

УДК 550.8.053:519.2

DOI: [10.26102/2310-6018/2021.35.4.018](https://doi.org/10.26102/2310-6018/2021.35.4.018)

Оптимизированный алгоритм двойного крайгинга для моделирования параметров геологической среды

В.В. Шестаков✉, О.М. Гергет

*Томский национальный исследовательский политехнический университет
Томск, Российская Федерация
valeriy.shestakov@inbox.ru*

Резюме. Параметры геологической среды имеют широкое применение при разведке и исследовании углеводородных месторождений. Они хранят в себе информацию о физических характеристиках горных пород, местоположении коллекторов и границах разделения пластов. Численные значения рассматриваемых параметров получают путем проведения геофизических исследований скважин (ГИС) либо путем пересчета уже имеющихся каротажных кривых на основании известных петрофизических закономерностей. Поскольку ГИС могут быть проведены лишь при условии наличия пробуренной скважины, параметры среды зачастую известны лишь в небольшом околоскважинном пространстве. Это делает актуальной задачу прогноза параметров среды в пределах всего месторождения. Существующие методы решения данной задачи условно можно разделить на две группы: использующие только данные ГИС и комплексно использующие данные 3D сейсморазведки и ГИС. Первая группа эффективна при наличии густой сетки скважинных измерений. Вторая группа показывает лучшие результаты в условиях редкой нерегулярной сетки, однако требует наличия сейсмических данных в пределах всего исследуемого месторождения. В работе приводятся описание нового метода прогноза параметров геологической среды, базирующегося на совместном использовании данных, ГИС и 3D сейсморазведки, алгоритмическая реализация нового метода и рассматриваются способы оптимизации алгоритмической реализации.

Ключевые слова: объемная петрофизическая модель, геостатистика, крайгинг, сейсморазведка, геофизические исследования скважин, сейсмический атрибут, оптимизация

Для цитирования: Шестаков В.В., Гергет О.М. Оптимизированный алгоритм двойного крайгинга для моделирования параметров геологической среды. *Моделирование, оптимизация и информационные технологии*. 2021;9(4). Доступно по: <https://moitvvt.ru/ru/journal/pdf?id=1045>
DOI: 10.26102/2310-6018/2021.35.4.018

Optimized double kriging algorithm for the geological environment parameters modeling

V.V. Shestakov✉, O.M. Gerget

*Tomsk National Research Polytechnic University
Tomsk, Russian Federation
valeriy.shestakov@inbox.ru*

Abstract: The geological environment parameters are widely used in hydrocarbon deposits exploration and study. They store information about the rocks' physical characteristics, the location of the reservoirs, the boundaries of the separation of the layers, etc. The numerical values of the parameters under consideration are obtained by conducting geophysical well logging (GWL) or recalculating existing logging curves based on known petrophysical laws. Because GWL can be carried out only if a drilled well exists, the environment parameters are often known only in a small near-wellbore space. That makes predicting the geological environment parameters within the entire field relevant. The existing

methods for solving this task can be conditionally divided into two groups: using only GWL data; complexly using 3D seismic and GWL data. The first group is impactful when a dense grid of downhole measurements presents. The second group shows the best results in a sparse irregular grid. However, it requires seismic data availability within the entire studied field. This paper describes a new method for predicting geological environment parameters based on the GWL data and 3D seismic prospecting combined use. The study also provides an algorithmic implementation of the new procedure. Methods for optimizing algorithmic implementation are considered.

Keywords: volumetric petrophysical model, geostatistics, kriging, seismic exploration, geological well logging, seismic attribute, optimization

For citation: V.V. Shestakov, O.M. Gerget. Optimized double kriging algorithm for the geological environment parameters modeling. *Modeling, Optimization and Information Technology*. 2021;9(4). Available from: <https://moitvvt.ru/journal/pdf?id=1045> DOI: 10.26102/2310-6018/2021.35.4.018(In Russ).

Введение

Одним из популярных инструментов моделирования параметров геологической среды является геостатистика. Существует множество геостатистических методов [1, 2, 3, 4], основанных на комплексном использовании данных ГИС и 3D сейсморазведки. Все они являются интерполяционными и в общем случае записывают модель параметра в виде взвешенной суммы известных значений этого же параметра [3]. Значения весовых функций для этой суммы получают путем решения СЛАУ (система линейных алгебраических уравнений) [3]. Коэффициенты левой и правой части СЛАУ представляют собой значения вариограммы – модели ковариационной функции моделируемого параметра. Вариограмма рассчитывается как функция расстояния, и ее использование требует соблюдения условия однородности второго рода. В соответствии с этим условием вариация параметра зависит только от расстояния между точками и не зависит от значений параметра в этих точках [3]. Отсюда возникает одно из ограничений классических геостатистических методов: если моделируемый параметр не удовлетворяет условию однородности второго рода, вариограмма не может в полной мере описать вариацию этого параметра.

Другой недостаток геостатистических методов связан с неограниченностью значений весовых функций, вследствие которой возникает вероятность получения физически недостоверного результата. Для лучшего понимания этой проблемы, рассмотрим пример. Пусть имеются значения параметра K_p (коэффициент пористости), измеренные в двух точках: $A(x_1, y_1)=5$, $A(x_2, y_2)=20$. Также допустим, что весовые функции для $A(x_1, y_1)$ и $A(x_2, y_2)$ уже посчитаны относительно некоторой точки (x, y) : $w_1=1.5$, $w_2=-0.5$ ($w_1+w_2=1$). Искомое значение параметра, в рамках примера, может быть получено в виде следующей суммы: $A(x_1, y_1) \cdot w_1 + A(x_2, y_2) \cdot w_2$ и соответственно равно -2.5 . Полученное значение не может быть физически интерпретировано, т. к. реальные значения параметра K_p варьируются в диапазоне $[0, 100]$ [5, 8]. Отсюда следует, что геостатистические методы не гарантируют физической достоверности результирующей модели и моделируемые значения могут оказаться вне допустимого диапазона.

Исходя из вышесказанного, актуальной является разработка новых геостатистических методов моделирования параметров геологической среды, учитывающих неоднородность исследуемого геологического объекта и исключающих вероятность получения физически недостоверного результата.

Метод двойного крайгинга

В соответствии с классическим геостатистическим подходом, значение некоторого параметра Z может быть получено путем усреднения всех значений этого же параметра, попавших в пределы геометрического поля G [3]:

$$Z = \int_G w(\rho)z(\rho)d\rho, \quad (1)$$

где ρ – пространственная координата; $w(\rho)$ – весовая функция; G – некоторое геометрическое поле, вне которого весовая функция $w(\rho)$ равна нулю; $z(\rho)$ – значения параметра, лежащие в пределах геометрического поля. На практике интеграл (1) заменяется на конечный ряд, составленный с использованием ограниченного набора известных значений параметра:

$$\hat{Z} = \sum_{i=1}^N w_i(\rho)z_i(\rho), \quad (2)$$

где N – количество известных значений параметра; $z_i(\rho)$ – известные значения параметра; $w_i(\rho)$ – весовая функция в i -й точке.

Пусть измерения параметра геологической среды F получены в наборе точек $(x_i, y_i, h), i = \overline{1, N}$. Тогда в соответствии с выражением (2), запишем оценку значения параметра \hat{F} в точке (x, y, h) , принадлежащей трехмерной координатной сетке $\{x, y, h\}$:

$$\hat{F}(x, y, h) = \sum_{i=1}^N v_i(x, y, h)f_i(h), \quad (3)$$

где x, y, h – координаты точки прогноза (h – высота); $v_i(x, y, h)$ – весовая функция параметра F , полученного в i -й точке измерений; $f_i(h)$ – значения параметра F , полученные в i -й точке измерений; $\hat{F}(x, y, h)$ – оценка значения параметра. Запишем среднеквадратическое отклонение оценки (3) от своего истинного значения в фиксированной точке x_0, y_0 :

$$\begin{aligned} \sigma_F^2(x_0, y_0, h) &= M \left[\left(F(x_0, y_0, h) - \sum_{i=1}^N v_i(x_0, y_0, h)f_i(h) \right)^2 \right] = \\ &= (\psi^0(h))^2 - 2 \sum_{i=1}^N v_i^0(h)c_{0i}(h) + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N v_i^0(h)v_j^0(h)c_{ij}(h) \end{aligned} \quad (4)$$

Продифференцируем выражение (4) относительно каждого неизвестного $v_i^0(h)$. В результате получим СЛАУ следующего вида:

$$C^f(h) \cdot V(x_0, y_0, h) = Co^f(x_0, y_0, h), \quad (5)$$

где $C^f(h)$ – матрица ковариационных функций $C_{ij}^f(h) = M[f(x_i, y_i, h)f(x_j, y_j, h)] = f_i(h)f_j(h) = c_{ij}$ известных значений параметра; $V(x_0, y_0, h)$ – вектор неизвестных (матрица весовых функций), $Co^f(x_0, y_0, h)$ – матрица ковариационных функций $Co_i^f(x_0, y_0, h) = M[f_i(h)F^0(h)] = c_{i0}$ параметра F в точках измерений и в точке (x_0, y_0, h) . Условия несмещенности оценки (3) достигается при выполнении равенства [2, 3]:

$$\sum_{i=1}^N w_i(x, y, h) = 1 \quad (6)$$

Чтобы решение системы (5) осуществлялось с учетом равенства (6), методом неопределенных множителей Лагранжа в нее добавляется дополнительное уравнение с соответствующими коэффициентами при неизвестных. В результате, матричная запись системы (5) преобразуется к виду:

$$C^f(h) = \begin{pmatrix} c_{11}(h) & \cdots & c_{1N}(h) & 1 \\ c_{21}(h) & \cdots & c_{2N}(h) & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ c_{N1}(h) & \cdots & c_{NN}(h) & 1 \\ 1 & \cdots & 1 & 0 \end{pmatrix}, V(x_0, y_0, h) = \begin{pmatrix} w_1^0(x_0, y_0, h) \\ w_2^0(x_0, y_0, h) \\ \vdots \\ w_N^0(x_0, y_0, h) \\ \mu(x_0, y_0, h) \end{pmatrix},$$

$$Co^f(x_0, y_0, h) = \begin{pmatrix} c_{10}(x_0, y_0, h) \\ c_{20}(x_0, y_0, h) \\ \vdots \\ c_{N0}(x_0, y_0, h) \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Так как значение параметра F в точке x_0, y_0, h неизвестно, расчет ковариационных фуркаций c_{i0} невозможен. Следовательно, невозможен расчет вектора правых частей $Co^f(x_0, y_0, h)$. Решением этой проблемы может являться замена c_{i0} на некоторую модель, полученную по дополнительной пространственной переменной. Дополнительная переменная должна быть известна в каждом узле сетки $\{x, y, h\}$ и статистически связана с параметром F . В рамках заданных ограничений, дополнительной пространственной переменной может являться сейсмический атрибут $A(x, y, h)$.

По аналогии с (3) запишем оценку сейсмического атрибута $A(x, y, h)$:

$$A(x_0, y_0, h) = \sum_{i=1}^N w_i(x_0, y_0, h) a_i(h), \quad (7)$$

где $w_i^0(x, y, h)$ – весовая функция сейсмического атрибута в i -й точке измерений; $a_i(h) = A(x_i, y_i, h)$ – выборка значений сейсмического атрибута вблизи i -й точки измерений; $A(x_0, y_0, h)$ – прогнозируемое значение атрибута. Далее, по аналогии с (5), запишем систему линейных уравнений, составленную с использованием значений сейсмического атрибута:

$$C^a(h) \cdot W(x_0, y_0, h) = Co^a(x_0, y_0, h), \quad (8)$$

где элементы матрицы $C^a(h) - c_{ij}^a(h) = M[a_i(h)a_j(h)]$, соответствуют ковариациям сейсмического атрибута в точках измерений с координатами (x_i, y_i) и (x_j, y_j) на глубине h ; $W(x_0, y_0, h)$ – матрица весовых функций, полученных по сейсмическим данным; $Co^a(x_0, y_0, h) = M[a_i(h)A^0(h)]$ – ковариации сейсмического атрибута в точках измерений и в точке прогноза.

Введем предположение, в соответствии с которым ковариационные свойства сейсмических данных $A(x, y, h)$, как свойства внутренней изменчивости или взаимосвязи, и ковариационные свойства прогнозируемого параметра $F(x, y, h)$ равны

или близки, т. к. измерены в пределах одного объекта. Благодаря этому можно утверждать, что система (5) в произвольной точке (x, y, h) будет эквивалентна системе (8) [8]. Т. е. решение систем (5) и (8) приводит к одинаковым (или близким) результатам. На основании этого запишем новую модель параметра F :

$$\hat{F}(x, y, h) = \sum_{i=1}^N w_i(x, y, h) f_i(h). \quad (9)$$

В соответствии с выражением (9), оценка параметра F в точке прогноза осуществляется с использованием весовых функций, полученных по сейсмическим данным. Численные значения этих функций могут быть определены путем решения СЛАУ (8), левая и правая части которой известны. Т. е. в отличие от системы (5), решение (8) может быть найдено и использовано для нахождения оценки (9).

Значения ковариации для формирования системы (8) можно вычислять путем усреднения в скользящем глубинном окне:

$$c_{ij}^a(h) = M \left[a(x_i, y_i, h) a(x_j, y_j, h) \right] = \frac{1}{\lambda} \int_{h-\lambda/2}^{h+\lambda/2} a(x_i, y_i, \tau) a(x_j, y_j, \tau) d\tau. \quad (10)$$

Подобное допустимо несмотря на то, что сейсмическое поле $A(x, y, h)$ является неоднородным и нестационарным процессом, т. к. для него допустимо условие локальной стационарности в пределах длины волны λ .

Важно отметить, что область значений весовых коэффициентов в системе (8) все еще не ограничена и результирующая модель может оказаться физически недостоверной. Для предотвращения вышеупомянутой проблемы на весовые функции необходимо наложить дополнительное ограничение:

$$w_i(x, y, h) \geq 0. \quad (11)$$

При одновременном соблюдении (6) и (11) пределы результата суммирования (9) будут соответствовать пределам, определяемым исходными данными. Ввиду того, что ограничение (11) представляет собой неравенство, в явном виде добавить его в систему (8) невозможно. Тогда поиск решения предлагается осуществлять итерационно, исключая из системы строки и столбцы тех слагаемых, которым соответствуют отрицательные значения весовых функций.

Если решение системы (8) нетривиально, тогда ее решение может быть найдено методом Крамера. Для этого запишем соотношение определителя основной матрицы $C^a(h)$ и определителя матрицы C^i , полученной путем замены i -го столбца $C^a(h)$ на вектор свободных членов:

$$w_i(x, y, h) = \frac{\det(C^i(x, y, h))}{\det(C^a(h))}, \quad \mu(x, y, h) = \frac{\det(C^{N+1}(x, y, h))}{\det(C^a(h))}. \quad (12)$$

Если прогнозная точка совпадет с k -ой точкой измерений, столбец свободных членов совпадет с k -ым столбцом основной матрицы $C_{oi}(h) = C_{ik}(h)$ и, следовательно, $\det(C^k) = \det(C^a)$, а $\det(C^i) = 0$ для $\forall i \neq k$. Из этого следует, что решением будут являться $w_k(x_k, y_k, h) = 1$ и $w_i(x_k, y_k, h) = 0$ для $\forall i \neq k$, $\mu(x_k, y_k, h) = 0$. Подставляя полученное решение в выражение (9), получим что $\hat{F}(x_k, y_k, h) = w_k(x_k, y_k, h) f_k(h) = f_k(h)$. Т. е. в точках измерений оценка параметра $\hat{F}(x, y, h)$ будет точно совпадать со своим истинным значением $F(x, y, h)$.

В результате метод двойного крайгинга обладает двумя важными особенностями, которые в совокупности позволяют получать правдоподобные модели параметров геологической среды:

- 1) метод без искажений воспроизводит реальные данные в точках измерений, т. е. является интерполяционным;
- 2) в отличие от классических геостатистических методов двойной крайгинг не требует введения гипотезы об однородности и в полной мере реализует неоднородную модель во всем прогнозируемом объеме.

Алгоритм двойного крайгинга

Алгоритм двойного крайгинга осуществляет оценку параметра среды в каждой точке из множества $\{x, y, h\}$, образующего трехмерную регулярную координатную сетку. Входными данными для алгоритма являются: параметр геологической среды F , представленный каротажными кривыми ГИС; куб сейсмического атрибута A . Пределы сетки $\{x, y, h\}$ совпадают с пределами куба сейсмического атрибута, а шаг дискретизации сетки кратен шагу дискретизации куба. Такое соответствие обусловлено необходимостью наличия сейсмических данных в каждой точке, где осуществляется оценка параметра. Оценка параметра, в свою очередь, рассчитывается как взвешенная сумма (9), а численные значения весовых функций для этой суммы определяются путем решения СЛАУ (8). Коэффициенты СЛАУ (8) представляют собой значения ковариации, в непрерывном виде рассчитываемые по формуле (10). Переход от непрерывного представления ковариационной функции к дискретной предполагает замену интеграла (10) на конечный ряд следующего вида [7, 9]:

$$c_{ij}^a(h_m) = \frac{1}{K} \sum_{k=m-\frac{K}{2}}^{m+\frac{K}{2}} A(x_i, y_i, h_k) A(x_j, y_j, h_k), \quad (13)$$

где K – размер скользящего окна, в пределах которого осуществляется выборка сейсмического атрибута; h_m – положение точки прогноза по глубине. Чем больше значение K , тем большее количество отсчетов сейсмического атрибута охватывается скользящим окном. Справедливо и обратное: так как изменение величины K влечет за собой изменение величины $c_{ij}^a(h_m)$, необходимо сформулировать критерии выбора K .

Вертикальная разрежающая способность взрывных сейсмических методов в среднем составляет $4m$ (или $8m$) [5]. Вследствие этого геологические объекты, мощность которых составляет менее четырех метров, не фиксируются сейсмическими методами, либо фиксируются в интегральном виде. В результате оценка ковариационных свойств таких объектов – невозможна. В свою очередь объекты, с мощностью четыре метра и более, могут быть отчетливо выделены на горизонтальных разрезах, а изменения их ковариационных свойств – зафиксированы. Исходя из выше сказанного, размер скользящего окна K целесообразно задавать равным от четырех метров и более. При этом важно учитывать, что увеличение K влечет за собой усреднение ковариационных характеристик и может привести к потере вертикальной детализации модели. Максимальный размер следует ограничивать исходя из средней мощности геологических объектов исследуемого месторождения.

Для расчета коэффициентов левой и правой части системы (8) необходимо осуществить выборку значений сейсмического атрибута, попадающих в пределы скользящего окна. Положение центра окна определяется координатами (x, y, h) в точке прогноза и координатами (x_i, y_i, h) в точках измерений. Для последующего расчета весовой суммы (9) необходимо осуществить выборку параметра ГИС в этих же точках (x, y, h) и (x_i, y_i, h) . Проблема заключается в том, что вертикальный шаг дискретизации ГИС и вертикальный шаг дискретизации сейсмического атрибута могут оказаться

непропорциональными. В таком случае существует вероятность, что точки (x, y, h) и (x_i, y_i, h) окажутся заключенными между двумя значениями сейсмического атрибута или параметра ГИС. Как было сказано ранее, вертикальная разрешающая способность сейсмических методов в среднем составляет 4 м, в то время как параметры ГИС могут быть измерены с шагом дискретизации до 0.1 м [1]. Исходя из этого, положение скользящего окна целесообразно менять в соответствии с шагом дискретизации ГИС, а сейсмические данные – интерполировать с учетом этого же шага дискретизации.

Учитывая вышеприведенные рекомендации по выбору размера и положения скользящего окна, алгоритм двойного крайгинга может быть сформулирован в виде последовательности действий (Рисунок 1):

1. Ввод размера вертикального скользящего окна K .
2. Выбор произвольной точки (x, y, h) из набора $\{x, y, h\}$, относительно которой не была осуществлена оценка параметра, переход к пункту 3. Если такой точки не существует, тогда остановка алгоритма.
3. Выборка значений параметра F в точках измерений $\{x_i, y_i, h\}$ ($i = \overline{1, N}$, где N – количество точек измерений).
4. Выборка значений сейсмического атрибута в точках измерений $\{x_i, y_i, h\}$ и в точке прогноза (x, y, h) .
5. Расчет коэффициентов ковариации основной матрицы системы и правой части по формуле (13); формирование СЛАУ вида (8); расчет числа обусловленности $cond$; если $cond < 10^3$, тогда переход к пункту 6, иначе возврат к пункту 2.
6. Решение СЛАУ; если среди полученных решений имеются отрицательные, переход к пункту 7, иначе переход к пункту 8.
7. Исключение из системы строк и столбцов, соответствующих отрицательным решениям. Если количество уравнений в системе оказывается равным двум, соответствующие решения принимаются равными: $w_I(x, y, h) = 1$, $\mu(x, y, h) = 0$.
8. Оценка значения параметра F в точке (x, y, h) по формуле (9); переход к пункту 2.

СЛАУ вида (8), формируемая в рамках пункта 5, проверяется на обусловленность [10]. В большинстве источников указано, что СЛАУ считается плохо обусловленной, если число обусловленности $cond$ основной матрицы системы превышает значение 10^3 . Использование плохо обусловленных систем недопустимо в рамках рассматриваемой задачи, т. к. малые возмущения ее коэффициентов приводят к существенным изменениям в решении, а наличие помех в сейсмических данных делает возмущение коэффициентов неизбежным. Если СЛАУ (8) проходит проверку на обусловленность, ее решение осуществляется по расширенной схеме, гарантирующей выполнение условия (11):

1. Решение СЛАУ вида (8).
2. Проверка наличия отрицательных решений.
3. Если отрицательные решения существуют, из системы исключаются соответствующие им строки и столбцы; возврат к пункту 1.

Условие (11) и равенство (6) в совокупности ограничивают значения весовых функций в диапазоне $[0, 1]$. Благодаря использованию ограниченных весовых функций, значение оценки параметра F будет лежать в диапазоне значений реальных данных. Таким образом, исключается вероятность получения физически недостоверного результата.

Решения системы, получаемые в соответствии с расширенной схемой, в дальнейшем используются для вычисления весовой суммы (9). Стоит отметить, что вектор неизвестных СЛАУ (8) включает в себя множитель Лагранжа $\mu(x, y, h)$.

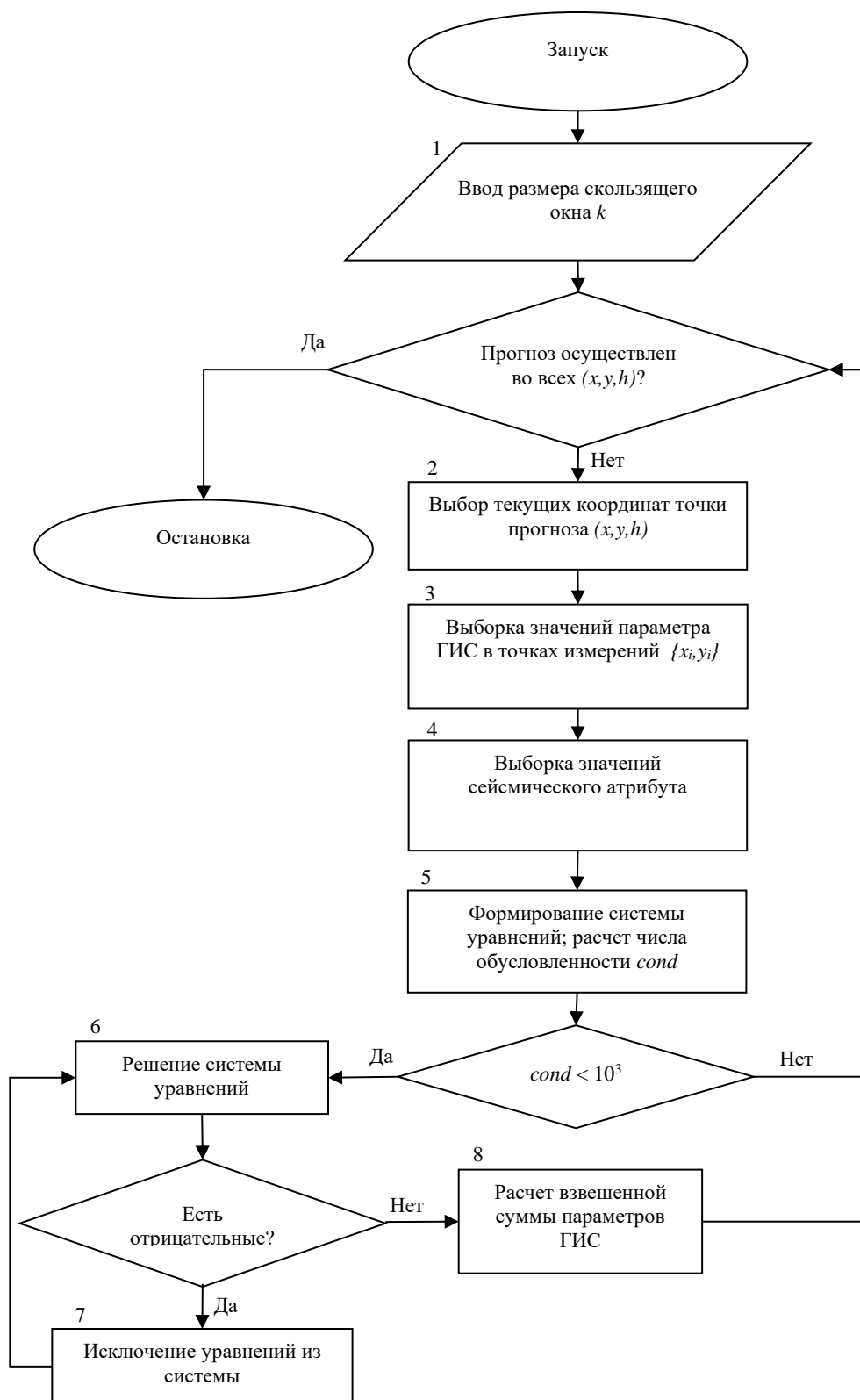


Рисунок 1 – общая схема алгоритма двойного Крайгинга
Figure 1 – general scheme of the double Kriging algorithm

В работе [6] показано, что ошибка двойного крайгинга в точке (x, y, h) прямо пропорциональна $\mu(x, y, h)$. Нулевое значение $\mu(x, y, h)$ говорит о репрезентативности выборки исходных данных и близости к нулю ошибки моделирования. Справедливо и обратное: чем больше отклонение множителя от нуля, тем больше ошибка. Исходя из выше сказанного, значения множителя Лагранжа, полученные в каждом узле сетки $\{x, y, h\}$, могут быть использованы для оценки качества модели параметра F .

Оптимизированный алгоритм двойного крайгинга

Формирование СЛАУ вида (8) относительно точки (x, y, h) предполагает расчет $N \cdot N + N$ ковариаций. Учитывая, что количество формируемых систем совпадает с количеством точек трехмерной сетки $\{x, y, h\}$, равным $crossline \cdot inline \cdot M$, где $crossline$ – количество отсчетов сетки вдоль оси X; $inline$ – количество отсчетов сетки вдоль оси Y; M – количество вертикальных отсчетов, общее количество рассчитываемых ковариаций составит:

$$O_1 = (N \cdot N + N) \cdot crossline \cdot inline \cdot M = (N + 1) \cdot crossline \cdot inline \cdot M \cdot N.$$

Например, для модели с количеством отсчетов, равным $100 \cdot 100 \cdot 2000 = 2 \cdot 10^7$ и количеством скважин, равным 25, общее количество рассчитываемых ковариаций составит: $O_1 = (25 \cdot 25 + 25) \cdot 2 \cdot 10^7 = 1.3 \cdot 10^{10}$. Это значение может быть уменьшено за счет независимости основной матрицы $C^a(h)$ СЛАУ (8) от координат точки прогноза (x, y) .

Каждая уникальная матрица $C^a(h_m), i = \overline{1, M}$ (M – количество отсчетов по вертикали) может быть предварительно сформирована и записана в буфер для дальнейшего многократного использования. Оптимизация алгоритма в таком случае достигается за счет уменьшения общего количества математических операций. При этом оптимизированный алгоритм может быть сформулирован в виде последовательности действий (Рисунок 2):

1. Ввод размера вертикального скользящего окна K .
2. Выбор значения глубины h_m , относительно которой не была сформирована матрица $C^a(h_m), i = \overline{1, M}$, переход к пункту 3. Если таких значений нет, переход к пункту 6.
3. Выборка значений параметра F в точках измерений $\{x_i, y_i, h\}$.
4. Выборка значений сейсмического атрибута A в точках измерений $\{x_i, y_i, h\}$.
5. Формирование $C^a(h_m), i = \overline{1, M}$; расчет числа обусловленности $cond(h_m)$. Переход к пункту 2.
6. Выбор произвольной точки (x, y, h) из набора $\{x, y, h\}$, относительно которой не была осуществлена оценка параметра, переход к пункту 7. Если такой точки не существует, тогда остановка алгоритма.
7. Если $cond(h) < 10^3$, тогда переход к пункту 8. В противном случае переход к пункту 6.
8. Выборка значений сейсмического атрибута в точке прогноза (x, y, h) . Формирование правой части системы (8).
9. Решение системы уравнений; если среди полученных решений имеются отрицательные, переход к пункту 10, иначе переход к пункту 11.
10. Исключение из системы строк и столбцов, соответствующих отрицательным решениям; переход к пункту 9.
11. Расчет параметра ГИС в текущей точке прогноза по формуле (9); переход к пункту 6.

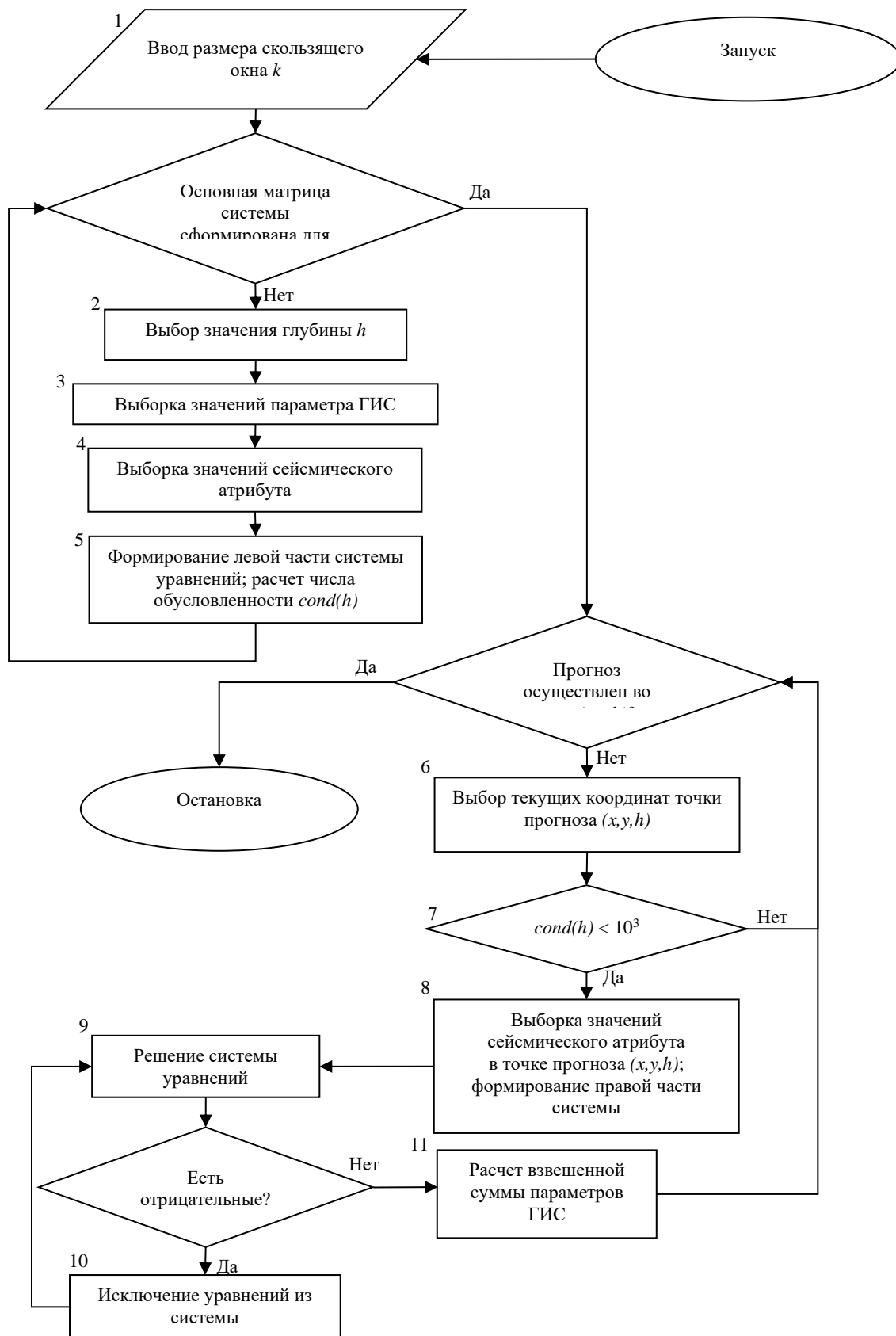


Рисунок 2 – общая схема оптимизированного алгоритма двойного Крайгинга
 Figure 2 – general scheme of the optimized double Kriging algorithm

Приведенный выше оптимизированный алгоритм двойного крайгинга предполагает предварительный расчет и повторное использование левых частей системы (8) (ковариационных матриц). Общее количество рассчитываемых ковариаций в оптимизированном алгоритме составляет $O_2=(N \cdot N+N) \cdot M$. Т. е. количество ковариаций в оптимизированном алгоритме в $\frac{O_1}{O_2} = \text{crossline} \cdot \text{inline}$ раз меньше в сравнении с алгоритмом без оптимизации. Например, для модели с количеством отсчетов, равным $O_2=100 \cdot 100 \cdot 2000=2 \cdot 10^7$ и количеством скважин, равным 25, общее количество рассчитываемых ковариаций составит: $O_2=(25 \cdot 25+25) \cdot 2000=1.3 \cdot 10^6$ (против $O_1=1.3 \cdot 10^{10}$ для алгоритма без оптимизации).

Заключение

В рамках данной статьи приводится описание метода двойного крайгинга, а также его реализация в виде алгоритма. Двойной крайгинг относится к классу геостатистических методов, является интерполяционным и реализует неоднородную модель параметра геологической среды во всем прогнозируемом объеме. Важно отметить, что в отличие от классических геостатистических аналогов, двойной крайгинг исключает вероятность получения физически недостоверной модели. Разработанный алгоритм двойного крайгинга подразумевает оценку параметра среды по формуле (9) в каждой точке трехмерной регулярной сетки $\{x,y,h\}$. Показано, что оптимизация времени работы разработанного алгоритма может быть достигнута за счет независимости основной матрицы СЛАУ (8) от координат точки прогноза (x,y) . За счет этой независимости, матрицы можно предварительно рассчитать и затем многократно использовать. Таким образом, уменьшается общее количество рассчитываемых ковариаций и, соответственно, уменьшается количество выполняемых математических операций. Показан пример, в котором количество рассчитываемых ковариаций удалось уменьшить в 10^4 раз.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Воскресенский Ю.Н. *Полевая геофизика*. М.: ООО «Издательский дом Недра»; 2010.
2. Демьянов В.В., Савельева Е.А. *Геостатистика: теория и практика*. М.: Наука; 2010.
3. Matheron G. *Traité de géostatistique appliquée*. Paris – France: Editions BGRM; 1962.
4. Ковалевский Е.В. *Геологическое моделирование на основе геостатистики*. Издательство EAGE; 2011.
5. Ермаков А.П. *Введение в сейсморазведку*. Тверь: Издательство ГЕРС; 2012.
6. Шестаков В.В. Гергет О.М. Адаптация метода двойного крайгинга к структурным факторам геологической среды. *Научный вестник новосибирского государственного университета*. 2020;1(78):119-134.
7. Kostyuchenko E., Kostyuchenko E., Meshcheryakov R., Ignatieva D., Pyatkov A., Choynzonov E., Balatskaya L. Correlation Normalization of Syllables and Comparative Evaluation of Pronunciation Quality in Speech Rehabilitation. *Lecture notes in computer science*. 2017. 10458 LNAI: 262-271.
8. Косков В.Н., Ксоков Б.В. *Геофизические исследования скважин и интерпретация данных ГИС*. Пермь: Пермский гос. техн. ун-т; 2007.
9. Бендат Дж., Пирсол А. *Прикладной анализ случайных данных: Пер с англ.* М.: Мир; 1989.
10. Тыртышников Е.Е. *Матричный анализ и линейная алгебра*. М.: Изд-во Физматлит; 2007.

REFERENCES

1. Voskresenskij Yu.N. *Polevaya geofizika [Field geophysics]*. M.: Nedra; 2010.
2. Dem'yanov V.V., Savel'eva E.A. *Geostatistika: teoriya i praktika [Geostatistics: theory and practice]*. M.: Science; 2010.
3. Matheron G. *Traité de géostatistique appliquée*. Paris – France: Editions BGRM; 1962.
4. Kovalevskij E.V. *Geologicheskoe modelirovanie na osnove geostatistiki*. EAGE Publishing; 2011.
5. Ermakov A.P. *Vvedenie v sejsmorazvedku*. Tver: GERS Publishing House; 2012.
6. Shestakov V.V., Gerget O.M. Double kriging method adaptation to the geological environment structural factors. *Nauchnyy vestnik novosibirskogo gosudarstvennogo universiteta = Scientific Bulletin of Novosibirsk State University*. 2020;1(78):119-134.
7. Kostyuchenko E., Kostyuchenko E., Meshcheryakov R., Ignatieva D., Pyatkov A., Choynzonov E., Balatskaya L. Correlation Normalization of Syllables and Comparative Evaluation of Pronunciation Quality in Speech Rehabilitation. *Lecture notes in computer science*. 2017;10458 LNAI:262-271.
8. Koskov V.N., Koskov B.V. *Well logging and GWL data interpretation*. Permian: Perm State tech. university. 2007.
9. Bendat J., Piersol A. *Analysis and Measurement Procedures*. M.: World; 1989.
10. Tyrtyshnikov E.E. *Matrix Analysis and Linear Algebra*. M.: Fizmatlit Publishing House; 2007.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ / INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Шестаков Валерий Владимирович, Shestakov Valeriy Vladimirovich,
исследователь, преподаватель-исследователь, researcher, researcher-lecturer, Tomsk
Томский национальный исследовательский National Research Polytechnic University,
политехнический университет, Томск, Tomsk, Russian Federation
Российская Федерация.
e-mail: valeriy.shestakov@inbox.ru

Гергет Ольга Михайловна, Gerget Olga Mikhailovna, Doctor of
наук, профессор Томского национального Technical Sciences, Professor of Tomsk
исследовательского политехнического National Research Polytechnic University,
университета, Томск, Российская Федерация. Tomsk, Russian Federation.
e-mail: olgagerget@mail.ru
ORCID: [0000-0002-6242-9502](https://orcid.org/0000-0002-6242-9502)

*Статья поступила в редакцию 01.09.2021; одобрена после рецензирования 16.10.2021;
принята к публикации 08.12.2021.*

*The article was submitted 01.09.2021; approved after reviewing 16.10.2021;
accepted for publication 08.12.2021.*