УДК 519.816
DOI: 10.26102/2310-6018/2022.36.1.001

Математическое моделирование точности коллективного решения

А.В. Ганичева[1], А.В. Ганичев[2]✉

[1]*Тверская государственная сельскохозяйственная академия*
[2] *Тверской государственный технический университет,*
Тверь, Российская Федерация
alexej.ganichev@yandex.ru✉

Резюме. В настоящее время проблема коллективного выбора решения является одной из наиболее актуальных при организации эффективного управления в социальных и экономических системах. Одним из основных вопросов в теории экспертных оценок является оценка качества группового решения. В статье рассматриваются вопросы оценивания социально-экономического показателя независимыми экспертами. В качестве ошибки группового оценивания принято значение сумм центрированных случайных величин индивидуальных оценок. Рассмотрена ситуация, когда значения показателя имеют произвольное распределение с известными и неизвестными параметрами. Разработано два алгоритма определения необходимого количества экспертов в зависимости от точности и надежности оценки. Первый алгоритм применяется для нахождения доверительного интервала математического ожидания, когда дисперсия показателя не задана. В этом случае организуется итерационный процесс определения объема репрезентативности для доверительного интервала дисперсии при заданной точности и надежности. Второй алгоритм используется для построения доверительного интервала для дисперсии при числе экспертов более трех. Решена важная задача количественного оценивания доли (процента) возможных ошибок измерения показателя, заключенных в заданном интервале. Для функции Лапласа построена эконометрическая модель. Рассмотрен случай определения числа экспертов для оценки показателя, имеющего равномерное и показательное распределения на заданном интервале. Показан пример практической реализации разработанного метода.

Ключевые слова: аппроксимация, уровень значимости, точность оценки, функция Лапласа, эконометрическая модель, эксперт, оценивание, распределение вероятностей.

Для цитирования: Ганичева А.В., Ганичев А.В. Математическое моделирование точности коллективного решения. *Моделирование, оптимизация и информационные технологии.* 2022;10(1). Доступно по: https://moitvivt.ru/ru/journal/pdf?id=1109 DOI: 10.26102/2310-6018/2022.36.1.001

Mathematical modeling of the collective solution accuracy

A.V. Ganicheva[1], A.V. Ganichev[2]✉

[1]*Tver State Agricultural Academy,*
[2]*Tver State Technical University,*
Tver, Russian Federation
alexej.ganichev@yandex.ru✉

Abstract: Currently, the problem of collective decision-making is one of the most relevant in the organization of effective management in social and economic systems. One of the main issues in the theory of expert assessments is the assessment of the group solution quality. The article discusses the matters of assessing the socio-economic indicator by independent experts. The centered random variables sums value of individual estimates is accepted as the error of group estimation. The situation is examined when the values of the indicator have an arbitrary distribution with known and unknown parameters. Two algorithms have been developed to determine the required amount of experts depending on the accuracy and reliability of the assessment. The first algorithm is used to find the confidence interval of mathematical expectation when the variance of the indicator is not specified. In this event, an iterative process is undertaken to ascertain the volume of representativeness for the confidence interval of variance with a given accuracy and reliability. The second algorithm is employed to construct a confidence interval for variance when the number of experts is more than three. The important task of quantifying the proportion (percentage) of possible errors within a predefined interval in measuring the indicator has been solved. An econometric model is designed for the Laplace function. The case of determining the number of experts to evaluate an indicator having a uniform and exponential distribution over a given interval is considered. An example of the practical implementation of the devised method is shown.

Keywords: approximation, significance level, estimation accuracy, Laplace function, econometric model, expert, estimation, probability distribution.

For citation: Ganicheva A.V., Ganichev A.V. Mathematical modeling of the collective solution accuracy. *Modeling, Optimization and Information Technology*. 2022;10(1). Available from: https://moitvivt.ru/ru/journal/pdf?id=1109 DOI: 10.26102/2310-6018/2022.36.1.001 (In Russ).

Введение

Сложность задач, решаемых во всех сферах социально-экономической жизни современного общества, вызывает необходимость применения коллективных экспертных оценок. Экспертами могут выступать специалисты в данной области знаний, алгоритмы экспертных систем и систем поддержки принятия решений. Несмотря на то, что проблема экспертного оценивания ситуаций и процессов возникла достаточно давно, актуальность ее только возрастает. Одним из основных вопросов при коллективном принятии решений является оценка качества группового решения. Это качество зависит от многих факторов: количества экспертов, их квалификации, процедур проведения экспертизы, методов принятия общего и индивидуальных решений. Часто значения принимаемых решений являются случайными величинами. Показатели точности коллективного решения можно разделить на две группы: статистические и ранговые [1]. Для измерения разброса мнений экспертов используются такие статистические характеристики, как вариационный размах, среднее линейное отклонение, среднеквадратическое отклонение, коэффициент вариации. При оценивании согласованности экспертных решений по ранжированной выборке применяются коэффициент ранговой корреляции Спирмена и коэффициент конкордации Кендалла. В данном исследовании для определения качества коллективного решения рассматривается статистика измерений - сумма отклонений индивидуальных решений от общего решения (математически – это сумма центрированных случайных величин).

Вопросам анализа точности коллективного решения уделяется большое внимание в научных публикациях. Так, в статье [2] изложены методы определения необходимого количества экспертов для качественной коллективной оценки. В работе [3] рассмотрены вопросы надежности и достоверности оценок, выставляемых группой экспертов. Рекуррентный метод построения доверительных интервалов предложен в работе [4]. Для решения проблемы принятия коллективных решений и построения доверительных интервалов оценок необходимо экономично вычислять функцию интеграла вероятности и обратную к ней [5]. Для этого применяется замена интеграла вероятностей степенной [6] и показательной [7] функциями, аппроксимация полиномиальными приближениями [8], полиномами Эрмита [9], разложение в ряды [10].

Проблема точности коллективного решения требует проведения дальнейших исследований.

Целью данной работы является разработка математической модели для оценки точности коллективного решения

Материалы и методы

Рассмотрим задачу оценивания некоторого показателя n независимыми экспертами. Обозначим через x_i $\left(i=\overline{i,n}\right)$ результат оценивания i-го эксперта. Будем считать оценки выборкой $\left\{x_i \mid i=\overline{1,n}\right\}$ со средней арифметической выборочной $\bar{x}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i$. Пусть до оценивания элементы выборки $X_1, X_2, ..., X_n$ являлись попарно независимыми случайными величинами, имеющими один и тот же закон распределения. Обозначим через x произвольное значение случайной величины X. В качестве ошибки оценивания примем значение центрированной случайной величины X, т. е. $x-\bar{x}$.

Допустим, что X имеет произвольное распределение с параметрами m_x и σ_x. Будем считать, что интервал $\left(x_{\min}, x_{\max}\right)$ (здесь $x_{\min}$ и $x_{\max}$ – соответственно минимальное и максимальное значение случайной величины X) совпадает с интервалом $\left(\bar{x}-\varepsilon_1-3\sqrt{S_x^2-\varepsilon_2},\ \bar{x}+\varepsilon_1+3\sqrt{\varepsilon_2}+3\sqrt{S_x^2+\varepsilon_2}\right)$, где ε_1 – точность оценки $\bar{x}$ для m_x, ε_2 – при оценке $S_x^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\bar{x}\right)^2$ для σ_x^2. Если первый интервал меньше (больше) второго, то растягиваем (сужаем) его в соответствующее число раз, переходя к новым $x_{\min}$ и $x_{\max}$.

При этом $\bar{x}-\varepsilon_1-3\sqrt{S_x^2-\varepsilon_2}\geq 0,$ т. е. $\bar{x}>\varepsilon_1+\bar{x}+3\sqrt{S_x^2+\varepsilon_2}\geq 0,$ или

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x>\varepsilon_1+3\sqrt{\varepsilon_2+\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x\right)^2}. \tag{1}$$

Ищем такое значение n, при котором выполняется неравенство (1). Это итерационный алгоритм, поскольку $\bar{x}$ и S_x не заданы. Сначала положим n=2 (2 эксперта). Если неравенство выполняется, то конец. Если нет, то полагаем n= n +1 и снова проверяем (1).

Пусть данное неравенство выполняется при $n\geq n_1$.

Случайная величина $\bar{x}$ с точностью ε_0 имеет нормальное распределение при $n\geq n_0$ [11]. При этом $M\left[\bar{x}\right]=m_x$, $D\left[\bar{x}\right]=\frac{\sigma_x^2}{n}$. Пусть X аппроксимируется некоторым законом распределения при уровне значимости α и при $n\geq n_2$.

Доверительный интервал для m_x при надежности β и точности $\varepsilon_1=\min\{\varepsilon_0,\alpha\}$ будет $\left(\bar{x}-t'_\beta\frac{x}{\sqrt{n}},\ \bar{x}+t'_\beta\frac{x}{\sqrt{n}}\right)$, где t'_β находится из таблицы Стьюдента.

Отсюда находим n:

$$n \geq n_2 = \left\lfloor \frac{(t'_\beta)^2 S_x^2}{\varepsilon_1^2} \right\rfloor + 1. \qquad (2)$$

Здесь знак $\lfloor \ \rfloor$ обозначает целую часть числа.

Приведем алгоритм нахождения *n*, когда S_x не задано, и происходит итерационный процесс определения такого значения S_x, чтобы выполнялось неравенство (2).

Шаги алгоритма (назовем его Алгоритм 1).

1. Дано: $\alpha = 1-\beta$, $\varepsilon_1 = \min\{\varepsilon_0, \alpha\}$, n_0, n_1, n_2, $n_{\max}$ – максимально возможное в данной ситуации число экспертов.

2. Сначала полагаем $n_3 = \max\{n_0, n_1, n_2\}$.

3. Находим правую часть неравенства (2), когда $S_x^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2$ и $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$. Для этого рассматриваются оценки n_3 независимых экспертов.

4. Если n_3 удовлетворяет (2), то переход на шаг 5. В противном случае полагаем $n_3 = n_3 + 1$ и переход на шаг 3.

5. Если n_3 будет не меньше $\max\{n_0, n_1, n_2\}$, то получаем оценку для числа экспертов n_3, удовлетворяющую неравенству: $\max\{n_0, n_1, n_2\} \leq n_3 \leq n_{\max}$. Переход на Конец.

6. Если n_3 меньше, чем $\max\{n_0, n_1, n_2\}$, то полагаем $n_3 = n_3 + 1$. Если при этом $\max\{n_0, n_1, n_2\} \leq n_{\max}$, то переходим на шаг 3.

7. В противном случае надо изменить значения α и ε_0.

В [12] рассмотрен метод построения доверительного интервала для дисперсии случайной величины любого закона распределения, когда с вероятностью $1-\alpha$ генеральная дисперсия будет отличаться по абсолютной величине от S_x^2 не менее, чем на ε_3, при объеме выборки, удовлетворяющему неравенству:

$$(n_4 - 1)^2 \cdot n_4 > 2\frac{1}{\alpha}\left(1 - \frac{1}{\varepsilon_4}\right)^2, \qquad (3)$$

где $n_4 > 2$, $\alpha \in [0,01;\ 0,4]$, $\varepsilon_3 \in [0,01;\ 0,5]$, $\varepsilon_3 = S_x^2 \cdot \varepsilon_4$.

Для нахождения соответствующего значения *n* применяется Алгоритм 2:

1. Дано: α, ε_3, n_3, $n_{\max}$.

2. Полагаем $n_4 = n_3$.

3. Находим правую часть (3) для S_x^2 и $\bar{x}$, как и на шаге 3 Алгоритма 1. Рассматриваются оценки n_4 независимых экспертов.

4. Для найденного n_4 сравнивается левая часть (3) с правой частью. Если неравенство выполняется, то переход на шаг 5. В противном случае полагаем $n_4 = n_4 + 1$ и переход на шаг 3.

Шаги 5-7 данного алгоритма такие же, как у Алгоритма 1, но вместо n_3 рассматривается $n_4 \geq n_3$..

Рассмотрим случайную величину $Y = X - \bar{x}$ при $n_4 \le n \le n_{\max}$.

Пусть плотность распределения случайной величины X равна $f_1(x)$, плотность распределения случайной величины $-\bar{x}$ будет:

$$f_2(-\bar{x}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_x \big/ \sqrt{n}} e^{\frac{-(\bar{x}+m_x)^2}{2\sigma_x^2 / n}}.$$

Тогда плотность распределения случайной величины Y:

$$f(y) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(x) \cdot f_2(y-x)dx. \quad (4)$$

Случай, когда случайная величина X распределена нормально, рассмотрен в [3].

Рассмотрим случай, когда случайная величина X имеет показательное распределение, т. е.

$$f_1(x) = \frac{1}{S_x} e^{-\frac{1}{S_x}\cdot x}, \ x > 0 \ \text{и} \ f_1(x) = 0, \ \text{если} \ x \le 0.$$

Имеется в виду аппроксимация показательным законом распределения при уровне значимости α и $n \ge n_4$. Найдем

$$f_2(y) = \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} \frac{1}{\sqrt{S_x^2 - \varepsilon_3}} e^{-\frac{1}{\sqrt{S_x^2-\varepsilon_3}}x} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sqrt{S_x^2 - \varepsilon_3} \big/ \sqrt{n}} e^{-\frac{(y-x-\bar{x}-\varepsilon_1)^2}{2(S_x^2-\varepsilon_3)/n}} dx =$$

$$= \frac{e^a}{\sqrt{S_x^2 - \varepsilon_3}} \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sqrt{S_x^2 - \varepsilon_3} \big/ \sqrt{n}} e^{-\frac{(x-b)^2}{2(S_x^2-\varepsilon_3)/n}} dx, \quad (5)$$

где $a = -y^2 - \left(\sqrt{S_x^2 - \varepsilon_3} \big/ n\right) \cdot \left(\sqrt{S_x^2 - \varepsilon_3} \big/ n - 2y + 2\bar{x} + 2\varepsilon_1\right)$,

$b = y - \bar{x} - \varepsilon_1 - \sqrt{S_x^2 - \varepsilon_3} \big/ \sqrt{n}$, при этом $f_3(y) \le f(y) \le f_2(y)$ и $f_3(y)$ получается из $f_2(y)$ заменой всюду знака у ε_3 на противоположный.

Подынтегральная функция представляет собой нормальное распределение с центром рассеивания b и средним квадратическим отклонением $\sqrt{S_x^2 - \varepsilon_3} \big/ \sqrt{n}$ $(n \ge n_4)$. Интеграл равен вероятности попадания случайной величины, подчиненной данному закону, на участок ($x_{\min}$, $x_{\max}$).

Следовательно,

$$f_3(y) \le f(y) \le f_2(y) = \frac{e^a}{\sqrt{S_x - \varepsilon_3}} \left[\Phi\left(\frac{x_{\max} - b}{\sqrt{S_x^2 - \varepsilon_3} \big/ \sqrt{n}} \right) - \Phi\left(\frac{x_{\min} - b}{\sqrt{S_x^2 - \varepsilon_3} \big/ \sqrt{n}} \right) \right], \quad (6)$$

при числе экспертов $n \ge n_4$.

Одна из важных задач при количественном оценивании заключается в определении доли (процента) γ возможных ошибок оценивания, заключенных в промежутке (c_1, c_2).

Для решения этой задачи используется формула:

$$\int_{c_1}^{c_2} f_2(y)dy \le p(c_1 < y < c_2) \le \int_{c_1}^{c_2} f_2(y)dy. \quad (7)$$

Для функции Лапласа предварительно строится эконометрическая модель. Например, на Рисунке показана полиномиальная регрессионная модель вида:

$$\Phi(z) = 0,00001x^3 - 0,0015x^2 + 0,0509x - 0,0581.$$

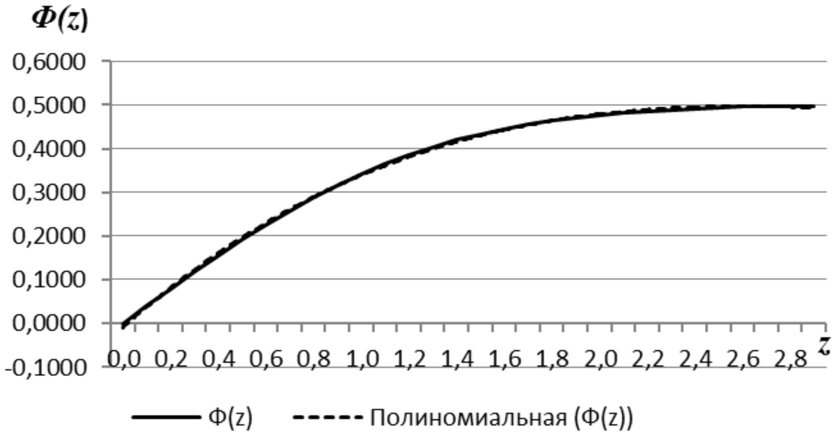

Рисунок – Полиномиальная регрессионная модель
Figure – Polynomial regression model

Полином третьей степени очень хорошо аппроксимирует функцию Лапласа. Коэффициент детерминации равен $R^2 = 0,9995$.

Теперь рассмотрим случайную величину *X*, имеющую равномерное распределение на участке [*a*, *b*] при уровне значимости *α* и числе экспертов n_1, т. е.

$$f_1(x) = \frac{1}{b-a} \text{ при } a < x < b.$$

Тогда

$$f_2(y) = \frac{1}{b-a}\int_a^b f_2(y-x)dx = \frac{1}{b-a}\int_a^b \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x/\sqrt{n_2}} \cdot e^{\frac{-(y-x-m_x)^2}{2\sigma_x^2/n_2}} dx =$$

$$= \frac{1}{b-a}\left[\Phi\left(\frac{b-y-m_x}{\sigma_x/\sqrt{n_2}}\right) - \Phi\left(\frac{a-y-m_x}{\sigma_x/\sqrt{n_2}}\right)\right], \quad (9)$$

где число экспертов $n_2 \ge \max\{n_0, n_1\}$ при заданном $\varepsilon_1 = \min\{\varepsilon_0, \alpha\}$, n_0 определяется, как показано в [11], для числа слагаемых центральной предельной теоремы.

Отметим, что для равномерного распределения $m_x = \frac{a+b}{2}$, $D_x = \frac{(b-a)^2}{12}$.

Для решения задачи определения процента возможных ошибок оценивания сначала находим эконометрическую модель функции Лапласа, затем используем формулу:

$$p(c_1 < y < c_2) = \frac{1}{b-a}\int_{c_1}^{c_2} \left[\Phi_1(d_1) - \Phi_1(d_2)\right] dy. \quad (10)$$

Здесь $\varPhi_1$ - эконометрическая модель для $\varPhi$, $d_1 = \dfrac{b-y-m_x}{\sigma_x \big/ \sqrt{n_2}}$, d_2 получается из d_1 заменой b на a.

Результаты

Рассмотрим пример практической реализации разработанного метода. Пусть эксперты оценивают некоторый показатель (экономический, технический, учебного процесса, сельского хозяйства и т. д.). В эксперименте участвуют, например, 10 экспертов, которые оценили данный показатель по шкале от 2 до 10 следующим образом (Таблица).

Таблица – Результаты оценки показателя
Table – Results of the indicator evaluation

Эксперты	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Оценки X	6,1	6	5,9	6	6,2	6,1	6	5,9	6	6

Далее с применением программы MS Excel было определено, что на уровне значимости $\alpha = 0{,}1$ при $n \geq n_1 = 10$ это равномерное распределение. По теореме 1 из [11] $\bar{x} = \dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$ при $\varepsilon_0 = 0{,}1$ и $n \geq n_1 = 6$ будет иметь нормальное распределение. Здесь X_i $(i = \overline{1,10})$ – случайная величина возможной оценки *i*-го эксперта, причем границы изменения X_i заданы: $a = 5{,}9; b = 6{,}2$ (Таблица).

Тогда $m_x = \dfrac{5{,}9+6{,}2}{2} = 6{,}05,\ \ \sigma_x = \sqrt{\dfrac{(6{,}2-5{,}9)^2}{12}} = 0{,}0866.$

Итак, для $\varepsilon_1 = 0{,}1$; $n_2 = 10$ получаем плотность распределения ошибки *y*:

$$f_1(y) = \frac{1}{0{,}3}\left[\varPhi\left(\frac{0{,}5-y}{0{,}0866\big/\sqrt{10}}\right) - \varPhi\left(\frac{-0{,}15-y}{0{,}0866\big/\sqrt{10}}\right)\right] = \frac{1}{0{,}3}\left[\varPhi\left(\frac{0{,}5-y}{0{,}0274}\right) - \varPhi\left(\frac{0{,}15-y}{0{,}0274}\right)\right].$$

Пусть, например, требуется найти процент ошибок в коллективном определении рассматриваемого показателя в границах от 0,1 до 0,2 условных единиц.

Заметим, что $I_1 = \int_{0,1}^{0,2} \varPhi\left(\dfrac{0{,}15-y}{0{,}0274}\right)dy = -0{,}0274\int_{-1,8248}^{1,8248}\varPhi(z)\,dz = 0.$

Кроме, того, $I_2 = \int_{0,1}^{0,2} \varPhi\left(\dfrac{0{,}15+y}{0{,}0274}\right)dy = 0{,}0274\int_{9,1241}^{12,7737}\varPhi(z)\,dz$ представляет собой площадь под графиком функции $\varPhi(z)$ в границах от 9,1241 до 12, 7737, при этом на данном участке $\varPhi(z) = 0{,}5$, т. е. эконометрическая модель представляет собой прямую линию, параллельную оси абсцисс. Поэтому $I_2 = 0{,}17$.

Тогда $p(0{,}1 < y < 0{,}2) = \dfrac{1}{0{,}3}\int_{0,1}^{0,2}\left[\varPhi_1\left(\dfrac{0{,}15+y}{0{,}0274}\right)dy\right] = 0{,}17.$

Из анализа Таблицы следует, что только 2 значения попадают в указанный интервал, что и подтверждается полученной вероятностью.

Аналогично рассмотренному случаю для равномерного закона распределения можно оценить этот показатель для других распределений.

Заключение

Основными результатами работы являются:

- разработка метода коллективного оценивания, когда значения показателя имеют произвольное распределение с известными и неизвестными параметрами;
- разработка двух алгоритмов определения объема репрезентативности в зависимости от точности и надежности оценки (первый алгоритм применяется при интервальной оценке математического ожидания, когда дисперсия показателя не задана, второй – для интервальной оценки дисперсии);
- разработка метода количественного оценивания доли (процента) возможных ошибок оценивания, заключенных в заданном интервале;
- построение эконометрическая модель для функции Лапласа;
- рассмотрение случая определения числа экспертов для оценки показателя, имеющего равномерное или показательное распределение на заданном интервале;
- пример практической реализации разработанного метода.

Дальнейшим развитием проведенных в статье исследований является оценивание объектов нечисловой природы [13].

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Лукашин Ю.П., Рахлина Л.И. *Современные направления статистического анализа взаимосвязей и зависимостей*. М.: ИМЭМО РАН; 2012. 54 с.
2. Рупосов В.Л. Методы определения количества экспертов. *Вестник ИрГТУ*. 2015;3(98):286-292.
3. Ганичева А.В., Ганичев А.В. Математическое моделирование оценки качества коллективного решения. *Экономика. Информатика*. 2020;47(3):573-582.
4. Светлаков А.А. Свинолупов Ю.Г., Шумаков Е.В. Рекуррентный способ построения доверительных интервалов оценивания неизвестных значений измеряемых величин. *Приборы*. 2006:54-59.
5. Мартынов Г. В. Вычисление функции нормального распределения. *Итоги науки и техники. Сер. Теор. вероятн. Мат. стат. Теор. кибернет*. 1979;17:57–84.
6. Осипов Л.А. Экономичная замена интеграла вероятностей гаусса степенной функцией. *Наука и мир*. 2016;1(9(37)):8-9.
7. Осипов Л.А. Аппроксимация табличного интеграла вероятности Гаусса показательной функцией. *Наука и техника транспорта*. 2013;3:11-15.
8. Kramer W., Blomquist F. Algorithms with Guaranteed Error Bounds for the Error Function and the Complementary Error Function. *Bergische University*; 2000. 46 p.
9. Теслер Г. С., Зунг Зы Хак. Вычисление функции интеграла вероятности и ей обратной. *Математичні машини і системи*. 2004;3:31-40.
10. Chevillard S. *The functions erf and erfc computed with arbitrary precision*. Laboratory of Parallel Computing; 2010. 41 p.
11. Ганичева А.В. Оценка числа слагаемых центральной предельной теоремы. *Прикладная математика и вопросы управления*. 2020;4:7-19.

12. Ганичева А.В., Ганичев А.В. Метод построения доверительного интервала для дисперсии случайной величины. *Вестник НГУЭУ*. 2021;3:146-155.
13. Орлов А.И. *Организационно-экономическое моделирование: учебник: в 3 ч. Ч. 2: Экспертные оценки.* М: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана; 2011. 486 с.

REFERENCES

1. Lukashin Ju.P., Rahlina L.I. *Sovremennye napravlenija statisticheskogo analiza vzaimosvjazej i zavisimostej*. M.: IMJeMO RAN; 2012. 54 s. (In Russ.)
2. Ruposov V. L. Metody opredelenija kolichestva jekspertov. *Vestnik IrGTU*. 2015;3(98):286-292. (In Russ.)
3. Ganicheva A. V., Ganichev A. V. Matematicheskoe modelirovanie ocenki kachestva kollektivnogo reshenija. *Jekonomika. Informatika = Economics. Information Technologies*. 2020;47(3):573-582. (In Russ.)
4. Svetlakov A.A. Svinolupov Ju.G., Shumakov E.V. Rekurrentnyj sposob postroenija doveritel'nyh intervalov ocenivanija neizvestnyh znachenij izmerjaemyh velichin. *Pribory*. 2006:54-59. (In Russ.)
5. Martynov G.V. Vychislenie funkcii normal'nogo raspredelenija. *Itogi nauki i tehniki. Ser. Teor. verojatn. Mat. stat. Teor. kibernet.* 1979;17:57–84. (In Russ.)
6. Osipov L. A. Jekonomichnaja zamena integrala verojatnostej gaussa stepennoj funkciej. *Nauka i mir = Sciense and world*. 2016;1(9(37)):8-9. (In Russ.)
7. Osipov L. A. Approksimacija tablichnogo integrala verojatnosti Gaussa pokazatel'noj funkciej. *Nauka i tehnika transporta = Sciense and technology in transport*. 2013;3:11-15. (In Russ.)
8. Kramer W., Blomquist F. Algorithms with Guaranteed Error Bounds for the Error Function and the Complementary Error Function. *Bergische University*; 2000. 46 p.
9. Tesler G. S., Zung Zy Hak. Vychislenie funkcii integrala verojatnosti i ej obratnoj. *Matematichni mashini i sistemi = Mathematical Machines and Systems*. 2004;3:31-40. (In Russ.)
10. Chevillard S. The functions erf and erfc computed with arbitrary precision. Laboratory of Parallel Computing; 2010. 41 p. (In Russ.)
11. Ganicheva A.V. Ocenka chisla slagaemyh central'noj predel'noj teoremy. *Prikladnaja matematika i voprosy upravlenija = Applied Mathematics and Control Sciences*. 2020;4:7-19. (In Russ.)
12. Ganicheva A.V., Ganichev A.V. Metod postroenija doveritel'nogo intervala dlja dispersii sluchajnoj velichiny. *Vestnik NGUJeU*. 2021;3:146-155. (In Russ.)
13. Orlov A.I. *Organizacionno-jekonomicheskoe modelirovanie: uchebnik: v 3 ch. Ch. 2: Jekspertnye ocenki*. M: Izd-vo MGTU im. N.Je. Baumana; 2011. 486 p. (In Russ.)

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ / INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Ганичева Антонина Валериановна, кандидат физико-математических наук, доцент, кафедра физико-математических дисциплин и информационных технологий, Тверская государственная сельскохозяйственная академия, Тверь, Российская Федерация.

e-mail: TGAN55@yandex.ru

ORCID: 0000-0002-0224-8945

Antonina V. Ganicheva, PhD in Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Department physical and mathematical disciplines and information technology, Tver State Agricultural Academy, Tver, Russian Federation

Ганичев Алексей Валерианович, доцент, кафедра информатики и прикладной математики, Тверской государственный технический университет, Тверь, Российская Федерация.
e-mail: [*alexej.ganichev@yandex.ru*](mailto:alexej.ganichev@yandex.ru)
ORCID: 0000-0003-3389-7582

Aleksey V. Ganichev, Associate Professor, Department of Informatics and Applied Mathematics, Tver State Technical University, Tver, Russian Federation

Статья поступила в редакцию 10.12.2021; одобрена после рецензирования 06.01.2022; принята к публикации 18.01.2022.

The article was submitted 10.12.2021; approved after reviewing 06.01.2022; accepted for publication 18.01.2022.