т. е. в первом столбце нулевой строки получаем:

$$S_{w10} = C_{1,0}. \quad (37)$$

Использование (37) вместо (34) имеет смысл в том случае, когда необходимо вычислить несколько двумерных частот Уолша, так как процедура двумерного дискретного преобразования Уолша практически стандартизирована и ее можно найти в библиотеках. Аппаратно формулу (37) можно представить как последовательное соединение вычислителя двумерного преобразования Уолша и селектора частот.

Выделим в нашем окне W группу пикселей с количеством элементов по столбцам или строкам $n_w \times m_w$, которую объединим в окно w . Такой подход широко применяется при анализе медицинских изображений, когда необходимо исследовать локальную область изображения [17, 18]:

$$n_w \leq N_w, m_w \leq N_w, \quad (38)$$

$$w \in W. \quad (39)$$

Назовем окно w сканирующим субокном. Использование такой методики имеет смысл для нисходящего поиска диагностических признаков, решающих критериев и т. д. Например, для постановки диагноза всему организму надо изучить наличие симптомов, входящих в структуру диагноза, симптомы определяются по различным параметрам организма, которые, в свою очередь, могут зависеть от других вложенных параметров и т. д.

В частности, как уже отмечалось, золотым стандартом при диагностике ишемической болезни сердца является коронарная ангиография, когда получают рентгеновские снимки сердца при введении в коронарные артерии рентгеноконтраста. На рентгеновском снимке ищут наличие холестериновых бляшек, которые резко снижают просвет сосуда, что приводит к кислородному голоданию сердечной мышцы (ишемии). Снижение просвета сосуда определяется как достаточно резкое уменьшение его диаметра (а затем, как правило, возврат к нормальному значению). Диаметр сосуда-цилиндра в определенной точке можно примерно оценить как наименьшее расстояние между двумя противоположными гранями (контурами) проекции цилиндрического сосуда. Грани можно определить как достаточно резкий перепад между светлым фоном и темным сосудом с рентгеноконтрастом. В таком случае получается, что состояние сердечной мышцы можно определить по рентгеноконтрастному изображению I , которое можно разбить на сканирующие окна W , в которых определяются усредненные (из-за наличия помех) диаметры артерий. Множество диаметров артерий позволит вычислить скорость изменения просвета артерий и возможного наличия холестериновой бляшки. В сканирующих окнах W определяются сканирующие субокна w , цель которых – найти в условиях шумов по нечетким изображениям грани сосудов для вычисления диаметра.

Пусть переменные i и j , как и придерживалось ранее в работе, определяют положение сканирующего окна W в изображении I . Тогда процесс заполнения окна в точке i_0, j_0 можно записать так:

$$W_{i,j} = I_{i_0+i, j_0+j}, i \in \{0..N_w - 1\}, j \in \{0..N_w - 1\}. \quad (40)$$

Индексы в (40) и далее будут означать столбцы и строки, а в скобках будем приводить значения параметров. Точка привязки сканирующего окна (origin) в случае (40) расположена в верхнем левом углу сканирующего окна (ось ординат направлена сверху-вниз, что является стандартом в компьютерной графике). В таком случае по нижней и правой граням исходного изображения будет наблюдаться краевой эффект – когда сканирующее окно может выйти за пределы массива исходного окна. Очевидно, что размер краевого эффекта (количество пикселей) будет составлять размер сканирующего окна N_w . Отметим, что точку привязки можно перенести на центр сканирующего окна, и тогда в (40) в индексах изображения I появится смещение в минус $N_w/2$. Тогда краевой эффект будет наблюдаться по всем граням изображения I , но размер его будет наполовину меньше и составит $N_w/2$. Большой разницы между этими двумя подходами нет в том случае, если основная информация изображения сосредоточена в центре изображения (что бывает в подавляющем большинстве случаев).

Пусть переменные k и z определяют положение сканирующего субокна w в сканирующем окне W . Тогда процесс заполнения субокна в точке k_0, z_0 можно записать так:

$$w_{k,z}(k_0, z_0) = W_{k_0+k, z_0+z}, \quad k \in \{0..n_w - 1\}, z \in \{0..m_w - 1\}, \quad (41)$$

где в скобках приведено смещение субокна относительно основного окна (параметры), а в индексах – смещение значения внутри матрицы-субокна. В дальнейшем изложении мы можем опускать индексы и приводить обозначение $w(k_0, z_0)$, что означает заполненное субокно в точке k_0, z_0 .

В (41) также может возникнуть краевой эффект, для ликвидации которого данные выбираются из исходного изображения I , если это возможно, или, допустим, дополняются нулями.

По аналогии с (36) внутри сканирующего субокна w возможно найти двумерный спектр Уолша $c_{\alpha,\beta}$, где α, β – номера двумерных частот. Учитывая, что сканирующие субокна w могут иметь прямоугольный вид размером $n_w \times m_w$, то можем записать:

$$c_{\alpha,\beta} = \frac{1}{n_w m_w} \sum_{i=0}^{n_w-1} \sum_{j=0}^{m_w-1} w(i, j) W_{\alpha,\beta}(i/n_w, j/m_w). \quad (42)$$

Обозначим как c матрицу спектральных коэффициентов Уолша, тогда запишем (42) в более короткой матричной форме:

$$c = Wal(w), \quad (43)$$

где $Wal(w)$ – функционал двумерного преобразования Уолша над субокном w .

С учетом того, что сканирующие субокна w могут изменять свое положение в сканирующем окне W согласно (41), можем (42) с учетом (43) переписать в виде функции от параметров перемещения k_0, z_0 :

$$c(k_0, z_0) = Wal(w(k_0, z_0)). \quad (44)$$

где $c(k_0, z_0)$ – это матрица спектральных коэффициентов Уолша, которая зависит от параметров перемещения внутри сканирующего окна k_0, z_0 . Если нас будут интересовать конкретные элементы этой матрицы, то мы их будем обозначать индексами, допустим, i, j -й элемент будет обозначаться как $c_{i,j}(k_0, z_0)$.

Теперь согласно (41) будем перемещать субокно в пределах сканирующего окна по вертикали, изменяя z_0 , или по горизонтали, изменяя k_0 , в зависимости от вида решаемой задачи (поиска вертикальных или горизонтальных контуров сосудов). Внутри субокна согласно (42) вычисляется двумерное преобразование Уолша. А затем в каждой, допустим z_0 , точке запоминается значение необходимых (селектированных) частот Уолша. Если мы, например, изучаем изменение амплитуды двумерной частоты Уолша с индексами 1,0 ($S_{c10}(z)$) в субокне, то с учетом (44) получаем зависимость:

$$S_{c10}(z) = c_{1,0}(k_0, z), \quad z \in \{0..N_w - n_w - 1\}, \quad (45)$$

где k_0 – постоянная сдвига субокна относительно сканирующего окна.

Это формула изменения амплитуды частоты Уолша с координатой 1,0 сканирующего субокна в зависимости от сдвига z . Заметим, что согласно (38), субокно по размеру должно быть меньше сканирующего окна. Поэтому изменение амплитуд частот в субокне в зависимости от сдвига субокна (44) аналогично нахождению результатов свертки по формулам (33), (29). Субокно, в котором находится двумерное преобразование Уолша и затем рассматриваются только отдельные частоты, играет в этом случае роль вейвлета. Коэффициент сжатия такого вейвлета является отношением

размера сканирующего окна к размеру вейвлета по оси, вдоль которой ведется сканирование. Например, для горизонтальных изображений коэффициент сжатия k_h :

$$k_h = \frac{N_w}{m_w}. \quad (46)$$

На основе таких вейвлетов и основан метод двойного спектрального сканирования [17], который был разработан на основе хорошо зарекомендовавшей себя технологии оконного взвешивания при анализе медицинских изображений и последующего вычисления преобразования Уолша в окнах.

Результаты

Для тестирования работы новой технологии обработки медицинских изображений рекомендуется первые результаты получать на относительно простых моделях и затем исследовать их эффективность [19]. Сконструируем модельное изображение горизонтального расположения сосуда, подобное тому, что показано на Рисунке 8. Зададимся размером основного сканирующего окна в 32×32 пикселя для того, чтобы в такое окно гарантированно попадали верхние и нижние края сосуда, если центр окна расположен примерно на осевой линии сосуда. Пусть толщина модельного сосуда составляет 10 пикселей, а перепад яркости между фоном и сосудом будет резким (около 1 пикселя). Тогда размер субокна можно выбрать равным 16×16 пикселей. Этот размер зависит от того, насколько резкое изображение мы обрабатываем, и оно должно быть больше полосы перепада яркости от фонового значения до значения внутри сосуда и меньше, чем размер основного сканирующего окна. Так как у нас есть информация о направлении текущего вектора движения кровотока (горизонтальное), то сканирование второго уровня целесообразно в нашем модельном случае организовать вдоль перпендикуляра, который в данном случае проходит вертикально, так как мы ищем горизонтальный перепад яркости. Значит селектор частот мы настраиваем на частоту с координатами 1,0. Изменение амплитуды этой частоты $S_{c10}(z)$ по формуле (45) в зависимости от сдвига снизу-вверх приведено на Рисунке 10.

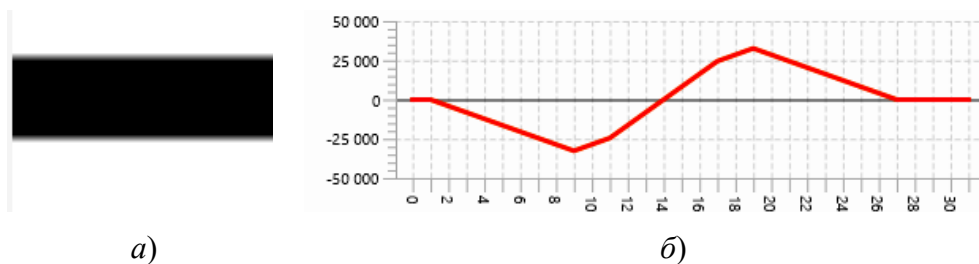


Рисунок 10 – Модель горизонтального расположения сосуда толщиной 10 пикселей в основном сканирующем окне, с перепадом яркости толщиной в 1 пиксель и изменением амплитуды частоты Уолша с координатой 1,0 сканирующего субокна в зависимости от сдвига снизу-вверх: *a* – исходное изображение модели, *b* – изменение амплитуды частоты Уолша

Figure 10 – Model of the horizontal vessel with a thickness of 10 pixels in the main scanning window, with a brightness difference of 1 pixel and a change in the amplitude of the Walsh frequency with a coordinate of 1.0 of the scanning subwindow depending on the shift from bottom to top: *a* – original image of the model, *b* – change in the amplitude of the Walsh frequency

Как мы видим на Рисунке 10б, нижний край модельного сосуда обозначен минимумом графика и составил 9 пикселей от низа исходного окна. Середина (переход через нулевой уровень графика) составила 14 пикселей, а верхний край (максимальный уровень графика) 19 пикселей (модель была расположена немного не по центру

исходного изображения). Диаметр модели сосуда составил разницу в сдвигах между максимумом и минимумом согласно формуле (27) и равен $19 - 9 = 10$ пикселей, как мы и составляли в исходной модели.

Для испытаний в условиях, более приближенных к реальным, сконструируем другую модель, подобную исходной на Рисунке 10а, но сделаем перепад яркости между фоном и сосудом толщиной в 3 пикселя.

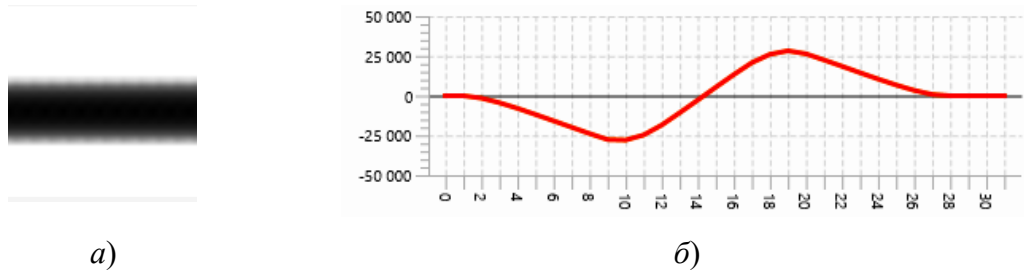


Рисунок 11 – Модель горизонтального расположения сосуда толщиной 10 пикселей в основном сканирующем окне, с перепадом яркости толщиной в 3 пикселя и изменением амплитуды частоты Уолша с координатой 1,0 сканирующего субокна в зависимости от сдвига снизу-вверх:

a – исходное изображение модели, *б* – изменение амплитуды частоты Уолша
Figure 11 – Model of the horizontal vessel with a thickness of 10 pixels in the main scanning window, with a brightness difference of 3 pixels thick and a change in the amplitude of the Walsh frequency with a coordinate of 1.0 of the scanning subwindow depending on the shift from bottom to top:
a – original image of the model, *b* – change in the amplitude of the Walsh frequency

Как можно проанализировать Рисунок 11 – результат по сравнению с Рисунком 10 не сильно поменялся: амплитуда максимумов и минимумов немного уменьшилась, а график из кусочно-линейной формы с разрывами производной стал более гладким. Однако аргументы характерных точек графика – минимумов, максимумов и переходов через ноль – не изменились.

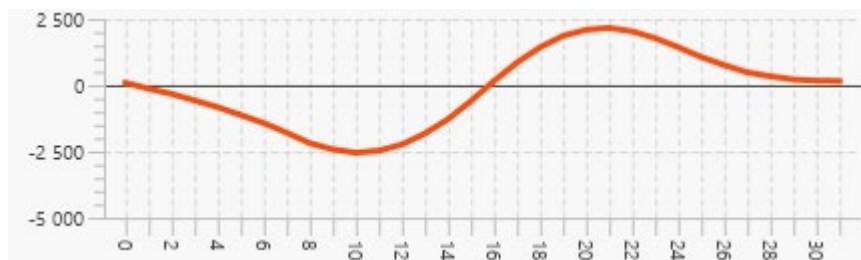


Рисунок 12 – Изменение амплитуды частоты Уолша с координатой 1,0 сканирующего субокна в зависимости от сдвига снизу-вверх исходного Рисунка 3а

Figure 12 – Change in the amplitude of the Walsh frequency with coordinate 1.0 of the scanning subwindow depending on the shift from bottom to top of the original Figure 3а

Применим к Рисунку 3а разработанный метод двойного спектрального сканирования при определении границ артерий на снимках коронарной ангиографии. Так как разработанный метод работает подобно человеческому глазу и анализирует не отдельно взятое перпендикулярное сечение, а некоторую совокупность сечений и при этом происходят операции усреднения этой области (основного сканирующего окна), в которой каждое сечение «голосует» за свое представление искомого объекта и его характеристик (в нашем случае за изображение сосуда и его диаметра, в частности). Низкая контрастность исходного изображения привела к относительно небольшим амплитудам сканирующей частоты Уолша, однако график (Рисунок 12) сохранил свои

характерные точки и имеет максимум при аргументе 21 пиксель, а минимум при аргументе 10 пикселей, соответственно средний диаметр изображенного на Рисунке 3а сосуда составит по формуле (27) около 11 пикселей. Аналогичную информацию можно получить, измеряя диаметр сосуда на Рисунке 3а вручную «на глаз». Тогда как из рисунков поперечных сечений (Рисунок 3б, 3в, 3г) такую информацию получить уже гораздо сложнее автоматизированным способом. Вручную такую информацию возможно получить, но только при ручном установлении уровней порогов, причем в каждом сечении.

Заключение

Полученные результаты применения разработанного метода двойного спектрального сканирования при определении границ артерий на снимках коронарной ангиографии были сравнены с известными методиками поиска краев на изображении: с оператором Собеля, Шарра, Превитта, а также с некоторыми специализированными способами поиска контуров артерий [10, 11]. С алгоритмической точки зрения многие из этих методик схожи с предложенным методом, но в них вместо пространственных функций Уолша первого порядка применяются базисные ядра Собеля, Шарра, Превитта с разными весовыми коэффициентами, причем, как правило, размерностью 3×3 . Так как в предложенном методе присутствует усреднение в субокне, то можно сделать вывод, что разработанный метод включает в себя постобработку изображения, что приводит к получению более помехозащищенных результатов. Результаты работы разработанного метода сравнивались с методом Кэнни (Canny) [20], в котором используется фильтр Гаусса, оператор Собеля и гистерезисная пороговая постобработка. Результаты качества метода Кэнни сильно зависят от правильно установленных уровней порогов, которые в условиях больших шумов подобрать достаточно трудно, в отличие от предлагаемого метода.

В заключение следует отметить, что проведены предварительные исследования метода двойного спектрального сканирования при определении границ артерий как на модельных изображениях, так и на реальных снимках коронарной ангиографии для автоматизированных систем обработки медицинских изображений. На спектральной двумерной плоскости выделены частоты, анализ которых позволяет детектировать края исследуемых артерий на рентгеноконтрастных снимках с определением диаметра артерий. Сравнение предложенного метода с существующими методиками показали хорошие результаты работы в условиях большого количества шумов и помех, при умеренной вычислительной нагрузке на ЭВМ.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ / REFERENCES

1. Fraz M.M., Remagnino P., Hoppe A., et al. Blood Vessel Segmentation Methodologies in Retinal Images – A Survey. *Computer Methods and Programs in Biomedicine*. 2012;108(1):407–433. <https://doi.org/10.1016/j.cmpb.2012.03.009>
2. Yu J., Jiang Q. Asymmetric Up-Down Sampling and Complementary-Fusion Network for Coronary Artery Segmentation on Coronary Angiography Images. *Biomedical Signal Processing and Control*. 2025;105. <https://doi.org/10.1016/j.bspc.2025.107633>
3. Zhao Ch., Vij A., Malhotra S., et al. Automatic Extraction and Stenosis Evaluation of Coronary Arteries in Invasive Coronary Angiograms. *Computers in Biology and Medicine*. 2021;136. <https://doi.org/10.1016/j.compbiomed.2021.104667>
4. Nasr-Esfahani E., Samavi S., Karimi N., Soroushmehr S.M.R., Ward K., Jafari M.H. Vessel Extraction in X-Ray Angiograms Using Deep Learning. In: *2016 38th Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society*

- (EMBC), 16–20 August 2016, Orlando, FL, USA. IEEE; 2016. P. 643–646.
<https://doi.org/10.1109/EMBC.2016.7590784>
5. Danilov V.V., Klyshnikov K.Yu., Gerget O.M., et al. Real-Time Coronary Artery Stenosis Detection Based on Modern Neural Networks. *Scientific Reports*. 2021;11.
<https://doi.org/10.1038/s41598-021-87174-2>
6. Paulauskaite-Taraseviciene A., Siaulys J., Jankauskas A., Jakuskaite G. A Robust Blood Vessel Segmentation Technique for Angiographic Images Employing Multi-Scale Filtering Approach. *Journal of Clinical Medicine*. 2025;14(2). <https://doi.org/10.3390/jcm14020354>
7. Liu I., Sun Y. Recursive Tracking of Vascular Networks in Angiograms Based on the Detection-Deletion Scheme. *IEEE Transactions on Medical Imaging*. 1993;12(2):334–341. <https://doi.org/10.1109/42.232264>
8. Freeman W.T., Adelson E.H. The Design and Use of Steerable Filters. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*. 1991;13(9):891–906.
<https://doi.org/10.1109/34.93808>
9. Weiler M., Hamprecht F.A., Storath M. Learning Steerable Filters for Rotation Equivariant CNNs. In: *2018 IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, 18–23 June 2018, Salt Lake City, UT, USA*. IEEE; 2018. P. 849–858.
<https://doi.org/10.1109/CVPR.2018.00095>
10. Krig S. *Computer Vision Metrics: Textbook Edition*. Cham: Springer; 2016. 637 p.
<https://doi.org/10.1007/978-3-319-33762-3>
11. Краснобаев А.А. Обзор алгоритмов детектирования простых элементов изображения и анализ возможности их аппаратной реализации. *Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша*. 2005;(114):1–20.
Krasnobaev A.A. Simple Image Feature Detector Algorithms Survey and Estimation of Hardware Realization Ability. *Keldysh Institute Preprints*. 2005;(114):1–20. (In Russ.).
12. Бобырь М.В., Храпова Н.И. Когнитивная модель принятия решения о наличии границ искомых объектов на изображении. В сборнике: *Программная инженерия: современные тенденции развития и применения (ПИ-2024): сборник материалов VIII Всероссийской научно-практической конференции с международным участием, 17 октября 2024 года, Курск, Россия*. Курск: ЗАО «Университетская книга»; 2024. С. 102–105.
Bobyry M.V., Khrapova N.I. A Cognitive Model for Making a Decision about the Presence of Object Boundaries in an Image. In: *Programmnaya inzheneriya: sovremennye tendentsii razvitiya i primeneniya (PI-2024): sbornik materialov VIII Vserossiiskoi nauchno-prakticheskoi konferentsii s mezhdunarodnym uchastiem, 17 October 2024, Kursk, Russia*. Kursk: ZAO "Universitetskaya kniga"; 2024. P. 102–105. (In Russ.).
13. Ahmed N., Rao K.R. *Orthogonal Transforms for Digital Signal Processing*. Berlin, Heidelberg: Springer; 1975. 264 p. <https://doi.org/10.1007/978-3-642-45450-9>
14. Kekre H.B., Athawale A., Sadavarti D. Algorithm to Generate Wavelet Transform from an Orthogonal Transform. *International Journal of Image Processing*. 2010;4(4):444–455.
15. Farkov Yu.A., Manchanda P., Siddiqi A.H. *Construction of Wavelets Through Walsh Functions*. Singapore: Springer; 2019. 381 p. <https://doi.org/10.1007/978-981-13-6370-2>
16. Корневский Н.А., Ионеску Ф., Кузьмин А.А., Аль-Касасбех Р.Т. Синтез комбинированных нечетких решающих правил для медицинских приложений с использованием методов разведочного анализа. *Биомедицинская радиоэлектроника*. 2009;(5):65–75.

- Korenevsky N.A., Ionescu F., Kuzmin A.A., Al-Kasasbeh R.T. Synthesis of the Combined Fuzzy Rules for Medical Applications with Using Tools of Exploration Analysis. *Biomedical Radioelectronics*. 2009;(5):65–75. (In Russ.).
17. Кузьмин А.А., Сухомлинов А.Ю., Филист С.А., Жилин И.А. Метод двойного спектрального сканирования при определении границ артерий на снимках коронарной ангиографии. *Вестник Казанского государственного энергетического университета*. 2024;16(4):13–24.
Kuzmin A., Sukhomlinov A., Filist S., Zhilin I. Double Spectral Scanning Method for Determining Arterial Contours on Coronary Angiography Images. *Vestnik Kazanskogo gosudarstvennogo energeticheskogo universiteta*. 2024;16(4):13–24. (In Russ.).
18. Малютин И.А., Кузьмин А.А., Шаталова О.В. Методы и алгоритмы анализа рентгенограмм грудной клетки, использующие локальные окна в задачах обнаружения патологий. *Прикаспийский журнал: управление и высокие технологии*. 2017;(3):131–138.
Malyutina I.A., Kuzmin A.A., Shatalova O.V. Methods and Algorithms of Analyzing Chest Radiographs Using Local Windows for Pathology Detection. *Prikaspiiskii zhurnal: upravlenie i vysokie tekhnologii*. 2017;(3):131–138. (In Russ.).
19. Кудрявцев П.С., Кузьмин А.А., Савинов Д.Ю., Филист С.А., Шаталова О.В. Моделирование морфологических образований на рентгенограммах грудной клетки в интеллектуальных диагностических системах медицинского назначения. *Прикаспийский журнал: управление и высокие технологии*. 2017;(3):109–120.
Kudryavtsev P.S., Kuzmin A.A., Savinov D.Yu., Filist S.A., Shatalova O.V. Modeling Morphological Structures on Radiography of Thorax in Intelligent Diagnostic Systems for Medical Purposes. *Prikaspiiskii zhurnal: upravlenie i vysokie tekhnologii*. 2017;(3):109–120. (In Russ.).
20. Canny J. A Computational Approach to Edge Detection. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*. 1986;PAMI-8(6):679–698. <https://doi.org/10.1109/TPAMI.1986.4767851>

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ / INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Кузьмин Александр Алексеевич, кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры биомедицинской инженерии, Юго-Западный государственный университет, Курск, Российская Федерация.
e-mail: Ku3bmin@gmail.com
ORCID: [0000-0001-7980-0673](https://orcid.org/0000-0001-7980-0673)

Alexander A. Kuzmin, Candidate of Engineering Sciences, Docent, Associate Professor at the Department of Biomedical Engineering, Southwest State University, Kursk, the Russian Federation.

Сухомлинов Артем Юрьевич, аспирант кафедры биомедицинской инженерии, Юго-Западный государственный университет, Курск, Российская Федерация.
e-mail: ar.sykhomlinov@gmail.com
ORCID: [0009-0002-6552-2558](https://orcid.org/0009-0002-6552-2558)

Artem Yu. Sukhomlinov, Postgraduate at the Department of Biomedical Engineering, Southwest State University, Kursk, the Russian Federation.

Жилин Илья Анатольевич, аспирант кафедры биомедицинской инженерии, Юго-Западный государственный университет, Курск, Российская Федерация.
e-mail: qwerty_on@mail.ru
ORCID: [0009-0008-4839-1529](https://orcid.org/0009-0008-4839-1529)

Ilya A. Zhilin, Postgraduate at the Department of Biomedical Engineering, Southwest State University, Kursk, the Russian Federation.

Филист Сергей Алексеевич, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры биомедицинской инженерии, Юго-Западный государственный университет, Курск, Российская Федерация
e-mail: SFilist@gmail.com
ORCID: [0000-0003-1358-671X](https://orcid.org/0000-0003-1358-671X)

Sergey A. Filist, Doctor of Engineering Sciences, Professor, Professor at the Department of Biomedical Engineering, Southwest State University, Kursk, the Russian Federation.

Коробков Сергей Васильевич, аспирант кафедры биомедицинской инженерии, Юго-Западный государственный университет, Курск, Российская Федерация.
e-mail: s.v.korobkov@gmail.com
ORCID: [0009-0007-1910-9259](https://orcid.org/0009-0007-1910-9259)

Sergey V. Korobkov, Postgraduate at the Department of Biomedical Engineering, Southwest State University, Kursk, the Russian Federation.

Серебровский Вадим Владимирович, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры программной инженерии, Юго-Западный государственный университет, Курск, Российская Федерация
e-mail: SV1111@mail.ru
ORCID: [0000-0002-1923-3862](https://orcid.org/0000-0002-1923-3862)

Vadim V. Serebrovskiy, Doctor of Engineering Sciences, Professor, Professor of the Department of Software Engineering, Southwest State University, Kursk, the Russian Federation.

Статья поступила в редакцию 31.03.2025; одобрена после рецензирования 18.04.2025; принята к публикации 22.04.2025.

The article was submitted 31.03.2025; approved after reviewing 18.04.2025; accepted for publication 22.04.2025.