

УДК 621.311

Н.И. Пронских
**ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ МЕТОДОВ ИНТЕГРАЛЬНЫХ И
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В ЗАДАЧАХ
ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ**

ООО «Евросеть-Ритейл», г.Воронеж

В работе рассмотрены особенности использования интегро-дифференциального подхода для электродинамических задач. Указаны возможные методы решения таких проблем.

Ключевые слова: электродинамика, интегральное и дифференциальное уравнение, метод.

Среди различных задач, которые рассматриваются при создании объектов техники с заданными характеристиками, можно отметить исследование рассеяния электромагнитных волн на объектах сложной формы для радиолокационного диапазона длин волн в резонансной области.

При математическом моделировании достаточно часто используют подходы, базирующиеся на дифференциальных или интегральных уравнениях.

Анализ как отечественной, так и зарубежной литературы позволяет утверждать, что как метод дифференциальных, так и интегральных уравнений имеют хорошую точность, они эффективны для объектов различных форм.

Можно делать обобщение интегральных уравнения, записанных для одного тела, по системе тел. Тогда в качестве области интегрирования понимают поверхности не одного, а общей группы тел. В ряде случаев размерность задачи может быть уменьшена.

Далее мы рассмотрим некоторые особенности решения задач в рамках дифференциальных или интегральных уравнений.

Для достаточно простых объектов может быть использован метод дискретных источников. В этих случаях для полей в системе есть соответствие уравнению Гельмгольца, а также условиям излучения Зоммерфельда в бесконечно удаленной точке.

Указанный метод применяется для того, чтобы определить нетривиальное решение уравнения Гельмгольца. Искомую волну мы представляем как сумму произведений функции Грина, относящейся к рассматриваемой области с некоторыми амплитудами источников. Проводя подстановку такой суммы в граничные условия по всем точкам коллокации на металлических поверхностях, мы сводим задачу к системе линейных алгебраических уравнений.

Есть проблемные моменты в рассматриваемом методе, связанные с тем, каким образом располагать точки коллокации и источники. Если рассматривается граница, то вдоль нее точки располагают регулярно, а для углов применяют сдвоенные точки. Дискретные источники размещают рядом с границей (но они не находятся в рассматриваемой области) таким образом, чтобы они были в вершинах равнобедренных треугольников.

Для того, чтобы решить систему линейных алгебраических уравнений, применяют методику, которую называют сингулярным разложением (SVD).

Методика SVD позволяет сделать оценку насколько матрица в уравнении близка к сингулярной. Если матрица хорошо обусловлена, то кроме указанной методики может быть использовано и LU-разложение. Но методика наиболее эффективна для случаев, когда матрица является сингулярной. В этом случае можно выделять собственную функцию, которая соответствует нулевому собственному значению.

Метод граничных интегральных уравнений используют для задач рассеяния, которые рассматриваются в однородных средах. При численном решении граничного интегрального уравнения применяют способ граничного элемента. В его основе лежит метод коллокаций Галеркина, в нем применяются интерполяционные функции, имеющие малые порядки как конечные элементы.

Волна, которая рассеивается должна удовлетворять двумерному уравнению Гельмгольца, а также условию излучения Зоммерфельда, определяющее невозможность отражения волн из бесконечности. Тип условия (однородное условие Дирихле или однородное условие Неймана) определяется видом препятствия. Можно провести решение задач Неймана и Дирихле по уравнению Гельмгольца единственным образом, при этом полученное решение может быть представлено как интеграл вдоль границы области.

Когда проводится решение интегральных уравнений, связанных с задачами рассеяния, то может быть использован метод верхней релаксации. В нем перед тем, как получают решения задач рассеяния гармонических волн идет преобразование формулировки задачи в виде эквивалентных интегральных уравнений. В таких случаях подобные уравнения представляются как граничные интегральные уравнения, в которых рассеиватели считаются непроницаемыми.

Существуют итеративные методы для того, чтобы решать линейные системы алгебраических уравнений. Среди них можно выделить метод итераций Пикара—Пуанкаре—Неймана. В нем необходимо правильно выбрать параметр релаксации, который определяется знаниями о том, какой спектр оператора. Но эти знания далеко не всегда доступны.

Проведение выбора конкретных итерационных алгоритмов в большой мере определяется тем, какой класс задач рассматривается. Например, если проводится анализ задач, связанных с квазистатическим электромагнитным рассеянием на неоднородных диэлектрических телах, то в этом случае можно весьма точно сказать, каким будет спектр оператора по комплексной плоскости. При этом можно явно найти оптимальный итерационный параметр в анализируемом способе в простой итерации. Но если решать задачи рассеяния по резонансному и квазиоптическому диапазону, то тогда с увеличением размеров объекта будут уменьшаться характеристики сходимости.

В том случае, когда интегральные уравнения линейны и относятся ко 2-му роду, можно использовать метод аппроксимации ядра вырожденным. Такую аппроксимацию можно проводить различным образом. Например, в том случае, когда ядро гладкое, то можно провести его разложение в ряд. Вырожденным ядром будет сумма ряда. Если требования по гладкости ядра не очень жесткие, то значения вырожденного ядра определяются из системы уравнений. В методах квадратур происходит замена интеграла в уравнениях квадратурной формулой.

ЛИТЕРАТУРА

1. Головинов С.О., Преображенский А.П., Львович И.Я. Моделирование распространения миллиметровых волн в городской застройке на основе комбинированного алгоритма / Телекоммуникации. 2010. № 7. С. 20-23.
2. Львович Я.Е., Львович И.Я., Преображенский А.П., Головинов С.О. Исследование метода трассировки лучей для проектирования беспроводных систем связи / Электромагнитные волны и электронные системы. 2012. Т. 17. № 1. С. 32-35.
3. Львович Я.Е., Львович И.Я., Преображенский А.П., Головинов С.О. Исследование методов оптимизации при проектировании систем радиосвязи / Теория и техника радиосвязи. 2011. № 1. С. 5-9.
4. Львович Я.Е., Львович И.Я., Преображенский А.П., Головинов С.О. Разработка системы автоматизированного проектирования беспроводных систем связи / Телекоммуникации. 2010. № 11. С. 2-6.

5. Львович Я.Е., Львович И.Я., Преображенский А.П., Головинов С.О. Исследование метода трассировки лучей при проектировании беспроводных систем связи / Информационные технологии. 2011. № 8. С. 40-42.
6. Милошенко О.В. Методы оценки характеристик распространения радиоволн в системах подвижной радиосвязи / Вестник Воронежского института высоких технологий. 2012. № 9. С. 60-62.
7. Мишин Я.А. О системах автоматизированного проектирования в беспроводных сетях / Вестник Воронежского института высоких технологий. 2013. № 10. С. 153-156.
8. Головинов С.О., Хромых А.А. Проблемы управления системами мобильной связи / Вестник Воронежского института высоких технологий. 2012. № 9. С. 13-14.
9. Преображенский А.П. Оценка возможностей комбинированной методики для расчета ЭПР двумерных идеально проводящих полостей / Телекоммуникации. 2003. № 11. С. 37-40.
10. Преображенский А.П. Прогнозирование радиолокационных характеристик идеально проводящей полости в диапазоне длин волн / Телекоммуникации. 2005. № 12. С. 29-31.
11. Львович И.Я., Преображенский А.П. Расчет характеристик металлodieлектрических антенн / Вестник Воронежского государственного технического университета. 2005. Т. 1. № 11. С. 26-29.
12. Львович Я.Е., Львович И.Я., Преображенский А.П. Решение задач оценки характеристик рассеяния электромагнитных волн на дифракционных структурах при их проектировании / Вестник Воронежского института высоких технологий. 2010. № 6. С. 255-256.
13. Преображенский А.П. Прогнозирование радиолокационных характеристик объектов в диапазоне длин волн с использованием результатов измерения характеристик рассеяния на дискретных частотах / Телекоммуникации. 2004. № 5. С. 32-35.

14. Преображенский А.П. Моделирование и алгоритмизация анализа дифракционных структур в САПР радиолокационных антенн / Воронеж, Научная книга, 2007, 248 с.
15. Косилов А.Т., Преображенский А.П. Методы расчета радиолокационных характеристик объектов / Вестник Воронежского государственного технического университета. 2005. Т. 1. № 8. С. 68-71.
16. Баранов А.В. Проблемы функционирования mesh-сетей / Вестник Воронежского института высоких технологий. 2012. № 9. С. 49-50.
17. Преображенский А.П., Чопоров О.Н. Алгоритм расчета радиолокационных характеристик полостей с использованием приближенной модели / Системы управления и информационные технологии. 2005. № 4. С. 17-19.
18. Ерасов С.В. Проблемы электромагнитной совместимости при построении беспроводных систем связи / Вестник Воронежского института высоких технологий. 2013. № 10. С. 137-143.
19. Шутов Г.В. Оценка возможности применения приближенной модели при оценке средних характеристик рассеяния электромагнитных волн / Вестник Воронежского института высоких технологий. 2013. № 10. С. 61-67.
20. Шутов Г.В. Приближенная модель для оценки средних характеристик рассеяния / Современные наукоемкие технологии. 2014. № 5-2. С. 60.
21. Кульнева Е.Ю., Гащенко И.А. О характеристиках, влияющих на моделирование радиотехнических устройств / Современные наукоемкие технологии. 2014. № 5-2. С. 50.
22. Львович Я.Е. Многоальтернативная оптимизация: теория и приложения - Воронеж, 2006, Издательство "Кварта", 415 с.
23. Преображенский А.П., Юров Р.П. САПР современных радиоэлектронных устройств и систем / Вестник Воронежского государственного технического университета. 2006. Т. 2. № 3. С. 35-37.

24. Самойлова У.А. Анализ сложных электродинамических объектов на основе параллельных вычислений / Современные наукоемкие технологии. 2014. № 5-2. С. 55-56.
25. Львович И.Я., Львович Я.Е., Преображенский А.П. Построение алгоритма оценки средних характеристик рассеяния полых структур / Телекоммуникации. 2014. № 6. С. 2-5.
26. Преображенский А.П., Хухрянский Ю.П. Аппроксимация характеристик рассеяния электромагнитных волн элементов, входящих в состав объектов сложной формы / Вестник Воронежского государственного технического университета. 2005. Т. 1. № 8. С. 15-16.
27. Преображенский А.П. Исследование возможности определения формы объекта в окрестности восстановления локальных отражателей на поверхности объектов по их диаграммам обратного рассеяния / Телекоммуникации. 2003. № 4. С. 29-32.
28. Преображенский А.П. Прогнозирование радиолокационных характеристик объектов с радиопоглощающими покрытиями в диапазоне длин волн / Телекоммуникации. 2003. № 4. С. 21-24.
29. Львович Я.Е., Львович И.Я. Принятие решений в экспертно-виртуальной среде / под редакцией Львовича Я.Е.//Воронеж, 2010, Издательство "Научная книга", 139 с.
30. Баранов А.В. Некоторые особенности лучевых методов расчета характеристик распространения электромагнитных волн / Вестник Воронежского института высоких технологий. 2013. № 10. С. 9-13.

N.I. Pronskih

THE USE OF METHODS OF INTEGRAL AND DIFFERENTIAL EQUATIONS IN ELECTRODYNAMICS

Joint-stock company « Euroset-retail», Voronezh

The paper considers features of using integro-differential approach for electrodynamic problems. The possible methods for solving such problems are specified.

Keywords: electrodynamics, integral and differential equation method.