

УДК 621.396

М.Н. Мирошникова

ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ПРИ РЕШЕНИИ ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

ЗАО "Связной Логистика", г. Воронеж

Проводится анализ характеристик интегральных уравнений. Рассматриваются возможные методы их решения. Указаны возможности использования интегральных уравнений при решении электродинамических задач.

Ключевые слова: интегральное уравнение, электромагнитная волна, рассеяние.

В настоящее время при реализации приближенных решений разных видов интегральных уравнений используют большое количество приближенных методов, которые основаны на соответствующих подходах и идеях. Среди приближенных подходов важную роль играют прямые методы.

Прямыми методами называют приближенные способы, на основе которых происходит сведение исходной задачи к формированию конечной системы алгебраических уравнений. Среди прямых методов можно выделить достаточно часто применяемые на практике метод механических квадратур, а также различные соответствующие проекционные методы, например, к ним относят, методы Галеркина, наименьших квадратов, коллокационные подходы и методы подобластей.

Метод интегральных уравнений является достаточно часто используемым на практике подходом при оценке характеристик рассеяния электромагнитных волн [1-7].

Интегральные уравнения применяются как для выпуклых тел, так и полых структур [8-13].

Поскольку можно с высокой точностью проводить оценку характеристики рассеяния, то развиваются методы прогнозирования [14-18].

Чтобы можно было рассуждать о том насколько эффективно и обосновано применение таких методов требуется проводить их теоретические исследования, в которых рассматривают:

- 1) насколько осуществим алгоритм и как он сходится;
- 2) какова скорость сходимости алгоритма;
- 3) формирование эффективной оценки погрешности.

Интегральные уравнения применяются как при решении пассивных задач рассеяния, так и при распространении радиоволн в системах радиосвязи [19-27].

Для уравнений Вольтерра значения искомой функции в заданных точках определяются тем, каковы ее значения в предшествующих точках. Но при этом значения функций, относящиеся к последующим точкам не

оказывают влияния на функцию. Когда приближенно решают уравнение для заданного отрезка, то выбирается сетка и определяются приближенные значения функции по узлам сетки. С этой целью проводят аппроксимацию интегрального уравнения на основе системы линейных алгебраических уравнений, ориентируясь на значения функции в узлах [28]. Аппроксимация характеристик радиоволн может проводиться в различных задачах электродинамики [29-32].

Если же рассматривается уравнение Фредгольма, то в этом случае будет немного другой подход. В интеграл входят значения неизвестной функции для всего отрезка. В этой связи необходимо, чтобы для каждого уравнения аппроксимирующей системы были значения функции, относящиеся ко всем точкам сетки и решение системы необходимо проводить не последовательным способом, а целиком.

В ряде случаев используется правило Рунге, для того, чтобы проводить практическую оценку погрешностей квадратурных формул [33]. Исследователями было установлено, что чем больше степень многочлена Лагранжа $L_n(x)$, который аппроксимирует изучаемую функцию, находящуюся под интегралом, тем будет выше точность, относящаяся к соответствующей квадратуре. Такое утверждение справедливо для небольших длин отрезков интегрирования. Также, необходимо иметь ввиду, что при проведении аппроксимации, в основном, полиномы имеют небольшие степени - порядка 4 или 5.

В этой связи применяют аппроксимацию не для всего отрезка, а делают кусочно-полиномиальную аппроксимацию на основе многочленов небольших степеней, что ведет к тому, что строятся составные квадратуры. При этом могут быть использованы два подхода:

- рассматривают относительно плотную равномерную сетку и для нее проводят построение составной формулы;
- проводят разбиение отрезка на подотрезки, а потом для каждого из них используют элементарную квадратуру при одновременном суммировании найденных приближений интеграла по этим подотрезкам.

Подбор шага сетки и длин подотрезков необходимо осуществлять из требований, чтобы значения интегралов вычислялись с определенной заранее заданной точностью. При проведении оценок полученной при вычислении интегралов точности мы можем рассматривать лишь данные по асимптотическим или мажорантным оценкам остаточных членов в квадратурных формулах. Но при этом их или весьма трудно применять на практике, или на их основе получаются достаточно небольшие значения по шагу интегрирования и длинам подотрезков.

В этой связи используют другой достаточно эффективный способ, который легко реализовать и на практике, позволяющий проводить

контроль для точности интегрирования. Он основывается на использовании оценки главного члена погрешности квадратуры с привлечением правила Рунге. Подобный подход еще называется способом двойного пересчета или проведение экстраполяции по Ричардсону.

На основе итерационных методов могут быть получены достаточно простые численные алгоритмы, позволяющие проводить решение интегральных уравнений.

Также, они являются эффективными при осуществлении решении различных нелинейных задач. В качестве примера можно рассмотреть подход, связанный с процессом решения нелинейного интегрального уравнения на основе метода квадратур, в котором при дискретизации задачи требуется использовать итерационные процедуры, когда решаются аппроксимирующие нелинейные конечные уравнения.

Итерационные методы могут применяться различным образом. Например, на их основе можно теоретически исследовать задачи с целью проведения доказательств по существованию и единственности решений. Также с их использованием проводится приближенное аналитическое решение уравнений, в котором решением считается аналитическое выражение по какому-либо приближению.

Алгоритмы, основанные на решении интегральных уравнений, могут быть использованы в электродинамических САПР [34-36].

Таким образом, в работе кратко обозначены методы, которые могут быть полезны при расчете характеристик рассеяния объектов, содержащих полые структуры.

ЛИТЕРАТУРА

1. Львович И.Я., Преображенский А.П. Расчет характеристик металлодиэлектрических антенн / Вестник Воронежского государственного технического университета. 2005. Т. 1. № 11. С. 26-29.
2. Львович Я.Е., Львович И.Я., Преображенский А.П. Решение задач оценки характеристик рассеяния электромагнитных волн на дифракционных структурах при их проектировании / Вестник Воронежского института высоких технологий. 2010. № 6. С. 255-256.
3. Авдеев В.Б., Ашихмин А.В., Некрылов В.М., Пастернак Ю.Г., Преображенский А.П. Моделирование функционирования в сверхширокой полосе частот радиопеленгаторной вибраторной антенной решетки с учетом влияния корпуса мобильного носителя / Антенны. 2006. № 2. С. 45-52.

4. Самойлова У.А. Анализ сложных электродинамических объектов на основе параллельных вычислений / Современные наукоемкие технологии. 2014. № 5-2. С. 55-56.
5. Львович И.Я., Львович Я.Е., Преображенский А.П. Построение алгоритма оценки средних характеристик рассеяния полых структур / Телекоммуникации. 2014. № 6. С. 2-5.
6. Шутов Г.В. Оценка возможности применения приближенной модели при оценке средних характеристик рассеяния электромагнитных волн / Вестник Воронежского института высоких технологий. 2013. № 10. С. 61-67.
7. Шутов Г.В. Приближенная модель для оценки средних характеристик рассеяния / Современные наукоемкие технологии. 2014. № 5-2. С. 60.
8. Преображенский А.П. Оценка возможностей комбинированной методики для расчета ЭПР двумерных идеально проводящих полостей / Телекоммуникации. 2003. № 11. С. 37-40.
9. Кульнева Е.Ю., Гащенко И.А. О характеристиках, влияющих на моделирование радиотехнических устройств / Современные наукоемкие технологии. 2014. № 5-2. С. 50.
10. Косилов А.Т., Преображенский А.П. Методы расчета радиолокационных характеристик объектов / Вестник Воронежского государственного технического университета. 2005. Т. 1. № 8. С. 68-71.
11. Преображенский А.П., Чопоров О.Н. Алгоритм расчета радиолокационных характеристик полостей с использованием приближенной модели / Системы управления и информационные технологии. 2005. № 4. С. 17-19.
12. Шамаева А.А. Распространение радиоволн в городе / Успехи современного естествознания. 2011. № 7. С. 235а.
13. Блохина Т.В. Применение методов параллельных вычислений при решении электродинамических задач / Современные наукоемкие технологии. 2014. № 5-2. С. 31-32.
14. Преображенский А.П. Прогнозирование радиолокационных характеристик объектов с радиопоглощающими покрытиями в диапазоне длин волн / Телекоммуникации. 2003. № 4. С. 21-24.
15. Львович Я.Е., Львович И.Я. Принятие решений в экспертно-виртуальной среде / под редакцией Львовича Я.Е.//Воронеж, 2010, Издательство "Научная книга", 139 с.
16. Львович Я.Е. Многоальтернативная оптимизация: теория и приложения - Воронеж, 2006, Издательство "Кварта", 415 с.

17. Преображенский А.П. Прогнозирование радиолокационных характеристик идеально проводящей полости в диапазоне длин волн / Телекоммуникации. 2005. № 12. С. 29-31.
18. Преображенский А.П. Прогнозирование радиолокационных характеристик объектов в диапазоне длин волн с использованием результатов измерения характеристик рассеяния на дискретных частотах / Телекоммуникации. 2004. № 5. С. 32-35.
19. Львович Я.Е., Львович И.Я., Преображенский А.П., Головинов С.О. Разработка системы автоматизированного проектирования беспроводных систем связи / Телекоммуникации. 2010. № 11. С. 2-6.
20. Львович Я.Е., Львович И.Я., Преображенский А.П., Головинов С.О. Исследование методов оптимизации при проектировании систем радиосвязи / Теория и техника радиосвязи. 2011. № 1. С. 5-9.
21. Львович Я.Е., Львович И.Я., Преображенский А.П., Головинов С.О. Исследование метода трассировки лучей для проектирования беспроводных систем связи / Электромагнитные волны и электронные системы. 2012. Т. 17. № 1. С. 32-35.
22. Головинов С.О., Преображенский А.П., Львович И.Я. Моделирование распространения миллиметровых волн в городской застройке на основе комбинированного алгоритма / Телекоммуникации. 2010. № 7. С. 20-23.
23. Львович Я.Е., Львович И.Я., Преображенский А.П., Головинов С.О. Исследование метода трассировки лучей при проектировании беспроводных систем связи / Информационные технологии. 2011. № 8. С. 40-42.
24. Милошенко О.В. Методы оценки характеристик распространения радиоволн в системах подвижной радиосвязи / Вестник Воронежского института высоких технологий. 2012. № 9. С. 60-62.
25. Ерасов С.В. Проблемы электромагнитной совместимости при построении беспроводных систем связи / Вестник Воронежского института высоких технологий. 2013. № 10. С. 137-143.
26. Баранов А.В. Проблемы функционирования mesh-сетей / Вестник Воронежского института высоких технологий. 2012. № 9. С. 49-50.
27. Головинов С.О., Хромых А.А. Проблемы управления системами мобильной связи / Вестник Воронежского института высоких технологий. 2012. № 9. С. 13-14.
28. http://storage.library.opu.ua/online/periodic/ee_70/24.pdf
29. Преображенский А.П., Хухрянский Ю.П. Аппроксимация характеристик рассеяния электромагнитных волн элементов, входящих в состав объектов сложной формы / Вестник Воронежского государственного технического университета. 2005. Т. 1. № 8. С. 15-16.

30. Баранов А.В. Некоторые особенности лучевых методов расчета характеристик распространения электромагнитных волн / Вестник Воронежского института высоких технологий. 2013. № 10. С. 9-13.
31. Преображенский А.П. Исследование возможности определения формы объекта в окрестности восстановления локальных отражателей на поверхности объектов по их диаграммам обратного рассеяния / Телекоммуникации. 2003. № 4. С. 29-32.
32. Гончарова Н.П. Применение методов аппроксимации данных / Успехи современного естествознания. 2011. № 7. С. 97а.
33. http://num-anal.srcc.msu.ru/meth_mat/prac_qdf/ps/quadrpdf.pdf
34. Мишин Я.А. О системах автоматизированного проектирования в беспроводных сетях / Вестник Воронежского института высоких технологий. 2013. № 10. С. 153-156.
35. Преображенский А.П. Моделирование и алгоритмизация анализа дифракционных структур в САПР радиолокационных антенн / Воронеж, Научная книга, 2007, 248 с.
36. Преображенский А.П., Юров Р.П. САПР современных радиоэлектронных устройств и систем / Вестник Воронежского государственного технического университета. 2006. Т. 2. № 3. С. 35-37.

M.N.Miroshnikova

**ABOUT THE USING OF INTEGRAL EQUATIONS IN THE
SOLUTION OF ELECTRODYNAMIC PROBLEMS**

JSC "Svyaznoy logistics", Voronezh

The analysis of characteristics of integral equations is carried out. The possible methods of their solution, the methods is considered. The possibility of using integral equations is indicated in the solution of electrodynamic problems.

Keywords: integral equations, electromagnetic wave, scattering.