

УДК 519.688; 519.715

DOI: [10.26102/2310-6018/2021.35.4.025](https://doi.org/10.26102/2310-6018/2021.35.4.025)

Анализ методов решения обратной задачи кинематики модульных реконфигурируемых систем

А.А. Ерашов¹✉, Д.В. Блинов², А.И. Савельев¹

¹Санкт-Петербургский Федеральный исследовательский центр Российской академии наук, Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации Российской академии наук, Санкт-Петербург, Российская Федерация

²Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, Санкт-Петербург, Российская Федерация
erashov.a@iias.spb.su✉

Резюме: Актуальность работы обусловлена актуализацией методов решения обратной задачи кинематики применительно к различным кинематическим структурам (формациям) реконфигурируемых модульных систем. Цель работы заключается в анализе методов решения обратной задачи кинематики, которые возможно применить к различным формациям самореконфигурируемых многосвязных робототехнических систем. Проведено исследование прямой кинематики различных формаций модульных робототехнических систем на основе ранее полученных результатов исследований других ученых. Выполнен анализ методов решения обратной задачи кинематики модульных реконфигурируемых систем и произведена оценка их возможного применения для различных кинематических структур модульных систем. Рассмотрены аналитические и численные методы решения, приведены примеры практического применения. Кроме того, в работе проведен анализ различных методов машинного обучения. По результатам исследования выделены преимущества и недостатки различных методов решения обратной задачи кинематики модульных робототехнических систем. Выделены потенциально подходящие методы решения данной задачи с точки зрения вычислительной сложности, возможности применения для систем с избыточным числом степеней свободы. Среди исследованных методов зачастую рассматриваются частные решения обратной задачи кинематики. В результате проведенного анализа можно выделить направления исследований, связанные с разработкой методов машинного обучения, которые потенциально подходят для применения в задачах управления самореконфигурируемыми модульными робототехническими системами. Разработка такого метода позволит снизить количество предварительных аналитических расчетов, реализовать систему управления, которая не потребует существенных изменений алгоритмов, а также расширить возможности применения модульных систем за счет адаптации данной системы к поверхности передвижения.

Ключевые слова: модульная робототехника, модульные робототехнические системы, самореконфигурируемые модульные роботы, автономные роботы, прямая задача кинематики, обратная задача кинематики.

Благодарности: работа выполнена при поддержке РФФИ № 20-08-01109_А.

Для цитирования: Ерашов А.А., Блинов Д.В., Савельев А.И. Анализ методов решения обратной задачи кинематики модульных реконфигурируемых систем. *Моделирование, оптимизация и информационные технологии*. 2021;9(4). Доступно по: <https://moitvvt.ru/ru/journal/pdf?id=1101> DOI: 10.26102/2310-6018/2021.35.4.025

Analysis of methods for solving inverse kinematics of modular reconfigurable systems

A.A. Erashov¹, D.V. Blinov², A.I. Saveliev¹

¹*St. Petersburg Federal Research Center of the Russian Academy of Sciences (SPC RAS), St. Petersburg Institute for Informatics and Automation of the Russian Academy of Sciences, St. Petersburg, Russian Federation*

²*St. Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, St. Petersburg, Russian Federation
erashov.a@iias.spb.su*

Abstract: The relevance of this work is due to the actualization of methods for solving the inverse kinematics in relation to various kinematic structures (formations) of reconfigurable modular systems. The purpose of the work is to analyze methods for solving the inverse kinematics, which can be applied to various formations of self-configuring multilink robotic systems. A study of the forward kinematics of modular robotic systems various formations is conducted on the basis of the previously obtained research results of other scientists. The analysis of methods for solving the inverse kinematics of modular reconfigurable systems was carried out and an assessment of their possible application for various kinematic structures of modular systems was made. Analytical and numerical methods of solution were considered, and examples of practical application were also given. In addition, the paper analyzed various machine learning methods. With regard to the results of the study, the advantages and disadvantages of various methods for solving the inverse kinematics of modular robotic systems were highlighted. Potentially suitable methods for solving this problem from the point of view of computational complexity and application possibilities for systems with a redundant number of degrees of freedom are identified. Among the methods considered, particular solutions of the inverse kinematics of a certain modular reconfigurable system kinematic structure are often evaluated. As a result of the analysis, it is possible to isolate areas of research related to the development of machine learning methods that are potentially suitable for use in control problems for self-reconfiguring modular robotic systems. The development of such a method will enable to reduce the number of preliminary analytical calculations, to implement a control system that does not require significant changes in algorithms, and also to expand the possibilities of using modular systems by adapting this system to the movement surface.

Keywords: modular robotics, modular robotic systems, self-reconfigurable modular robots, autonomous robots, forward kinematics, inverse kinematics

Acknowledgements: this work is supported by RFBR No. 20-08-01109_A.

For citation: Erashov A.A., Blinov D.V., Saveliev A.I. Analysis of methods for solving inverse kinematics of modular reconfigurable systems. *Modeling, Optimization and Information Technology*. 2021;9(4). Available from: <https://moitvivr.ru/ru/journal/pdf?id=1101> DOI: 10.26102/2310-6018/2021.35.4.025 (In Russ).

Введение

Модульная робототехника – это область робототехники, которая изучает проектирование и использование роботов с изменяемой кинематической структурой, формируемой модулями с различным назначением. Современная модульная робототехника представлена большим разнообразием модульных робототехнических систем, которые благодаря возможности реконфигурации могут использоваться для широкого ряда задач: транспортировка, мониторинг, манипулирование и т. д. [1, 2]. Кроме того, модульных роботов за счет повышенной ремонтпригодности [3] и более низкой стоимости производства [4, 5] используют в качестве аналогов классическим роботам: шагающим [6] или роботам-манипуляторам [7]. В таких случаях при выходе из

строю одного из элементов поврежденный участок робота может быть заменен аналогичным модулем, вследствие чего сокращается время диагностики робототехнической системы [8]. Модульные робототехнические системы также используются в тех случаях, когда от робота требуется иметь большой набор функциональных возможностей, например, при выполнении спасательных работ и исследовании труднодоступных объектов. В этих случаях модульному роботу необходимо осуществить реконфигурацию, изменяя свою кинематическую структуру в зависимости от задачи и состояния окружающей среды [1, 9, 10].

Важным этапом создания алгоритмов управления модульной робототехнической системой является решение задач прямой и обратной кинематики каждой из доступных формаций. Прямая задача кинематики (ПЗК) заключается в определении положения каждого элемента системы в зависимости от конфигурации сочленений. Обратная задача кинематики (ОЗК) определяется как задача поиска набора подходящих конфигураций сочленений для перемещения рабочего органа системы в желаемое положение. ПЗК и ОЗК являются основными задачами кинематического анализа и синтеза. Методы и подходы к решению ПЗК и ОЗК влияют на плавность движения, скорость вычислений в системе управления и точность позиционирования элементов робота [11].

Если решение ПЗК представляет собой анализ кинематических зависимостей между элементами путем получения уравнений движения, что является стандартной процедурой кинематического анализа, то решение ОЗК может иметь множество решений [12], ввиду чего необходимо проведение дополнительного анализа и вычислений для выбора единственного решения. Вопросы, связанные с решением ОЗК, являются активным предметом исследований [13, 14].

Наиболее активно различные методы решения ОЗК применяются в робототехнике и компьютерной графике [15, 16]. В модульной робототехнике проблема поиска решения ОЗК осложняется наличием у данных систем различных конфигураций, в результате чего скорость решения и точность позиционирования элементов методов будет изменяться в зависимости от кинематической структуры системы. Кроме того, модульные робототехнические системы могут состоять из большого числа идентичных компонентов, что ведет к появлению большого числа степеней свободы (гиперизбыточности) [17], что также осложняет поиск решения.

В модульной робототехнике зачастую используют адаптируемые под каждую возможную конфигурацию методы решения ОЗК. Так, в [18, 19] представлены численные алгоритмы решения ОЗК модульной робототехнической системы с древовидной геометрией и произвольным числом модулей. Данные алгоритмы основаны на совмещении различных итерационных методов и предложены с целью поиска таких решений ОЗК, которые позволили бы увеличить точность позиционирования рабочего органа.

Другой метод решения ОЗК модульных робототехнических систем основан на анализе модульного робота [17], который разбивается на отдельно рассматриваемые модули, решение ОЗК заключается в поиске состояний сочленений данных модулей. Также ОЗК модульного робота может быть решена при помощи комбинированного метода, основанного на итерационных вычислениях и генетическом алгоритме [17]. Применение данного метода позволило увеличить скорость и точность решения ОЗК по сравнению с использованием численного метода.

Рассмотренные методы решения ОЗК модульных роботов относятся к итерационным, поэтому данные методы не гарантируют нахождение глобального экстремума и предоставляют несколько возможных решений. Кроме того, для большинства таких методов характерна низкая скорость сходимости и высокая вычислительная сложность [20]. Хотя данные методы позволяют успешно решать ОЗК

различных формаций модульных робототехнических систем, они имеют свои недостатки: итерационные методы не отражают решение проблемы гиперизбыточности и имеют низкую скорость вычислений. В связи с этим является актуальным поиск метода решения ОЗК, с помощью которого возможна реализация управления реконфигурируемым модульным роботом с варьируемым числом модулей в режиме реального времени. Целью работы является поиск таких универсальных методов. Под универсальностью здесь подразумевается возможность решения задач кинематики для различных формаций, что не потребует при этом существенных изменений в алгоритмах управления робототехническим средством. Однако перед тем, как более детально рассматривать конкретные методы, следует рассмотреть предмет исследований – модульную реконфигурируемую систему, а также сопутствующие особенности кинематического анализа данной системы.

Кинематический анализ модульных робототехнических систем

Кинематический анализ модульной системы и решение ПЗК могут обеспечить определение метода решения ОЗК. В рамках модульной робототехнической системы данный кинематический анализ заключается в рассмотрении кинематических схем тех формаций, в которые может реконфигурироваться модульная робототехническая система.

Для дальнейшего исследования методов решения ОЗК и их оценки необходимо рассмотреть конкретные формации модульных робототехнических систем и произвести их кинематический анализ. По результатам проведенного анализа [21] были выделены структуры многозвенных систем, которые наиболее часто используются: «змея», «манипулятор», «четырёхколесная платформа», шагающие формации, а также формации качения.

Наиболее простой формацией, с точки зрения кинематического анализа, является «четырёхколесная платформа». Она может представлять собой I-образное соединение модулей [22, 23]. Структурно-кинематическая схема формации «четырёхколесная платформа» на примере модулей МАРС [24] представлена на Рисунке 1а.

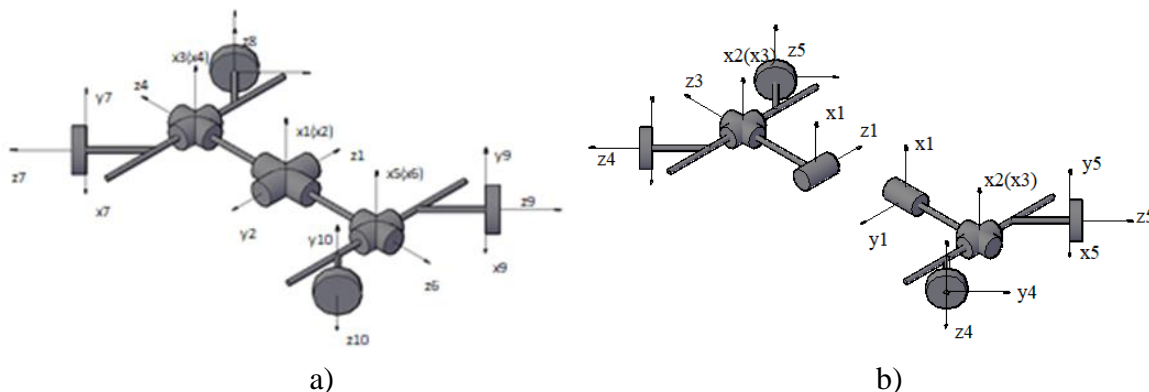


Рисунок 1 – Структурно-кинематические схемы формации «четырёхколесная платформа»: а) формация, образованная модулями МАРС; б) пример разбиения кинематической структуры

Figure 1 – Structural and kinematic diagram of the «four-wheeled platform» formation: a) formation formed by MARS modules; b) separation example of the kinematic structure

Пусть базовая система отсчета $X_1Y_1Z_1$ данной формации располагается в центре данной системы. Также можно отметить, что каждый отдельный модуль зачастую проектируется с двумя или тремя поворотными степенями свободы относительно двух

или трех взаимно перпендикулярных осей. В связи с этим возможно разделить приведенную структуру на 2 части. Для случая модулей МАРС каждая из таких частей будет иметь по 3 степени свободы (Рисунок 1b). Таким образом, при расчете ОЗК и ПЗК можно рассматривать две части данной формации по отдельности и использовать центральный элемент формации «машина» как базовую систему отсчета. Для данной формации ввиду небольшого количества сочленений возможно получить аналитическое решение ОЗК с помощью параметров Денавида-Хартенберга. Уравнения, построенные по этим параметрам, позволяют существенно сократить вычислительные затраты [12]. Применение параметров Денавида-Хартенберга для решения ОЗК представлено в [25].

Структуры «манипулятор» и «змея» имеют схожие кинематические схемы [7, 26], поэтому для поиска решения ПЗК и ОЗК можно использовать одни и те же методы. Основными особенностями данных формаций являются переменное число модулей и неподвижная первая система отсчета (Рисунок 2), что является необходимым допущением для решения ПЗК и ОЗК.

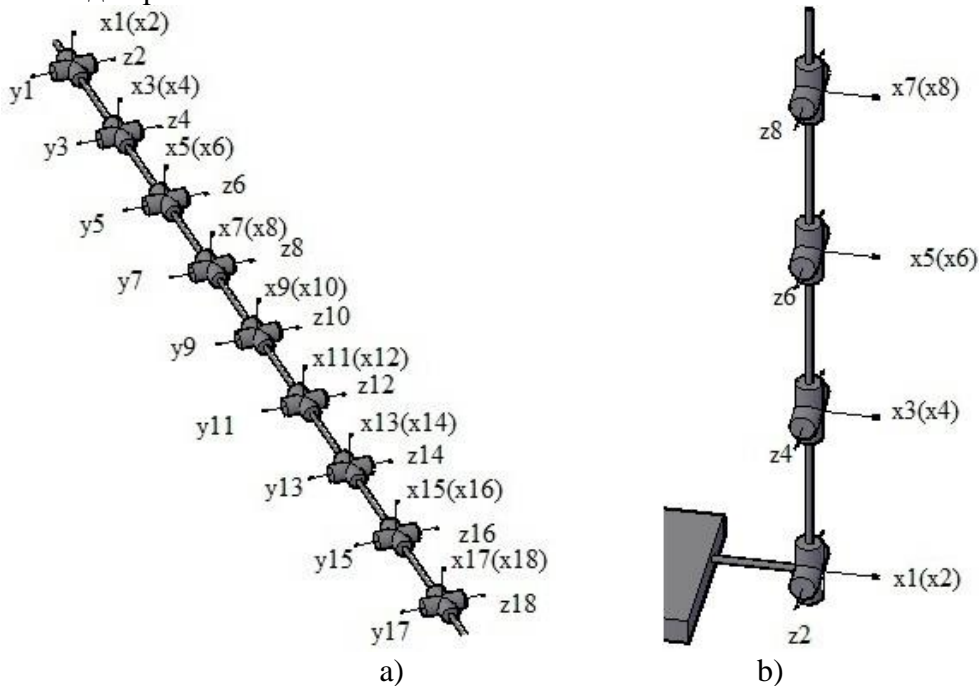


Рисунок 2 – Структурно-кинематические схемы формаций: а) «змея»; б) «манипулятор»

Figure 2 – Structural and kinematic diagram of the formations: a) «snake»; b) «manipulator»

На Рисунке 2 неподвижными являются системы отсчета $X_1Y_1Z_1$. Расчет ПЗК и ОЗК производится только для «подвижной» части, поскольку, как было отмечено выше, подразумевается, что основание имеет всегда фиксированное положение. Решение ОЗК данных формаций может быть осложнено большим количеством модулей, то есть гиперизбыточностью с точки зрения степеней свободы. В связи с этим необходимо использовать подходящие методы решения ОЗК. К таким методам относят масштабируемый метод Ньютона-Расфора. Данный метод был успешно применен для решения ОЗК модульной робототехнической системы [27].

Наиболее сложной для кинематического анализа является формация «квадропод» [6, 28, 29]. Для расчета ПЗК и ОЗК данной структуры (Рисунок 3а), заметим, что она состоит из 4 идентичных соединений модулей, поэтому возможно выделить из данной структуры одну часть и решить для нее ПЗК и ОЗК. На Рисунке 3б приведена кинематическая схема педипулятора данной структуры.

Таким образом, в качестве метода решения ОЗК данной кинематической структуры можно выбрать стандартный метод решения данной задачи для систем с последовательно соединенными звеньями. Так, в [30] представлено решение ОЗК немодульного шагающего робота с четырьмя педипуляторами путем решения ОЗК его составных частей. Для некоторых шагающих роботов с четырьмя педипуляторами возможно имитировать походку четвероногих животных [31, 32]. Для этого необходимо рассматривать полную кинематическую схему робототехнического средства. Метод решения ОЗК, при котором учитывается взаимное положение педипуляторов и сохраняется их плавность движений, предложен в [33]. Рассмотренный метод показал свою работоспособность для решения ОЗК квадропода. Отметим, что рассмотренные методы имеют потенциальную возможность применения для решения ОЗК аналогичных формаций модульных робототехнических систем.

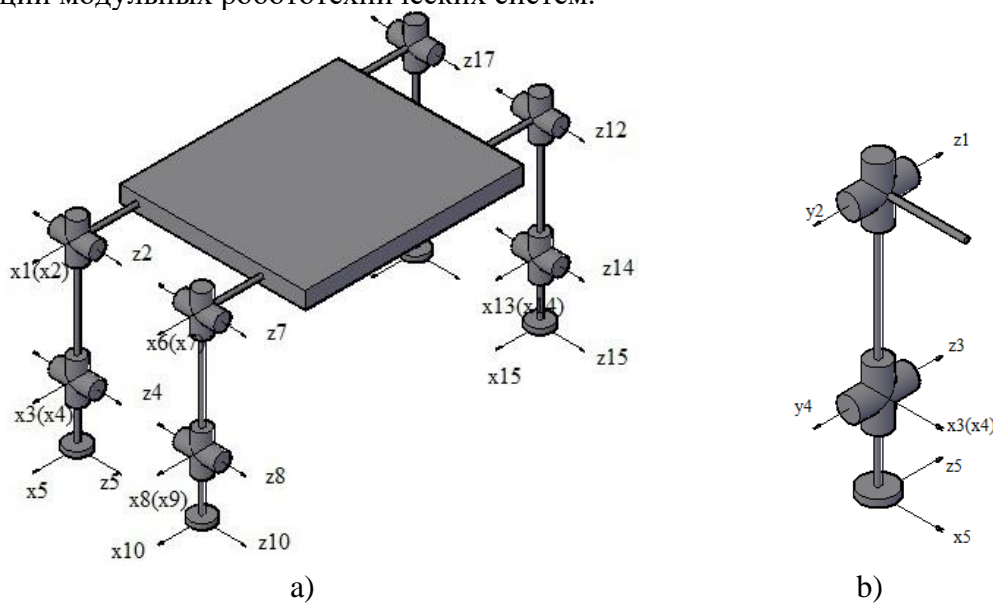


Рисунок 3 – Формация «паук» («квадропод»): а) структурно-кинематическая схема; б) кинематическая схема педипулятора
 Figure 3 – «Spider» («quadropod») formation: a) structural and kinematic diagram; b) kinematic diagram of the pedipulator

Формация «колесо» имеет замкнутую кинематическую структуру [28, 34, 35], пример такой структуры показан на Рисунке 4. Изображенная на данном рисунке формация состоит из 10 модулей и имеет 20 сочленений.

Поскольку данная структура не имеет определенного рабочего органа, необходимо использовать специальные методы решения ОЗК, которые учитывают ее замкнутую структуру. Пример интеграции решения ОЗК в систему управления модульной робототехнической системы, состоящей из 14 модулей, образующих формацию «колесо», был представлен в [34]. В данной работе ОЗК была решена аналитически путем выведения зависимости центра тяжести от состояний сочленений.

Таким образом, если рассматривать каждую формацию по отдельности, то возможно выделить методы, которые были успешно применены для решения ОЗК в случаях с формациями «колесо», «змея», «манипулятор» и другими аналогичными формациями, а также в случаях с формациями «квадропод», «машина» и иными формациями со схожей геометрией. Однако в представленных работах не рассматриваются вопросы, связанные с применением методов решения ОЗК для управления многозвенными системами в различных конфигурациях.

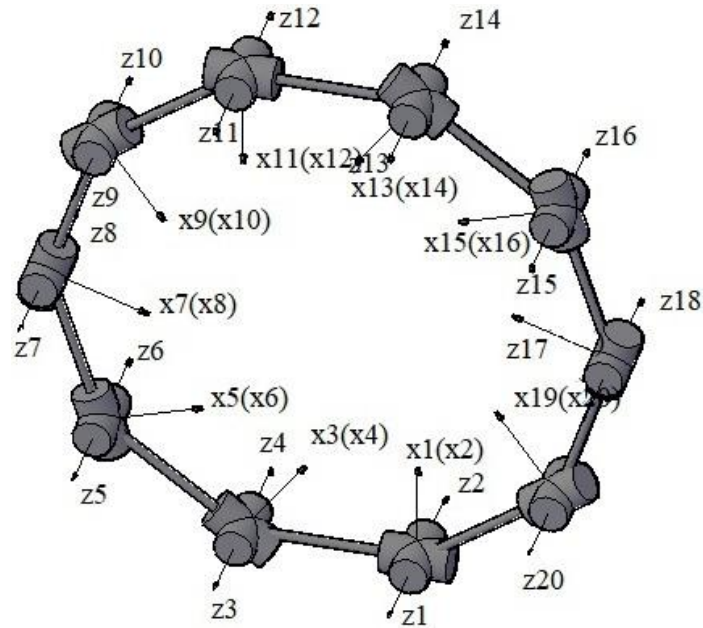


Рисунок 4 – Структурно-кинематическая схема формации «колесо»
 Figure 4 – Structural and kinematic diagram of the «wheel-loop» formation

Анализ методов решения обратной задачи кинематики

Как было заключено ранее, существуют методы, подходящие для решения ОЗК отдельных формаций. Однако в данных работах не рассматриваются вопросы, связанные с решением ОЗК различных формаций одной и той же модульной системы. Для решения ОЗК большинства модульных робототехнических систем возможно использовать методы, которые применяются для решения ОЗК роботов-манипуляторов, поскольку манипуляторы и различные формации модульных систем имеют схожую геометрию. К методам решения ОЗК манипуляторов и других форм робототехнических средств в целом относятся аналитические и численные методы, а также методы машинного обучения.

Аналитические методы решения ОЗК подразделяются на алгебраические и геометрические. Решения ОЗК с помощью алгебраических методов представлены в [12, 36, 37]. Данный тип методов заключается в выражении зависимости обобщенных координат от координат рабочего органа робототехнической системы путем обратных преобразований. Преимуществами данной группы методов являются высокая точность решения ОЗК и определение этого решения для любой точки рабочего пространства. Однако в таких методах могут присутствовать случаи кинематической неопределенности при увеличении количества звеньев, то есть одному и тому же положению рабочего органа могут соответствовать две или более конфигураций, например, манипулятора. А если робототехническая система имеет более двух сочленений, вращающихся параллельно, или обладает более чем шестью степенями свободы, количество возможных решений ОЗК стремится к бесконечности. Применение данного метода для решения ОЗК модульных робототехнических систем является сравнительно эффективным по критериям скорости решения и их множественности, когда модульная робототехническая система состоит из малого количества модулей и их число не приводит к возникновению кинематической неопределенности.

Геометрические методы основываются на разложении пространственной геометрии конструкции робота на несколько геометрических задач на плоскости, решение которых дает общее решение ОЗК [12, 38]. Геометрические методы имеют

меньшую вычислительную сложность решения ОЗК по сравнению с алгебраическими, что может положительно сказаться на скорости расчета ОЗК модульной робототехнической системы. Однако область применения геометрических методов ограничена вследствие потенциального наличия у робота существенных конструктивных особенностей, которые могут сделать невозможным разбиение геометрии робота.

В целом применение аналитических методов для решения ОЗК модульных робототехнических систем является наименее перспективным из-за особенностей геометрии такого рода систем. Ввиду того, что модульные робототехнические системы имеют возможность изменять кинематическую структуру, применение аналитических методов может породить вариативное множество возможных решений ОЗК. Это может привести к различным допущениям при решении ОЗК, что, в свою очередь, может ограничить часть потенциальных решений, позволяющих достичь более высокой точности позиционирования в целевой точке.

Численные методы решения ОЗК зачастую используются в случае отсутствия решений ОЗК при использовании аналитических методов и невозможности применения геометрических подходов в связи с особенностями конструкции исследуемого робота. К численному способу решения ОЗК относится алгоритм New Inverse Kinematics Algorithm (NIKA) [39]. NIKA – итерационный алгоритм, который минимизирует ошибку позиционирования рабочего органа манипулятора путем приближения рабочего органа манипулятора к целевой точке. Каждое звено манипулятора имеет свою связанную систему координат, относительно которой описывается его движение. К преимуществам данного метода можно отнести простоту практического применения за счет представления уравнений кинематики с помощью методики Денавита-Хартенберга, что позволяет использовать алгоритм для решения ОЗК роботов с различной геометрией. Однако применение данного алгоритма требует предварительного кинематического анализа робота. Кроме того, NIKA имеет высокую вычислительную сложность, которая обусловлена большим количеством матричных вычислений.

Во избежание использования матричных представлений может быть использован эвристический метод «прямого и обратного следования» Forward and Backward Reaching Inverse Kinematic (FABRIK) [40, 41]. Данный метод определяет обновленную позицию звена манипулятора посредством вычисления точки на прямой, которая соединяет текущее положение i -го узла системы с обновленным положением $i+1$ узла. FABRIK имеет высокую скорость сходимости. Для поиска решения ОЗК требуется несколько итераций. При увеличении числа звеньев существенно возрастают вычислительные затраты, что делает применение FABRIK неэффективным для формаций с гиперизбыточностью. Однако метод может применяться к формации «квадропод», поскольку данная формация после разбиения имеет ограниченное число звеньев. Эффективность данного метода в поиске решения ОЗК для шагающих роботов была успешно продемонстрирована в [20]. В работе показано, что применение метода FABRIK позволяет получить высокую точность позиционирования звеньев системы и плавность их движения.

Другим численным методом решения ОЗК является метод Ньютона-Рафсона [42-44]. Данный метод решения ОЗК заключается в нахождении корней системы нелинейных уравнений, используя приближение первого порядка. При этом данный метод обладает медленной сходимостью для случаев со значительным количеством нелинейностей в исходных уравнениях. Также данный метод не позволяет найти решения уравнений в особых точках матрицы Якоби (он не сходится, когда существует бесконечное количество решений), что является основным недостатком данного метода. В связи с этим применение метода Ньютона-Рафсона для решения ОЗК модульных

робототехнических систем, которые имеют цепную архитектуру, невозможно, так как существуют конфигурации, при которых число возможных решений ОЗК стремится к бесконечности.

Устранить главный недостаток метода Ньютона-Рафсона возможно с помощью градиентного нелинейного алгоритма [45, 46]. Этот метод не использует обратную матрицу Якоби и преобразует обратную задачу кинематики в эквивалентную задачу минимизации ошибки по положению. Однако из-за того, что вектор градиента целевой функции вычисляется численно и кинематические уравнения робототехнических систем являются нелинейными, значительно возрастают вычислительные затраты при применении данного подхода.

Таким образом, основной проблемой, связанной с решением ОЗК с помощью численных методов, является их вычислительная сложность. Кроме того, для каждой новой конфигурации модульной робототехнической системы требуется проводить дополнительный кинематический анализ, что еще больше снижает применимость соответствующих подходов к модульным робототехническим средствам. Однако их возможно применять для решения ОЗК отдельных формаций, которые имеют небольшое число степеней свободы. Кроме того, использование численных методов позволяет решать ОЗК систем с замкнутой геометрией, что делает возможным их использование для формации «колесо».

Методы решения ОЗК на основе машинного обучения включают в себя нейросетевые методы, методы с использованием генетических алгоритмов, ДСМ-метод, методы, основанные на обучении с подкреплением. При использовании нейросетевых методов, как правило, применяется парадигма обучения с учителем для некоторой рассматриваемой нейронной сети [47-49]. Для этого формируется случайная выборка значений углов сочленений манипулятора. Далее на основе полученной выборки определяются координаты рабочего органа и формируются пары угол-координата. Данные пары отправляются в нейронную сеть для обучения модели, которая впоследствии будет использована для решения ОЗК. Такой метод применим для манипуляторов с неограниченным количеством звеньев и может работать в режиме реального времени. Недостатком нейросетевых методов является сложность получения репрезентативной обучающей выборки. Для цепных формаций модульных робототехнических систем данный метод более эффективен, поскольку позволяет формировать обучающие выборки сразу для нескольких структур с разным набором модулей, что делает нейросетевой метод универсальным.

Генетические алгоритмы основаны на применении механизмов естественной эволюции: мутации, скрещивания и отбора [50-52]. Такие алгоритмы используются для непосредственного поиска углов в сочленениях манипулятора или формирования выборок для обучения нейронных сетей. Применение генетических алгоритмов для решения ОЗК манипуляторов показало высокую точность решения задачи [53], что говорит о потенциальной применимости генетических алгоритмов для решения ОЗК модульных роботов.

Среди методов машинного обучения можно выделить ДСМ-метод. Это метод автоматического порождения гипотез, который использует аппарат формальной логики, оперируя свойствами множеств изучаемых объектов, представляя их в виде структурированной базы данных с неполной информацией [54]. На основании этих свойств с помощью ДСМ-метода возможно получить гипотезы о связях (причинах) свойств и признаков, а также гипотезы относительно наличия или отсутствия изначально неизвестных целевых признаков объектов [54]. В [55] ДСМ-метод используется для создания системы управления шагающим роботом с четырьмя педипуляторами. В данном случае для обучения была использована математическая модель робота и методы

кинематики. Использование ДСМ-метода по сравнению с нейросетевыми методами показало более высокую скорость обучения, а также высокую скорость расчета ОЗК, что способствует повышению безотказности работы системы управления в режиме реального времени. Однако использование данного метода для решения ОЗК модульных робототехнических систем осложнено тем, что данный метод не имеет широкого распространения в модульной робототехнике: в этой области с помощью ДСМ-метода не было получено достаточно результатов, чтобы можно было сделать выводы о возможностях масштабирования и использования данного метода для систем с гиперизбыточностью. В связи с этим применение данного метода к разнообразным формациям модульных робототехнических систем и формациям с гиперизбыточностью требует дополнительных исследований.

Обучение с подкреплением заключается в обучении агента посредством его взаимодействия с некоторой средой. За каждое действие агент получает вознаграждение или штраф. Обучение с подкреплением для решения ОЗК различных робототехнических систем [56-58] зачастую использует в качестве функции награды функцию расстояния между рабочим органом робототехнического средства и его целевым положением, а в качестве действий – итеративные приращения углов в сочленениях.

Наиболее популярным алгоритмом обучения с подкреплением является глубокое Q-обучение. Применение глубокого Q-обучения для решения ОЗК показано в [57]. Исследование было направлено на поиск оптимального положения мягкого хирургического шестизвенного манипулятора с 6 степенями свободы. При этом в качестве критерия успешности решения ОЗК использовалось время достижения рабочим органом целевой точки. Применение методов машинного обучения и, в частности, методов обучения с подкреплением показывает перспективные результаты и может позволить успешно решать ОЗК модульных робототехнических систем. Данные методы возможно применить к различным формациям модульной робототехнической системы без дополнительных или значительных модификаций алгоритмов управления.

Выделенные в результате анализа преимущества и недостатки различных групп методов сведены в Таблицу 1.

Таким образом, для решения ОЗК модульного робота могут быть использованы аналитические и численные методы, а также методы машинного обучения. Аналитические методы позволяют найти решение ОЗК для любой точки рабочего пространства с высокой точностью, однако для них характерны множественность решений и неопределенность, связанная с кинематической неоднозначностью. Данные методы применимы к роботам с малым количеством модулей, вместе с тем при реконфигурации системы или изменении числа модулей необходимо заново решить ОЗК. Аналитические методы требуют выполнения предварительных преобразований кинематических уравнений и расчетов, что делает их неэффективными для применения в модульных робототехнических системах. Численные методы предотвращают возникновения множественности решений ОЗК, но имеют высокую вычислительную сложность и не являются универсальными. В отличие от аналитических и численных методов, вычислительная сложность методов машинного обучения не зависит от числа модулей при работе в режиме реального времени. Методы данного класса так же, как и численные методы, предполагают отход от проведения расчетов вручную и, кроме того, за счет предварительного обучения снижают вычислительные затраты при управлении модульной робототехнической системой в режиме реального времени.

Таблица 1 – Преимущества и недостатки методов решения ОЗК с точки зрения применения к модульным реконфигурируемым системам

Table 1 – Advantages and disadvantages of the methods of solving inverse kinematics applying to modular reconfigurable systems

Методы Methods	Преимущества Advantages	Недостатки Disadvantages
Аналитические Analytical	Высокая точность, сравнительно низкая вычислительная сложность	Множественность решений, требуют повторный кинематический анализ после реконфигурации
Численные Numerical	Нет множественности решений ОЗК	Высокая вычислительная сложность для систем с более 6 степенями свободы, требуют повторный кинематический анализ после реконфигурации
Машинное обучение Machine Learning	Нет необходимости в подробных сведениях о системе, масштабируемость	Сложно получить репрезентативную обучающую выборку

Наиболее предпочтительным типом методов машинного обучения является обучение с подкреплением, поскольку такие подходы сочетают в себе все преимущества нейросетевых методов, а также существенно упрощают получение репрезентативной обучающей выборки. Методы решения ОЗК на основе обучения с подкреплением являются масштабируемыми и могут быть использованы для различных конфигураций модульных робототехнических средств, так как не требуют детальной информации об исследуемой системе. В этом случае задача описывается с помощью механизма подкрепления и окружающей среды, поэтому один и тот же алгоритм может быть применен для обучения различных формаций модульной системы, несмотря на их различия. Таким образом, для решения ОЗК модульных робототехнических систем являются потенциально применимыми такие методы машинного обучения, как ДСМ-метод [55], а также методы обучения с подкреплением, в частности, алгоритм глубокого Q-обучения [59].

Заключение

В работе были рассмотрены различные методы, которые позволяют решать ОЗК для определенных формаций модульных робототехнических систем. Было выявлено, что в приведенных исследованиях решение ОЗК рассматривается с позиции одной кинематической структуры, которая образована модульной системой. В связи с этим актуален вопрос поиска методов, которые позволяют адаптироваться к той или иной формации модульной робототехнической системы, и решать ОЗК без значительных затрат времени и вмешательства в систему управления. Поэтому в настоящей работе были дополнительно рассмотрены методы решения ОЗК, которые относятся к группам аналитических и численных методов, а также к методам машинного обучения. По результатам анализа были выделены методы, которые потенциально подходят под введенный критерий универсальности метода решения ОЗК модульной робототехнической системы. Среди таких методов были выделены методы обучения машинного обучения такие, как, например, ДСМ-метод и обучение с подкреплением.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Yim M., Duff D.G., Roufas K. Modular reconfigurable robots, an approach to urban search and rescue. *1st Intl. Workshop on Human-friendly Welfare Robotics Systems*. 2000:69–76.
2. Støy K. Reconfigurable robots. *Springer Handbook of Computational Intelligence*. Springer, Berlin, Heidelberg. 2015:1407-1421. https://doi.org/10.1007/978-3-662-43505-2_73.
3. Brunete A., Ranganath A., Segovia S., de Frutos J.P., Hernando M., Gambao E. Current trends in reconfigurable modular robots design. *International Journal of Advanced Robotic Systems*. 2017;14(3):1729881417710457. <https://doi.org/10.1177/1729881417710457>.
4. Liu J., Zhang X., Hao G. Survey on research and development of reconfigurable modular robots. *Advances in Mechanical Engineering*. 2016;8(8):1687814016659597. <https://doi.org/10.1177/1687814016659597>.
5. Jones A.B., Cameron T., Eichholz B., Loegering D., Kray T., Straub J. Self-reconfiguring modular robot learning for lower-cost space applications. *2019 IEEE Aerospace Conference. IEEE*. 2019:1-6. <https://doi.org/10.1109/AERO.2019.8742133>.
6. Pacheco M., Fogh R., Lund H.H., Christensen D.J. Fable II: Design of a modular robot for creative learning. *2015 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). IEEE*. 2015:6134-6139. <https://doi.org/10.1109/ICRA.2015.7140060>.
7. Li Y., Zhu S., Wang Z., Zhang L., Ma X., Cui Z. The kinematics analysis of a novel self-reconfigurable modular robot based on screw theory. *DEStech Transactions on Engineering and Technology Research*. 2016. DOI: 10.12783/dtetr/mime2016/10196.
8. Feczko J., Manka M., Krol P., Giergiel M., Uhl T., Pietrzyk A. Review of the modular self-reconfigurable robotic systems. *2015 10th International Workshop on Robot Motion and Control (RoMoCo). IEEE*. 2015:182-187. <https://doi.org/10.1109/RoMoCo.2015.7219733>.
9. Yim M., Shen W.M., Salemi B. et al. Modular self-reconfigurable robot systems [grand challenges of robotics]. *IEEE Robotics & Automation Magazine*. 2007;14(1):43–52. <https://doi.org/10.1109/MRA.2007.339623>.
10. Blinov D., Vatamaniuk I., Saveliev A. Method for Reconfiguring Kinematic Structure of Modular Robots Using Deep Reinforcement Learning. *Proceedings of the Computational Methods in Systems and Software. Springer, Cham*. 2021:443–451. https://doi.org/10.1007/978-3-030-90321-3_36.
11. Singh T.P., Suresh P., Chandan S. Forward and inverse kinematic analysis of robotic manipulators. *International Research Journal of Engineering and Technology (IRJET)*. 2017;4(2):1459–1468.
12. Craig J.J. Introduction to Robotics: mechanics and control. 2009:408 p.
13. Kelemen M., Virgala I., Lipták T., Miková L., Filakovský F., Bulej V.A. novel approach for a inverse kinematics solution of a redundant manipulator. *Applied Sciences*. 2018;8(11):2229. <https://doi.org/10.3390/app8112229>.
14. Martín A., Barrientos A., Del Cerro J. The natural-CCD algorithm, a novel method to solve the inverse kinematics of hyper-redundant and soft robots. *Soft robotics*. 2018;5(3):242–257. <https://doi.org/10.1089/soro.2017.0009>.
15. Merlet J.P. A new generic approach for the inverse kinematics of cable-driven parallel robot with 6 deformable cables. *Advances in Robot Kinematics 2016. Springer, Cham*. 2018:209-216. https://doi.org/10.1007/978-3-319-56802-7_22.
16. Aristidou A., Lasenby J., Chrysanthou Y., Shamir A. Inverse kinematics techniques in computer graphics: A survey. *Computer Graphics Forum*. 2018;37(6):35–58. <https://doi.org/10.1111/cgf.13310>.

17. Wu W., Guan Y., Li H., Su M., Zhu H., Zhou X., Zhang H. Task-oriented inverse kinematics of modular reconfigurable robots. *2013 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics*. IEEE. 2013:1187–1192. <https://doi.org/10.1109/AIM.2013.6584255>.
18. Chen I.M., Yang G., Kang I.G. Numerical inverse kinematics for modular reconfigurable robots. *Journal of Robotic Systems*. 1999;16(4):213–225. [https://doi.org/10.1002/\(SICI\)1097-4563\(199904\)16:4%3C213::AID-ROB2%3E3.0.CO;2-Z](https://doi.org/10.1002/(SICI)1097-4563(199904)16:4%3C213::AID-ROB2%3E3.0.CO;2-Z).
19. Chen W., Chen I.M., Lim W.K., Yan, G. Cartesian coordinate control for redundant modular robots. *Smc 2000 conference proceedings. 2000 iee international conference on systems, man and cybernetics. 'cybernetics evolving to systems, humans, organizations, and their complex interactions'*. 2000;5:3253–3258. <https://doi.org/10.1109/ICSMC.2000.886505>.
20. Aristidou A., Lasenby J. Inverse kinematics: a review of existing techniques and introduction of a new fast iterative solver. 2009.
21. Савельев А.И., Блинов Д.В., Ерашов А.А. Выбор кинематической структуры модульной робототехнической системы в зависимости от типа поверхности передвижения. *Известия Юго-Западного государственного университета*. 2021;25(3). (в печати).
22. Neubert J., Lipson H. Soldercubes: a self-soldering self-reconfiguring modular robot system. *Autonomous Robots*. 2016;40(1):139-158. <https://doi.org/10.1007/s10514-015-9441-4>.
23. Jing G., Tosun T., Yim M., Kress-Gazit H. Accomplishing high-level tasks with modular robots. *Autonomous Robots*. 2018;42(7):1337-1354. <https://doi.org/10.1007/s10514-018-9738-1>.
24. Pavliuk N.A., Krestovnikov K.D., Pykhov D.E. Mobile autonomous reconfigurable system. *Problemele energeticii regionale*. 2018;1:125–135. DOI: 10.5281/zenodo.1217296.
25. Rocha C.R., Tonetto C.P., Dias A. A comparison between the Denavit–Hartenberg and the screw-based methods used in kinematic modeling of robot manipulators. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*. 2011;27(4):723–728. <https://doi.org/10.1016/j.rcim.2010.12.009>.
26. Pfozter L., Ruehl S., Heppner G., Roennau A., Dillmann R. KAIRO 3: A modular reconfigurable robot for search and rescue field missions. *2014 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics (ROBIO 2014)*. IEEE. 2014:205–210. <https://doi.org/10.1109/ROBIO.2014.7090331>.
27. Chen I.M., Yang G. Inverse kinematics for modular reconfigurable robots. *Proceedings. 1998 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. IEEE. 1998;2:1647–1652. <https://doi.org/10.1109/ROBOT.1998.677390>.
28. Zhao J., Cui X., Zhu Y., Tang S. UBot: a new reconfigurable modular robotic system with multimode locomotion ability. *Industrial Robot: An International Journal*. 2012:178–190. <https://doi.org/10.1108/01439911211201645>.
29. Zhu Y., Bie D., Iqbal S., Wang X., Gao Y., Zhao J. A simplified approach to realize cellular automata for ubot modular self-reconfigurable robots. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*. 2015;79(1):37-54. <https://doi.org/10.1007/s10846-014-0084-z>.
30. Park H., Kwak B., Bae J. Inverse kinematics analysis and COG trajectory planning algorithms for stable walking of a quadruped robot with redundant DOFs. *Journal of Bionic Engineering*. 2018;15(4):610-622. <https://doi.org/10.1007/s42235-018-0050-8>.
31. Biswal P., Mohanty P.K. Development of quadruped walking robots: A review. *Ain Shams Engineering Journal*. 2021;12(2):2017-2031. <https://doi.org/10.1016/j.asej.2020.11.005>.

32. Espinal A., Rostro-Gonzalez H., Carpio M. et al. Quadrupedal robot locomotion: a biologically inspired approach and its hardware implementation. *Computational intelligence and neuroscience*. 2016;2016. <https://doi.org/10.1155/2016/5615618>.
33. Atique M.M.U., Sarker M.R.I., Ahad M.A.R. Development of an 8DOF quadruped robot and implementation of Inverse Kinematics using Denavit-Hartenberg convention. *Heliyon*. 2018;4(12). <https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2018.e01053>.
34. Sastra J., Chitta S., Yim M. Dynamic rolling for a modular loop robot. *The International Journal of Robotics Research*. 2009;28(6):758-773. <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2018.11.004>.
35. Wang X., Jin H., Zhu Y., Chen B., Bie D., Zhang Y., Zhao J. Serpenoid polygonal rolling for chain-type modular robots: A study of modeling, pattern switching and application. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*. 2016;39:56–67. <https://doi.org/10.1016/j.rcim.2015.12.003>.
36. Peiper D.L. The kinematics of manipulators under computer control (No. CS-116). *Stanford Univ Ca Dept Of Computer Science*. 1968.
37. Колтыгин Д.С., Седельников И.А., Петухов Н.В. Аналитический и численный методы решения обратной задачи кинематики для робота Delta. *Вестник Иркутского государственного технического университета*. 2017;21(5):87–96.
38. Gupta A., Bhargava P., Agrawal S., Deshmukh A., Kadam B. Comparative Study of Different Approaches to Inverse Kinematics. *International Conference on Advances in Computing and Data Sciences*. Springer, Singapore. 2018:556–563. https://doi.org/10.1007/978-981-13-1813-9_55.
39. Kucuk S., Bingul Z. Inverse kinematics solutions for industrial robot manipulators with offset wrists. *Applied Mathematical Modelling*. 2014;38(7-8):1983–1999. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2013.10.014>.
40. Aristidou A., Lasenby J. FABRIK: A fast, iterative solver for the Inverse Kinematics problem. *Graphical Models*. 2011;73(5):243–260. <https://doi.org/10.1016/j.gmod.2011.05.003>.
41. Iakovlev R., Denisov A., Prakupovich R. Iterative method for solving the inverse kinematics problem of multi-link robotic systems with rotational joints. *Proceedings of 14th International Conference on Electromechanics and Robotics “Zavalishin's Readings”*. Springer, Singapore. 2020:237-251. https://doi.org/10.1007/978-981-13-9267-2_20.
42. Kumar V., Sen S., Roy S.S., Das S.K., Shome S.N. Inverse kinematics of redundant manipulator using interval newton method. *Int. J. Eng. Manuf. (IJEM)*. 2015;5(2):19–29. DOI: 10.5815/ijem.2015.02.03.
43. Angeles J. On the numerical solution of the inverse kinematic problem. *The International Journal of Robotics Research*. 1985;4(2):21-37. <https://doi.org/10.1177/027836498500400203>.
44. Uicker Jr J.J., Denavit J., Hartenberg R.S. An iterative method for the displacement analysis of spatial mechanisms. 1964;31(2):309-314. <https://doi.org/10.1115/1.3629602>.
45. Goldenberg A.A., Apkarian J.A., Smith H.W. A new approach to kinematic control of robot manipulators. 1987;109(2):97-103. <https://doi.org/10.1115/1.3143843>.
46. Hall Jr A.S., Root R.R., Sandgren E. A dependable method for solving matrix loop equations for the general three-dimensional mechanism. 1977;99(3):547–550. <https://doi.org/10.1115/1.3439277>.
47. Almusawi A.R.J., Dülger L.C., Kapucu S. A new artificial neural network approach in solving inverse kinematics of robotic arm (denso vp6242). *Computational intelligence and neuroscience*. 2016;2016. <https://doi.org/10.1155/2016/5720163>.

48. Duka A.V. Neural network based inverse kinematics solution for trajectory tracking of a robotic arm. *Procedia Technology*. 2014;12:20–27. <https://doi.org/10.1016/j.protcy.2013.12.451>.
49. Смирнов П.А., Яковлев Р.Н. Решение прямой и обратной задач кинематики в системе позиционирования звеньев манипулятора. *Мехатроника, автоматизация, управление*. 2019;20(12):732-739. <https://doi.org/10.17587/mau.20.732-739>.
50. Momani S., Abo-Hammour Z.S., Alsmadi O.M.K. Solution of inverse kinematics problem using genetic algorithms. *Applied Mathematics & Information Sciences*. 2016;10(1):225. http://dx.doi.org/10.12785/amis/Solution*of*inverse*kinematics*problem.
51. Starke S. A Hybrid Genetic Swarm Algorithm for Interactive Inverse Kinematics. *Diss. Universität Hamburg, Fachbereich Informatik*. 2016.
52. El-Sherbiny A., Elhosseini M.A., Haikal A.Y. A comparative study of soft computing methods to solve inverse kinematics problem. *Ain Shams Engineering Journal*. 2018;9(4):2535-2548. <https://doi.org/10.1016/j.asej.2017.08.001>.
53. Галемов П.Т., Масальский Г.Б. Комбинированный поисковой метод решения обратной задачи кинематики многозвеного манипулятора. *Мехатроника, автоматизация, управление*. 2018;19(7):464-473. <https://doi.org/10.17587/mau.19.464-473>.
54. Добрынин Д.А. Принципы построения обучаемой системы управления для задачи управления экзоскелетом. *Экстремальная робототехника*. 2017;1(1):297–301.
55. Dobrynin D. Simulation of Trainable Control System for Quadruped Robot. *Electromechanics and Robotics*. Springer, Singapore. 2022:155–164. https://doi.org/10.1007/978-981-16-2814-6_14.
56. Phaniteja S., Dewangan P., Guhan P., Sarkar A., Krishna K.M. A deep reinforcement learning approach for dynamically stable inverse kinematics of humanoid robots. *2017 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics (ROBIO)*. IEEE. 2017:1818-1823. <https://doi.org/10.1109/ROBIO.2017.8324682>.
57. Ansari Y., Falotico E., Mollard Y., Busch B., Cianchetti M., Laschi C. A multiagent reinforcement learning approach for inverse kinematics of high dimensional manipulators with precision positioning. *2016 6th IEEE International Conference on Biomedical Robotics and Biomechatronics (BioRob)*. IEEE. 2016:457–463. <https://doi.org/10.1109/BIOROB.2016.7523669>.
58. Ren H., Ben-Tzvi P. Learning inverse kinematics and dynamics of a robotic manipulator using generative adversarial networks. *Robotics and Autonomous Systems*. 2020;124:103386. <https://doi.org/10.1016/j.robot.2019.103386>.
59. Blinov D., Saveliev A., Shabanova A. Deep Q-Learning Algorithm for Solving Inverse Kinematics of Four-Link Manipulator. *Proceedings of 15th International Conference on Electromechanics and Robotics "Zavalishin's Readings"*. Springer, Singapore. 2021:279–291. https://doi.org/10.1007/978-981-15-5580-0_23.

REFERENCES

1. Yim M., Duff D.G., Roufas K. Modular reconfigurable robots, an approach to urban search and rescue. *1st Intl. Workshop on Human-friendly Welfare Robotics Systems*. 2000:69–76.
2. Støy K. Reconfigurable robots. *Springer Handbook of Computational Intelligence*. Springer, Berlin, Heidelberg. 2015:1407-1421. https://doi.org/10.1007/978-3-662-43505-2_73.
3. Brunete A., Ranganath A., Segovia S., de Frutos J.P., Hernando M., Gambao E. Current trends in reconfigurable modular robots design. *International Journal of Advanced Robotic Systems*. 2017;14(3):1729881417710457. <https://doi.org/10.1177/1729881417710457>.

4. Liu J., Zhang X., Hao G. Survey on research and development of reconfigurable modular robots. *Advances in Mechanical Engineering*. 2016;8(8):1687814016659597. <https://doi.org/10.1177/1687814016659597>.
5. Jones A.B., Cameron T., Eichholz B., Loegering D., Kray T., Straub J. Self-reconfiguring modular robot learning for lower-cost space applications. *2019 IEEE Aerospace Conference. IEEE*. 2019:1-6. <https://doi.org/10.1109/AERO.2019.8742133>.
6. Pacheco M., Fogh R., Lund H.H., Christensen D.J. Fable II: Design of a modular robot for creative learning. *2015 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). IEEE*. 2015:6134-6139. <https://doi.org/10.1109/ICRA.2015.7140060>.
7. Li Y., Zhu S., Wang Z., Zhang L., Ma X., Cui Z. The kinematics analysis of a novel self-reconfigurable modular robot based on screw theory. *DEStech Transactions on Engineering and Technology Research*. 2016. DOI: 10.12783/dtetr/mime2016/10196.
8. Feczko J., Manka M., Krol P., Giergiel M., Uhl T., Pietrzyk A. Review of the modular self-reconfigurable robotic systems. *2015 10th International Workshop on Robot Motion and Control (RoMoCo). IEEE*. 2015:182–187. <https://doi.org/10.1109/RoMoCo.2015.7219733>.
9. Yim M., Shen W.M., Salemi B. et al. Modular self-reconfigurable robot systems [grand challenges of robotics]. *IEEE Robotics & Automation Magazine*. 2007;14(1):43–52. <https://doi.org/10.1109/MRA.2007.339623>.
10. Blinov D., Vatamaniuk I., Saveliev A. Method for Reconfiguring Kinematic Structure of Modular Robots Using Deep Reinforcement Learning. *Proceedings of the Computational Methods in Systems and Software. Springer, Cham*. 2021:443–451. https://doi.org/10.1007/978-3-030-90321-3_36.
11. Singh T.P., Suresh P., Chandan S. Forward and inverse kinematic analysis of robotic manipulators. *International Research Journal of Engineering and Technology (IRJET)*. 2017;4(2):1459–1468.
12. Craig J.J. Introduction to Robotics: mechanics and control. 2009:408 p.
13. Kelemen M., Virgala I., Lipták T., Miková E., Filakovský F., Bulej V.A. novel approach for a inverse kinematics solution of a redundant manipulator. *Applied Sciences*. 2018;8(11):2229. <https://doi.org/10.3390/app8112229>.
14. Martín A., Barrientos A., Del Cerro J. The natural-CCD algorithm, a novel method to solve the inverse kinematics of hyper-redundant and soft robots. *Soft robotics*. 2018;5(3):242–257. <https://doi.org/10.1089/soro.2017.0009>.
15. Merlet J.P. A new generic approach for the inverse kinematics of cable-driven parallel robot with 6 deformable cables. *Advances in Robot Kinematics 2016. Springer, Cham*. 2018:209-216. https://doi.org/10.1007/978-3-319-56802-7_22.
16. Aristidou A., Lasenby J., Chrysanthou Y., Shamir A. Inverse kinematics techniques in computer graphics: A survey. *Computer Graphics Forum*. 2018;37(6):35–58. <https://doi.org/10.1111/cgf.13310>.
17. Wu W., Guan Y., Li H., Su M., Zhu H., Zhou X., Zhang H. Task-oriented inverse kinematics of modular reconfigurable robots. *2013 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics. IEEE*. 2013:1187–1192. <https://doi.org/10.1109/AIM.2013.6584255>.
18. Chen I.M., Yang G., Kang I.G. Numerical inverse kinematics for modular reconfigurable robots. *Journal of Robotic Systems*. 1999;16(4):213-225. [https://doi.org/10.1002/\(SICI\)1097-4563\(199904\)16:4%3C213::AID-ROB2%3E3.0.CO;2-Z](https://doi.org/10.1002/(SICI)1097-4563(199904)16:4%3C213::AID-ROB2%3E3.0.CO;2-Z).
19. Chen W., Chen I.M., Lim W.K., Yan, G. Cartesian coordinate control for redundant modular robots. *Smc 2000 conference proceedings. 2000 ieee international conference on systems, man and cybernetics. 'cybernetics evolving to systems, humans, organizations, and*

- their complex interactions*'. 2000;5:3253–3258.
<https://doi.org/10.1109/ICSMC.2000.886505>.
20. Aristidou A., Lasenby J. Inverse kinematics: a review of existing techniques and introduction of a new fast iterative solver. 2009.
 21. Saveliev A.I., Blinov D.V., Erashov A.A. Selection of kinematic structure of modular robotic system depending on type of surface for movement. *Proceedings of the Southwest State University*. 2021;25(3). (In Russ.) (In Press).
 22. Neubert J., Lipson H. Soldercubes: a self-soldering self-reconfiguring modular robot system. *Autonomous Robots*. 2016;40(1):139-158. <https://doi.org/10.1007/s10514-015-9441-4>.
 23. Jing G., Tosun T., Yim M., Kress-Gazit H. Accomplishing high-level tasks with modular robots. *Autonomous Robots*. 2018;42(7):1337-1354. <https://doi.org/10.1007/s10514-018-9738-1>.
 24. Pavliuk N.A., Krestovnikov K.D., Pykhov D.E. Mobile autonomous reconfigurable system. *Problemele energeticii regionale*. 2018;1:125-135. DOI: 10.5281/zenodo.1217296.
 25. Rocha C.R., Tonetto C.P., Dias A. A comparison between the Denavit–Hartenberg and the screw-based methods used in kinematic modeling of robot manipulators. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*. 2011;27(4):723–728.
<https://doi.org/10.1016/j.rcim.2010.12.009>.
 26. Pfozter L., Ruehl S., Heppner G., Roennau A., Dillmann R. KAIRO 3: A modular reconfigurable robot for search and rescue field missions. *2014 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics (ROBIO 2014)*. IEEE. 2014:205–210.
<https://doi.org/10.1109/ROBIO.2014.7090331>.
 27. Chen I.M., Yang G. Inverse kinematics for modular reconfigurable robots. *Proceedings. 1998 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. IEEE. 1998;2:1647-1652. <https://doi.org/10.1109/ROBOT.1998.677390>.
 28. Zhao J., Cui X., Zhu Y., Tang S. UBot: a new reconfigurable modular robotic system with multimode locomotion ability. *Industrial Robot: An International Journal*. 2012:178–190.
<https://doi.org/10.1108/01439911211201645>.
 29. Zhu Y., Bie D., Iqbal S., Wang X., Gao Y., Zhao J. A simplified approach to realize cellular automata for ubot modular self-reconfigurable robots. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*. 2015;79(1):37-54. <https://doi.org/10.1007/s10846-014-0084-z>.
 30. Park H., Kwak B., Bae J. Inverse kinematics analysis and COG trajectory planning algorithms for stable walking of a quadruped robot with redundant DOFs. *Journal of Bionic Engineering*. 2018;15(4):610-622. <https://doi.org/10.1007/s42235-018-0050-8>.
 31. Biswal P., Mohanty P.K. Development of quadruped walking robots: A review. *Ain Shams Engineering Journal*. 2021;12(2):2017-2031. <https://doi.org/10.1016/j.asej.2020.11.005>.
 32. Espinal A., Rostro-Gonzalez H., Carpio M. et al. Quadrupedal robot locomotion: a biologically inspired approach and its hardware implementation. *Computational intelligence and neuroscience*. 2016;2016. <https://doi.org/10.1155/2016/5615618>.
 33. Atique M.M.U., Sarker M.R.I., Ahad M.A.R. Development of an 8DOF quadruped robot and implementation of Inverse Kinematics using Denavit-Hartenberg convention. *Heliyon*. 2018;4(12). <https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2018.e01053>.
 34. Sastra J., Chitta S., Yim M. Dynamic rolling for a modular loop robot. *The International Journal of Robotics Research*. 2009;28(6):758–773.
<https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2018.11.004>.
 35. Wang X., Jin H., Zhu Y., Chen B., Bie D., Zhang Y., Zhao J. Serpenoid polygonal rolling for chain-type modular robots: A study of modeling, pattern switching and application.

- Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*. 2016;39:56–67. <https://doi.org/10.1016/j.rcim.2015.12.003>.
36. Peiper D.L. The kinematics of manipulators under computer control (No. CS-116). *Stanford Univ Ca Dept Of Computer Science*. 1968.
 37. Kotlygin D.S., Sedelnikov I.A., Petukhov N.V. Analytical and numerical methods of inverse kinematics problem solution for DELTA robot. *Vestnik Irkutskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta = Proceedings of Irkutsk State Technical University*. 2017;21(5):87–96. (In Russ.)
 38. Gupta A., Bhargava P., Agrawal S., Deshmukh A., Kadam B. Comparative Study of Different Approaches to Inverse Kinematics. *International Conference on Advances in Computing and Data Sciences*. Springer, Singapore. 2018:556–563. https://doi.org/10.1007/978-981-13-1813-9_55.
 39. Kucuk S., Bingul Z. Inverse kinematics solutions for industrial robot manipulators with offset wrists. *Applied Mathematical Modelling*. 2014;38(7-8):1983–1999. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2013.10.014>.
 40. Aristidou A., Lasenby J. FABRIK: A fast, iterative solver for the Inverse Kinematics problem. *Graphical Models*. 2011;73(5):243–260. <https://doi.org/10.1016/j.gmod.2011.05.003>.
 41. Iakovlev R., Denisov A., Prakupovich R. Iterative method for solving the inverse kinematics problem of multi-link robotic systems with rotational joints. *Proceedings of 14th International Conference on Electromechanics and Robotics “Zavalishin's Readings”*. Springer, Singapore. 2020:237-251. https://doi.org/10.1007/978-981-13-9267-2_20.
 42. Kumar V., Sen S., Roy S.S., Das S.K., Shome S.N. Inverse kinematics of redundant manipulator using interval newton method. *Int. J. Eng. Manuf. (IJEM)*. 2015;5(2):19–29. DOI: 10.5815/ijem.2015.02.03.
 43. Angeles J. On the numerical solution of the inverse kinematic problem. *The International Journal of Robotics Research*. 1985;4(2):21–37. <https://doi.org/10.1177%2F027836498500400203>.
 44. Uicker Jr J.J., Denavit J., Hartenberg R.S. An iterative method for the displacement analysis of spatial mechanisms. 1964;31(2):309-314. <https://doi.org/10.1115/1.3629602>.
 45. Goldenberg A.A., Apkarian J.A., Smith H.W. A new approach to kinematic control of robot manipulators. 1987;109(2):97–103. <https://doi.org/10.1115/1.3143843>.
 46. Hall Jr A.S., Root R.R., Sandgren E. A dependable method for solving matrix loop equations for the general three-dimensional mechanism. 1977;99(3):547–550. <https://doi.org/10.1115/1.3439277>.
 47. Almusawi A.R.J., Dülger L.C., Kapucu S. A new artificial neural network approach in solving inverse kinematics of robotic arm (denso vp6242). *Computational intelligence and neuroscience*. 2016;2016. <https://doi.org/10.1155/2016/5720163>.
 48. Duka A.V. Neural network based inverse kinematics solution for trajectory tracking of a robotic arm. *Procedia Technology*. 2014;12:20–27. <https://doi.org/10.1016/j.protcy.2013.12.451>.
 49. Smirnov P.A., Yakovlev R.N. Approach to Positioning Links of the Manipulator Using Neural Networks. *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*. 2019;20(12):732-739. (In Russ.) <https://doi.org/10.17587/mau.20.732-739>.
 50. Momani S., Abo-Hammour Z.S., Alsmadi O.M.K. Solution of inverse kinematics problem using genetic algorithms. *Applied Mathematics & Information Sciences*. 2016;10(1):225. http://dx.doi.org/10.12785/amis/Solution*of*inverse*kinematics*problem.
 51. Starke S. A Hybrid Genetic Swarm Algorithm for Interactive Inverse Kinematics. *Diss. Universität Hamburg, Fachbereich Informatik*. 2016.

52. El-Sherbiny A., Elhosseini M.A., Haikal A.Y. A comparative study of soft computing methods to solve inverse kinematics problem. *Ain Shams Engineering Journal*. 2018;9(4):2535-2548. <https://doi.org/10.1016/j.asej.2017.08.001>.
53. Galemov R.T., Masalsky G.B. Hybrid Search Method for Solving the Inverse Kinematics of a Multilink Manipulator. *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*. 2018;19(7):464–473. (In Russ.) <https://doi.org/10.17587/mau.19.464-473>.
54. Dobrynin D.A. Principles of learning management system for exoskeleton control task. *Jekstremal'naja robototekhnika = Extreme robotics*. 2017;1(1):297–301. (In Russ.).
55. Dobrynin D. Simulation of Trainable Control System for Quadrupe Robot. *Electromechanics and Robotics*. Springer, Singapore. 2022:155–164. https://doi.org/10.1007/978-981-16-2814-6_14.
56. Phaniteja S., Dewangan P., Guhan P., Sarkar A., Krishna K.M. A deep reinforcement learning approach for dynamically stable inverse kinematics of humanoid robots. *2017 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics (ROBIO)*. IEEE. 2017:1818-1823. <https://doi.org/10.1109/ROBIO.2017.8324682>.
57. Ansari Y., Falotico E., Mollard Y., Busch B., Cianchetti M., Laschi C. A multiagent reinforcement learning approach for inverse kinematics of high dimensional manipulators with precision positioning. *2016 6th IEEE International Conference on Biomedical Robotics and Biomechatronics (BioRob)*. IEEE. 2016:457–463. <https://doi.org/10.1109/BIOROB.2016.7523669>.
58. Ren H., Ben-Tzvi P. Learning inverse kinematics and dynamics of a robotic manipulator using generative adversarial networks. *Robotics and Autonomous Systems*. 2020;124:103386. <https://doi.org/10.1016/j.robot.2019.103386>.
59. Blinov D., Saveliev A., Shabanova A. Deep Q-Learning Algorithm for Solving Inverse Kinematics of Four-Link Manipulator. *Proceedings of 15th International Conference on Electromechanics and Robotics "Zavalishin's Readings"*. Springer, Singapore. 2021:279-291. https://doi.org/10.1007/978-981-15-5580-0_23.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ / INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Ерашов Алексей Алексеевич, младший научный сотрудник лаборатории технологий больших данных социкиберфизических систем, Санкт-Петербургский Федеральный исследовательский центр Российской академии наук (СПб ФИЦ РАН), Санкт-Петербург, Российская Федерация.

e-mail: erashov.a@ias.spb.su

ORCID: [0000-0001-8003-3643](https://orcid.org/0000-0001-8003-3643)

Aleksei Alekseevich Erashov, junior researcher of Laboratory of Big Data Technologies in Socio-Cyberphysical Systems, St. Petersburg Federal Research Center of the Russian Academy of Sciences (SPC RAS), St. Petersburg Institute for Informatics and Automation of the Russian Academy of Sciences, St. Petersburg, Russian Federation.

Блинов Дмитрий Владимирович, магистр, Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

e-mail: d99b09@yandex.ru

ORCID: [0000-0001-9587-1199](https://orcid.org/0000-0001-9587-1199)

Dmitriy Vladimirovich Blinov, master student, St. Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, St. Petersburg, Russian Federation.

Савельев Антон Игоревич, старший научный сотрудник, руководитель лаборатории автономных робототехнических систем, Санкт-Петербургский Федеральный

Anton Igorevich Saveliev, PhD, senior researcher and head of Laboratory of Laboratory of Autonomous Robotic Systems, St. Petersburg

исследовательский центр Российской Федерации / Federal Research Center of the Russian Academy
академии наук (СПб ФИЦ РАН), Санкт-Петербург, Российская Федерация. of Sciences (SPC RAS), Russian Federation.

e-mail: saveliev@ias.spb.su

ORCID: [0000-0003-1851-2699](https://orcid.org/0000-0003-1851-2699)

*Статья поступила в редакцию 29.11.2021; одобрена после рецензирования 22.12.2021;
принята к публикации 28.12.2021.*

*The article was submitted 29.11.2021; approved after reviewing 22.12.2021;
accepted for publication 28.12.2021.*