

УДК 681.518.3

DOI: [10.26102/2310-6018/2022.37.2.001](https://doi.org/10.26102/2310-6018/2022.37.2.001)

Алгоритм определения безопасной дистанции с учетом зависимости тяги двигателей от скорости движения самолета в процессе разбега

Нгуен Вьет Данг¹, С.У.Увайсов¹, О.В.Рычкова², И.А.Флорова²✉

¹МИРЭА – Российский технологический университет,
Москва, Российская Федерация

²Национальный исследовательский технологический университет МИСиС,
Москва, Российская Федерация
florova.ia@misis.ru✉

Резюме: Значение воздушного сообщения между различными пунктами земного шара в современном мире трудно переоценить. Однако использование этого вида транспорта сопряжено с высокими рисками для пассажиров, экипажа, грузов и самого воздушного судна в связи с возможностью серьезных аварий на всех этапах полета, но особенно при взлете и посадке. В данной статье представлена физико-математическая модель разбега самолета при взлете, анализ которой позволяет избежать аварий при возникновении нештатных ситуаций. Эта модель дает возможность создать электронное устройство для контроля взлетных динамических характеристик и предупреждения экипажа воздушного судна о возникающих несоответствиях. В статье приведены дифференциальные уравнения, описывающие динамические характеристики самолета при разбеге. А также получены решения этих уравнений, определяющие в явном виде функциональные зависимости необходимой для безопасного взлета дистанции от времени, прошедшего с начала разбега. Рассмотрено, как влияют на рассчитываемые характеристики внешние факторы, такие как температура окружающего воздуха, скорость ветра при взлете, наклон взлетно-посадочной полосы. Также в статье представлены в качестве примера результаты моделирования нештатного взлета с использованием современных программных средств (авиасимулятор flightgear 2020.3, математическая программа GeoGebra). С точки зрения авторов, материалы статьи могут представлять практическую ценность для разработчиков невстраиваемых бортовых контрольных устройств, а также для пользователей этих устройств.

Ключевые слова: взлет, разбег, взлетно-посадочная полоса (ВПП), сила тяжести, сила трения, подъемная сила, нормальная сила реакции опоры, сила тяги, сила лобового сопротивления, спутниковый приемник.

Для цитирования: Нгуен Вьет Данг, Увайсов С.У., Флорова И.А., Рычкова О.В. Алгоритм определения безопасной дистанции с учетом зависимости тяги двигателей от скорости движения самолета в процессе разбега. *Моделирование, оптимизация и информационные технологии*. 2022;10(2). Доступно по: <https://moitvvt.ru/ru/journal/pdf?id=1139> DOI: 10.26102/2310-6018/2022.37.2.001

Safe distance determining algorithm in terms of the thrust force dependence on the aircraft speed during takeoff-run

Dang Nguyen Viet¹, S.U. Uvaysov¹, I.A. Florova², O.V. Rychkova²✉

¹MIREA - Russian Technological University, Moscow, Russian Federation
²National Research Technological University MISIS, Moscow, Russian Federation
florova.ia@misis.ru✉

Abstract: The importance of air communication between various points of the globe in the modern world is difficult to overestimate. Yet the employment of this means of transport is associated with high risks for passengers, crew, cargo and the aircraft itself due to the possibility of serious accidents at all phases of the flight, but especially during takeoff and landing. This article presents a physical and mathematical model of an aircraft takeoff-run. Its analysis helps to avoid accidents in the event of emergency situations. This model enables the creation of an electronic device for monitoring takeoff dynamic characteristics and warning the aircraft crew about arising inconsistencies. The article presents differential equations describing the dynamic characteristics of the aircraft during takeoff-run. Additionally, solutions of these equations are obtained, which explicitly determine the functional dependencies of the distance necessary for a safe takeoff on the time elapsed since the start of the takeoff-run. The influence of external factors, such as ambient air temperature, wind speed during takeoff and runway slope on the calculated characteristics is considered. As an example, the article also offers the results of an emergency takeoff modeling with the aid of modern software (flight simulator flightgear 2020.3, GeoGebra mathematical program). From the authors' point of view, the materials of the article may be of practical value for developers of non-embedded on-board control devices, as well as for users of these devices.

Keywords: takeoff, takeoff-run, runway, gravity, friction force, lifting force, normal reaction force of the support, thrust force, drag force, satellite receiver

For citation: Dang Nguyen Viet, Uvaysov S.U., Florova I.A., Rychkova O.V. Safe distance determining algorithm in terms of the thrust force dependence on the aircraft speed during takeoff-run. *Modeling, Optimization and Information Technology*. 2022;10(2). Available from: <https://moitvvt.ru/ru/journal/pdf?id=1139> DOI: 10.26102/2310-6018/2022.37.2.001 (In Russ.).

Введение

Процесс взлета самолета при постоянной силе тяги двигателей рассматривался авторами в предыдущих работах [1] и [2], но в реальных условиях настоящий интерес представляет ситуация, когда сила тяги является переменной величиной. Наряду с обычными природными и технологическими причинами изменения тяги, такими как влажность воздуха, направление и скорость ветров в районе расположения ВПП, наклон самой ВПП, состав ее покрытия и так далее, к сожалению, встречаются нештатные ситуации, которые хоть и возможно предусмотреть, но бороться с их последствиями – задача очень сложная. Развитие подобных ситуаций зачастую приводит к авариям на взлете, которых можно было бы избежать, если бы экипаж самолета был своевременно проинформирован об уменьшении силы тяги. Как известно, уменьшение силы тяги может привести к тому, что оставшейся длины ВПП не хватит для достижения скорости отрыва, и, соответственно, к невозможности штатного взлета. В этом случае для экипажа очень важно вовремя прервать взлет и начать торможение.

В представленной статье приводится физико-математическая модель процесса взлета воздушного судна, на основе которой предполагается создать контрольное устройство для выявления и предупреждения соответствующих проблем. Это радиотехническое устройство имеет возможность прогнозировать длину разбега и требуемую дистанцию торможения. В нем используется алгоритм на основе математической модели движения самолета по ВПП, позволяющий экипажу следить за дистанциями в процессе движения самолета при разбеге [3]. Алгоритм включает анализ динамики взлета и применение метода

аппроксимации силы тяги, зависящей от скорости воздушного судна. Данное устройство не встраивается в приборную панель, поэтому может быть применено в любых летательных аппаратах.

Система прогнозирования и предупреждения об опасности

Для контроля параметров движения самолета при разбеге и принятия решения о продолжении или прекращении взлета возможно применение радиотехнической системы, позволяющей определить динамические параметры самолета с заданным дискретным интервалом скорости и предупредить об опасности. Такая система состоит из:

- модуля контроля (контрольное устройство), включающего в себя: ГЛОНАСС/GPS приемник, модуль акселерометра, микроконтроллер, средство ввода, средство отображения;
- группировки спутников системы навигации;
- внешних устройств.

Назначение каждого элемента:

1. Бортовое устройство – отдельное устройство для непосредственного получения данных о местоположении от спутников, обработки данных и отображения результатов.
2. ГЛОНАСС/GPS приемник – радиоприемное устройство, предназначенное для получения географических данных местоположения приемника.
3. Средство ввода применяется для ввода значений характеристик самолета.
4. Средство отображения обеспечивает вывод результатов и сигнализирует экипажу об опасных ситуациях.
5. Модуль акселерометра предназначен для измерения ускорения движения самолета. Данные измерения служат для фильтрации входных данных.
6. Микроконтроллер предназначен для получения данных от приемника, их обработки по заданному алгоритму и передачи результатов на средство отображения.
7. Спутники используются для определения местоположения приемника и передачи информации о его координатах и движении на приемник.
8. Внешние устройства обеспечивают хранение аэродинамических характеристик самолета, определение метеорологических условий и загрузку начальных данных в микроконтроллер через USB-порты.

Структура системы имеет вид, показанный на Рисунке 1.

Принцип работы данной системы заключается в следующем:

Перед разбегом все характеристики самолета, метеорологических условий и ВПП загружаются в микроконтроллер либо с внешних устройств, либо со средств ввода. Микроконтроллер собирает все данные и обрабатывает их согласно заложенному алгоритму.

Принцип действия алгоритма обработки данных в микроконтроллере: на каждом шаге рассчитываются требуемые дистанция до точки отрыва и дистанция для торможения. Алгоритм вычисления основан на анализе динамических характеристик самолета в процессе разбега. В случае, когда рассчитанная величина требуемого расстояния оказывается меньше длины ВПП, выдается сигнал предупреждения об опасности.

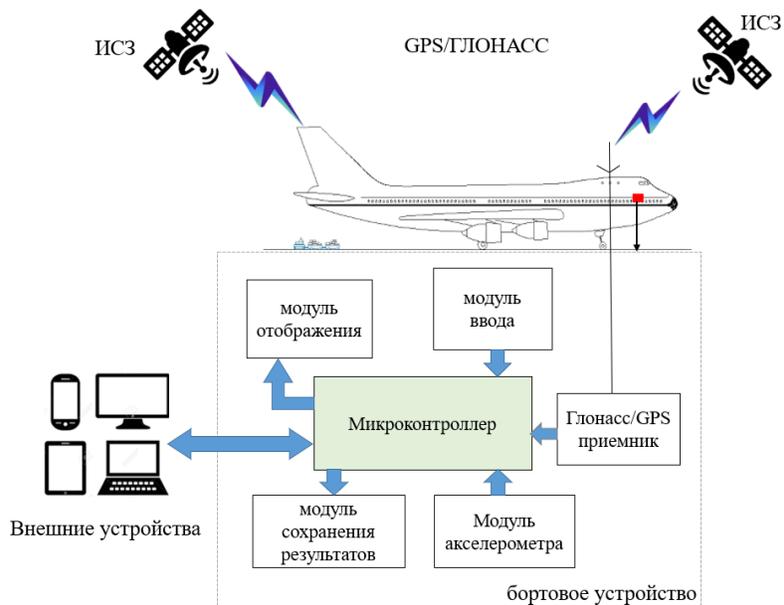


Рисунок 1 – Структура системы контроля параметров движения самолета при разбеге
Figure 1 – Structure of the aircraft movement parameters control system during takeoff-run

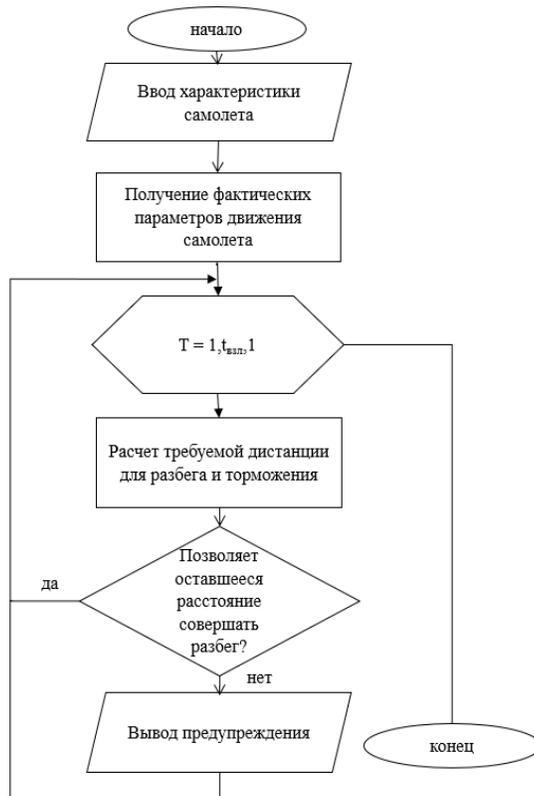


Рисунок 2 – Алгоритм работы микроконтроллера
Figure 2 – The algorithm of the microcontroller operation

Динамика разбега самолета

Взлет является сложным комплексным и особо опасным этапом полета воздушного судна. Данный этап требует анализа специфических параметров для обеспечения безопасности полета.

Процесс взлета включает разбег на земле, отрыв и разгон с подъемом [4]. В процессе разбега самолет движется с ускорением, позволяющим приобрести необходимую для отрыва от земли скорость. Предметом рассмотрения данной статьи является именно разбег и связанные с ним возможные проблемы. Возникающие в этот момент опасные ситуации обычно относятся к двум группам [5]:

- недостаточное ускорение движения, например, из-за некорректно введенных параметров движения воздушного судна (случай в аэропорту Домодедово с выкатыванием пассажирского самолета за пределы ВПП 8 августа 2019 года);
- внезапное изменение скорости самолета, связанное с возможными внешними причинами (катастрофа самолета Ту-134 в Крыму в 2006 году).

В процессе разбега на самолет действуют несбалансированные силы. В результате этого самолет движется с ускорением, определяемым по второму закону Ньютона, и разгоняется от точки старта на ВПП до точки достижения скорости отрыва. Действующие на самолет силы включают [2] (Рисунок 3):

- P – силу тяги двигателей;
- G – силу тяжести, действующую на самолет;
- Y – подъемную силу;
- Q – силу лобового сопротивления;
- $N = N_1 + N_2$ – нормальную силу реакции опоры;
- $F_{тр} = F_1 + F_2$ – силу трения колес о покрытие ВПП.

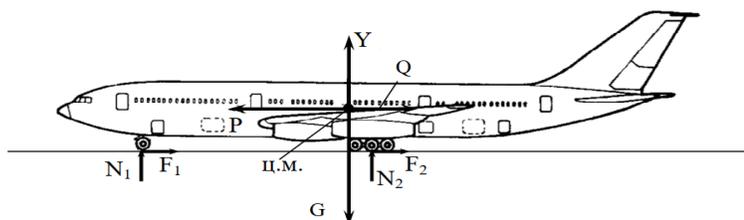


Рисунок 3 – Схема действующих на самолет сил при разбеге
Figure 3 – Diagram of the forces acting upon the aircraft during takeoff-run

Сила тяги двигателей P – сила, противодействующая силе лобового сопротивления в потоке и удерживающая самолет в движении. Данная сила обеспечивается работой авиационных двигателей. Двигатели самолета могут быть поршневыми и турбореактивными, и уменьшение тяги для каждого из них будет различным. Каждый тип двигателя имеет скоростную характеристику, по которой можно определить значения тяги при соответствующих значениях скорости [4].

Сила тяжести (G) имеет постоянную величину, направлена вниз и определяется формулой (1):

$$G = m_0 g \quad (1)$$

где m_0 – масса самолета, g – ускорение свободного падения.

Подъемная сила крыльев $Y=0$ во время стоянки самолета. Она прямо пропорциональна квадрату скорости движения, а при отрыве самолета от поверхности земли имеет максимальную величину, равную весу самолета. Подъемная сила образуется в результате разности давлений воздуха над крылом и под крылом самолета [4]. Создание такой разности давлений требует асимметрии поперечного сечения крыла. В результате этого скорость потока воздуха под крылом меньше, чем над крылом (Рисунок 2).

Подъемную силу находят по формуле Жуковского:

$$Y = C_y \frac{\rho V^2}{2} \cdot S \quad (2)$$

где C_y – коэффициент подъемной силы, $\frac{\rho V^2}{2}$ – скоростной напор, S – площадь крыла.

Поскольку в момент отрыва $Y=G$, для вычисления скорости отрыва получаем формулу:

$$V_{\text{отр}} = \sqrt{\frac{2m_0g}{C_{Y_{\text{отр}}}\rho S}} \quad (3)$$

Значение коэффициента подъемной силы $C_{Y_{\text{отр}}}$ берется чуть меньше, чем максимальное значение коэффициента $C_{Y_{\text{max}}}$ (соответствующего критическому углу атаки); это обусловлено требованием обеспечения безопасности взлета.

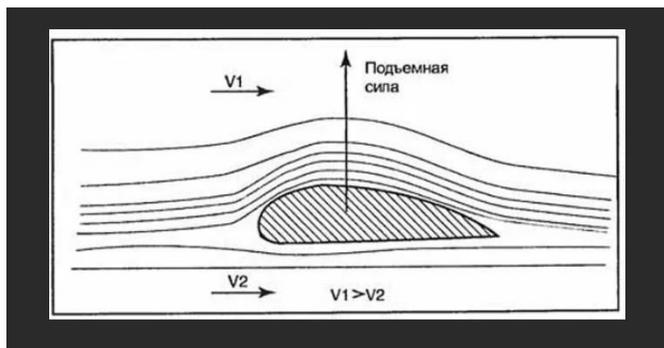


Рисунок 4 – Образование подъемной силы
Figure 4 – Lifting force formation

Сила лобового сопротивления равна нулю до начала разбега и увеличивается при разбеге до определенного значения (оно отличается у разных типов самолетов, зависит от угла атаки и профиля крыльев).

В общем виде силу лобового сопротивления можно записать так:

$$Q = C_x \frac{\rho V^2}{2} S \quad (4)$$

Нормальная сила реакции опоры N зависит от веса самолета и подъемной силы, поэтому с увеличением скорости самолета и увеличением подъемной силы нормальная сила реакции опоры уменьшается и после отрыва станет равной нулю [6].

Сила трения шасси о покрытие ВПП $F_{тр}$ определяется нормальной силой реакции опоры N и характеристиками самого покрытия. Сила трения определяется формулой (5):

$$F_{тр} = f \cdot N \quad (5)$$

где f – коэффициент трения.

Введем декартову систему координат так, что самолет в начальный момент времени находится в начале координат, а направление движения самолета при разбеге совпадает с положительным направлением оси X . Тогда движение самолета по ВПП без наклона представляется системой уравнений [7]:

$$\begin{cases} \frac{mdV}{dt} = P - Q - F_{тр} \\ Y - m_0g + N = 0 \\ \frac{dL}{dt} = V \end{cases} \quad (6)$$

При отсутствии ветра из системы (6) и формул (1), (2), (3), (4), (5) получаем формулу для ускорения:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{P - Q - F_{тр}}{m_0} = g \cdot \left[\frac{P}{m_0g} - \frac{C_{храз} \frac{\rho V^2}{2} S}{m_0g} - \frac{f_{тр.раз} \left(m_0g - C_{ураз} \frac{\rho V^2}{2} S \right)}{m_0g} \right], \quad (7)$$

где $C_{храз}$ – коэффициент лобового сопротивления при разгоне;
 $C_{ураз}$ – коэффициент подъемной силы при разгоне;
 $f_{тр.раз}$ – коэффициент трения колес по ВПП при разгоне.

Представим скорость как сложную функцию пути от времени $V(L(t))$:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{dV}{dL} \cdot \frac{dL}{dt} = \frac{VdV}{dL} \Rightarrow dL = \left(\frac{VdV}{\frac{dV}{dt}} \right) \Rightarrow L = \int_0^y \left(\frac{VdV}{\frac{dV}{dt}} \right), \quad (8)$$

где L – пройденное расстояние по ВПП

Подставив ускорение (7) в формулу (8), получим выражение для расчета длины разбега:

$$L_{раз} = \int_0^{y_{отр}} \frac{VdV}{g \left[\left(\frac{P}{m_0g} - f_{тр.раз} \right) - \left(C_{храз} - f_{тр.раз} C_{ураз} \right) \cdot \frac{\rho V^2}{2} \cdot \frac{S}{m_0g} \right]}$$

или

$$L_{\text{раз}} = \frac{1}{g} \int_0^{V_{\text{отр}}} \frac{V dV}{a_{\text{раз}} - b_{\text{раз}} V^2}$$

$$a_{\text{раз}} = \frac{P}{m_0 g} - f_{\text{тр,раз}}; \quad b_{\text{раз}} = (C_{x\text{раз}} - f_{\text{тр,раз}} C_{y\text{раз}}) \cdot \frac{\rho}{2} \cdot \frac{S}{m_0 g}$$

где $a_{\text{раз}}$ и $b_{\text{раз}}$ – постоянные.

Взяв интеграл, получим

$$L_{\text{раз}} = \frac{1}{2gb_{\text{раз}}} \cdot \ln \left| \frac{a_{\text{раз}}}{a_{\text{раз}} - b_{\text{раз}} V_{\text{отр}}^2} \right|. \quad (9)$$

Учтем теперь реальную ситуацию при взлете, когда сила тяги зависит от скорости движения самолета.

В современных условиях в самолетах используются, как правило, двигатели ТРД. Они отличаются уменьшением силы тяги с ростом скорости воздушного потока при малых числах Маха М.

Каждому типу двигателя соответствует своя скоростная характеристика, которая дает значения тяги в зависимости от скорости самолета. Например, для двигателя Д-30КУ-154 (устанавливаемого на пассажирские самолеты Ту-154 М) скоростная характеристика имеет следующий вид [8]:

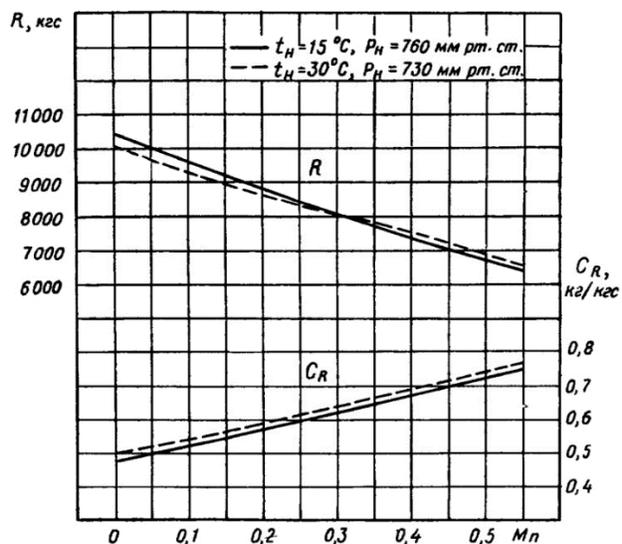


Рисунок 5 – Скоростная характеристика двигателя Д-30КУ-154 при разбеге у земли во взлетном режиме

Figure 5 – Speed characteristics of the D-30KU-154 engine when operating near the ground in takeoff mode

Для Д-436 скоростная характеристика имеет вид (Рисунок 6) [9]:

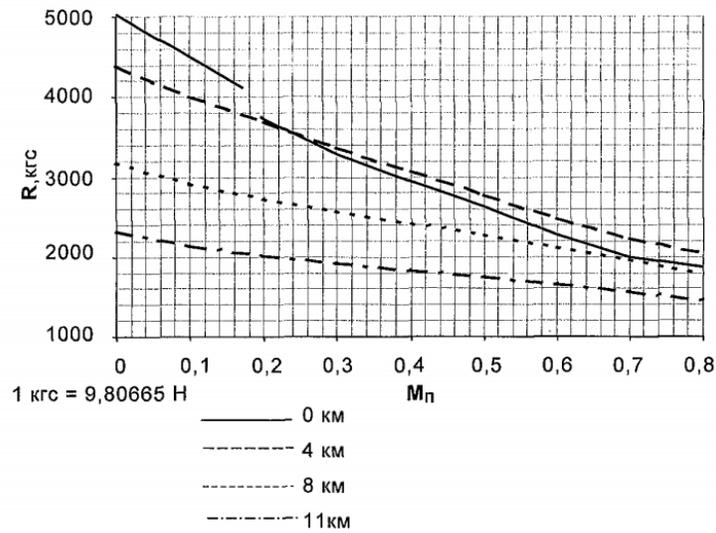


Рисунок 6 – Скоростная характеристика двигателя Д-436
Figure 6 – Speed characteristics of the D-436 engine

Уменьшение силы тяги можно аппроксимировать полиномиальной зависимостью [10]

$$P = c \cdot V^2 + d \cdot V + e \quad (10)$$

где c , d , e – постоянные, которые можно найти с помощью процедуры полиномиальной интерполяции программы GeoGebra:

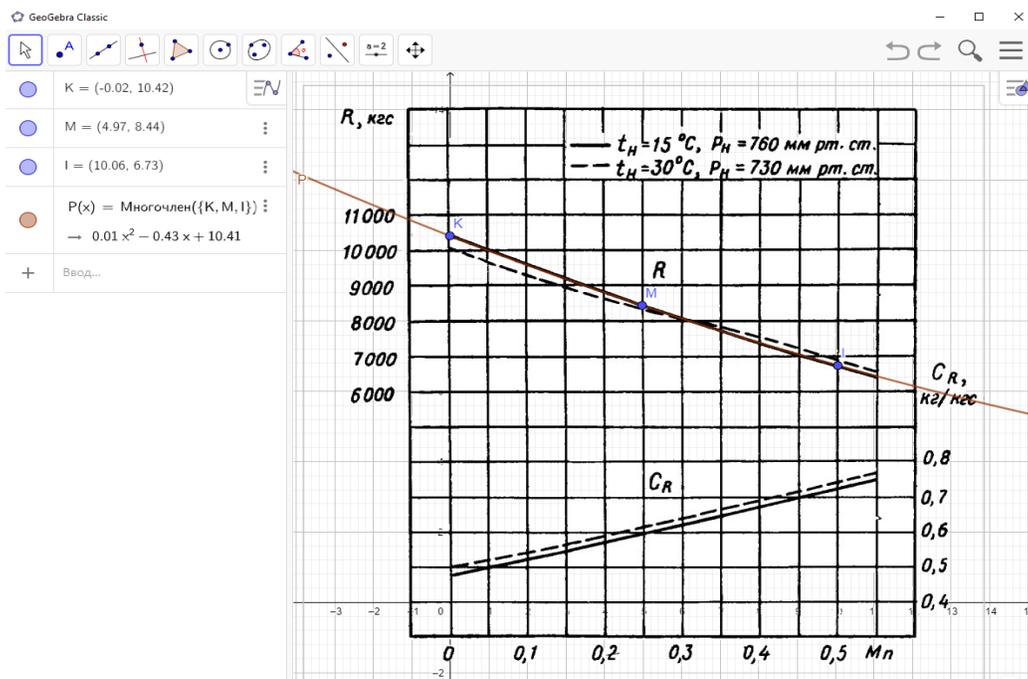


Рисунок 7 – Окно программы GeoGebra
Figure 7 – GeoGebra program window

В данном случае $c=0.01$, $d = -0.43$, $e = 10.41$.

Подставим полученное разложение силы тяги в уравнение для ускорения (7)

$$\frac{dV}{dt} = g \cdot \left[\left(\frac{c \cdot V^2 + d \cdot V + e}{m_0 g} - f_{тр.раз} \right) - (C_{храз} - f_{тр.раз} C_{ураз}) \cdot \frac{\rho V^2}{2} \cdot \frac{S}{m_0 g} \right]. \quad (11)$$

Перегруппировав слагаемые, получим:

$$\frac{dV}{dt} = g \left[\left(\frac{e}{m_0 g} - f_{тр.раз} \right) + \frac{d \cdot V}{m_0 g} - \left((C_{храз} - f_{тр.раз} C_{ураз}) \cdot \frac{\rho}{2} \cdot \frac{S}{m_0 g} - \frac{c}{m_0 g} \right) V^2 \right].$$

Вводя обозначения:

$$a_{раз} = \frac{e}{m_0 g} - f_{тр.раз}$$

$$t_{раз} = \frac{d}{m_0 g}$$

$$b_{раз} = (C_{храз} - f_{тр.раз} C_{ураз}) \cdot \frac{\rho}{2} \cdot \frac{S}{m_0 g} - \frac{c}{m_0 g},$$

получим формулу для ускорения

$$\frac{dV}{dt} = g \cdot \left[a_{раз} + t_{раз} V - b_{раз} V^2 \right]. \quad (12)$$

Таким образом, получаем интеграл для нахождения длины разбега L в соответствии с (8)

$$L_{раз} = \frac{1}{g} \int_0^{V_{отр}} \frac{V dV}{a_{раз} + t_{раз} V - b_{раз} V^2}. \quad (13)$$

Взяв этот интеграл, получим

$$L_{раз} = \frac{1}{2gb_{раз}} \left(\frac{2t_{раз} \arctg \left(\frac{2b_{раз} V_{отр} - t_{раз}}{\sqrt{-4a_{раз} b_{раз} - t_{раз}^2}} \right)}{\sqrt{-4a_{раз} b_{раз} - t_{раз}^2}} + \frac{2t_{раз} \arctg \left(\frac{-t_{раз}}{\sqrt{-4a_{раз} b_{раз} - t_{раз}^2}} \right)}{\sqrt{-4a_{раз} b_{раз} - t_{раз}^2}} + \ln \left(\frac{a_{раз}}{a_{раз} + t_{раз} V_{отр} - b_{раз} V_{отр}^2} \right) \right). \quad (14)$$

При функционировании разрабатываемого электронного устройства в каждый момент времени рассчитывается как пройденное самолетом расстояние, так и расстояние, требующееся для торможения. Рассмотрим силы, действующие на самолет при торможении, учитывая появление обратной тяги от реверса (Рисунок 8):

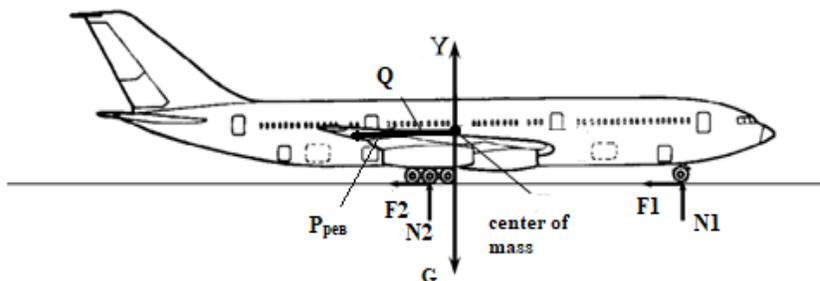


Рисунок 8 – Схема сил, действующих на самолет при торможении
 Figure 8 – Diagram of the forces acting upon the aircraft during braking

где $F_{тр}=F_1+F_2$ – сила трения колес о покрытие;
 $N=N_1+N_2$ – сила реакции опоры;
 G – сила тяжести;
 Q – сила лобового сопротивления;
 Y – подъемная сила;

$P_{рев}$ – обратная тяга от реверса (если на самолете установлен реверс, если не установлен, то $P_{рев}=0$).

При пробеге в процессе торможения на самолет действуют силы, аналогичные тем, которые мы рассматривали при разбеге, при этом сила тяги либо отсутствует, либо направлена в сторону, противоположную движению, а сила лобового сопротивления и сила трения увеличиваются: первая за счет применения тормозных посадочных парашютов, вторая – за счет применения тормозных устройств на колесах шасси.

$$m_0 \frac{dV}{dt} = P_{рев} + C_{хпр} \frac{\rho V^2}{2} \cdot S + f_{тр,пр} \left(m_0 g - C_{упр} \frac{\rho V^2}{2} \cdot S \right), \quad (15)$$

где $C_{хпр}$ – коэффициент лобового сопротивления при торможении (при пробеге);
 $C_{упр}$ – коэффициент подъемной силы при торможении (при пробеге);
 $f_{тр,пр}$ – коэффициент трения колес по ВПП при торможении (при пробеге).

При торможении изменение тяги реверса можно определить по формуле:

$$P_{рев} = P \cdot \cos\varphi, \quad (16)$$

где φ – угол установки реверса.

Тогда ускорение при торможении можно записать в виде:

$$\frac{dV}{dt} = g \left[\left(\frac{e \cdot \cos\varphi}{m_0 g} + f_{тр,пр} \right) + \frac{d \cdot \cos\varphi \cdot V}{m_0 g} + \left((C_{хпр} - f_{тр,пр} C_{упр}) \cdot \frac{\rho}{2} \cdot \frac{S}{m_0 g} + \frac{c \cdot \cos\varphi}{m_0 g} \right) V^2 \right]. \quad (17)$$

Используя ту же самую формулу (8), в конечной формуле расчета расстояния торможения, получим следующее выражение:

$$L_{пр} = \frac{1}{g} \int_{V_1}^0 \frac{V dV}{a_{пр} + t_{пр} V + b_{пр} V^2}, \quad (18)$$

где V_1 – скорость самолета при начале торможения

$$a_{np} = \frac{e \cdot \cos\varphi}{m_0 g} + f_{тр. np}$$

$$t_{np} = \frac{d \cdot \cos\varphi}{m_0 g}$$

$$b_{np} = (C_{хnp} - f_{тр. np} C_{уnp}) \cdot \frac{\rho}{2} \cdot \frac{S}{m_0 g} + \frac{c \cdot \cos\varphi}{m_0 g}.$$

Взяв этот интеграл, получим

$$L_{np} = \frac{1}{2gb_{np}} \left(\frac{2t_{np} \operatorname{arctg} \left(\frac{2b_{np} V_1 + t_{np}}{\sqrt{4a_{np} b_{np} - t_{np}^2}} \right) - 2t_{np} \operatorname{arctg} \left(\frac{t_{np}}{\sqrt{4a_{np} b_{np} - t_{np}^2}} \right) + \ln \left(\frac{a_{np}}{a_{np} + t_{np} V_1 + b_{np} V_1^2} \right)}{\sqrt{4a_{np} b_{np} - t_{np}^2}} \right). \quad (19)$$

Внешние факторы, влияющие на разбег самолета Учет влияния скорости и направления ветра

Подъемная сила определяется скоростью самолета относительно воздуха, поэтому следует учесть влияние ветра на скорость набегающего потока воздуха относительно самолета $V_{c-в}$ [7]. В зависимости от направления ветра скорость самолета увеличится или уменьшится на значение скорости ветра относительно земли. При встречном ветре скорость набегающего потока будет складываться из скорости ветра W и скорости самолета относительно земли V .

$$V_{c-в} = V + W$$

При попутном ветре скорость набегающего потока будет равна разности скоростей самолета V и ветра W относительно земли:

$$V_{c-в} = V - W$$

Поэтому для сокращения длины разбега выгодно совершать взлет против ветра.

При наличии бокового ветра в качестве W учитывается та его составляющая, которая направлена вдоль линии движения самолета $W \cos\alpha$, где α – угол между направлением движения самолета и направлением ветра.

Учет влияния угла наклона ВПП

Если взлетная полоса имеет угол наклона Θ (Рисунок 9), то нужно разложить силу тяжести, действующую на самолет, на две составляющие – вдоль наклонной плоскости и перпендикулярно ей. Если самолет движется вверх по наклонной ВПП, то сила тяги уменьшается на $m_0 g \cdot \sin\Theta$, а если вниз, то увеличивается на такую же величину.

$$P = P \pm m_0 g \cdot \sin\Theta$$

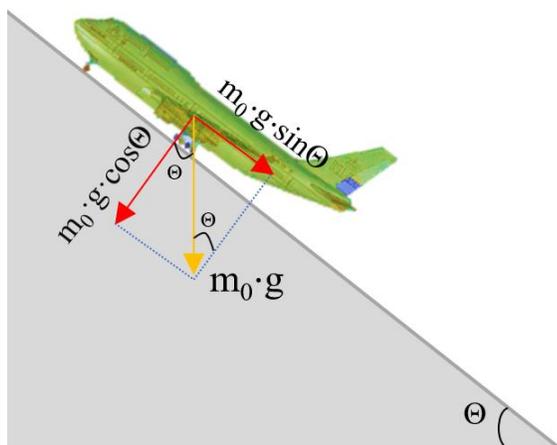


Рисунок 9 – Влияние угла наклона взлетно-посадочной полосы
 Figure 9 – Influence of the runway inclination angle

Учет влияния характеристик поверхности ВПП

Сила трения колес о поверхность ВПП зависит от характеристик самой поверхности. Рост силы трения наблюдается при рыхлом мягком грунте, что приводит к уменьшению результирующей силы. Из-за этого, в свою очередь, ускорение уменьшается, а длина разбега увеличивается. Кроме того, сила трения зависит от нагрузки на колеса. Уменьшение силы трения за счет уменьшения коэффициента трения приводит к сокращению длины разбега (Таблица 1) [11].

Таблица 1 – Коэффициенты трения для различных взлетных полос
 Table 1 – Friction coefficients for different runways

Вид взлетной полосы	f
Бетон	0,03-0,04
Твердый грунт	0,05-0,06
Мягкий песчаный грунт	0,02-0,30
Сырой вязкий грунт	0,25-0,35

Учет влияния давления и температуры воздуха

Скорость отрыва и сила тяги двигателей зависят от атмосферного давления и температуры воздуха. С уменьшением давления увеличивается скорость отрыва и уменьшается сила тяги, в результате чего длина разбега увеличивается. Аналогичный эффект наблюдается при повышении температуры воздуха, поскольку при этом уменьшается его плотность. Для самолетов с ТРД можно считать, что длина разбега увеличивается приблизительно на 10 % при повышении температуры окружающего воздуха на 10 градусов Цельсия, а также при понижении давления на 30 мм рт. ст.

Стандартные характеристики самолета при взлете, в частности, длина разбега L , рассчитываются для температуры 15 градусов по Цельсию, поэтому учет влияния температуры на длину разбега можно выразить следующей эмпирической формулой:

$$L_{\text{факт}} = (1 + 0,01(T - 15))L.$$

Таким образом, приведенные в статье расчеты позволяют определить точку принятия решения о безопасном прерывании взлета. По достижении этой точки на траектории движения самолета при взлете возможно как продолжение взлета, так и его прерывание, исключаящее выкатывание за пределы ВПП. Скорость V_1 – это скорость, при которой возможно безопасное продолжение взлета либо торможение до полной остановки самолета в пределах ВПП.

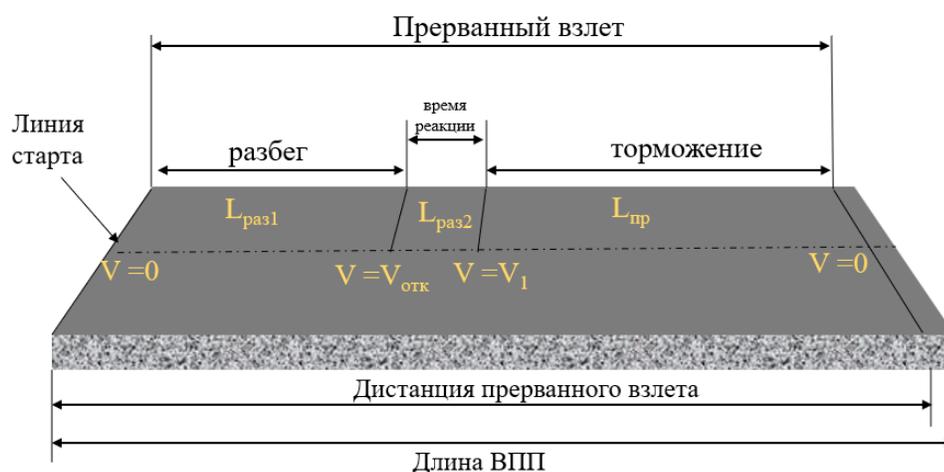


Рисунок 10 – Дистанция прерванного взлета
 Figure 10 – Aborted takeoff distance

Длина разбега с учетом влияния внешних факторов определяется по формуле:

$$L_{\text{раз}} = \frac{(1 + 0,01(T - 15)) y_{\text{пр}}}{g} \int_0^{y_{\text{пр}}} \frac{VdV}{a_{\text{раз}} + t_{\text{раз}}(V \pm W) - b_{\text{раз}}(V \pm W)^2} \quad (20)$$

$$a_{\text{раз}} = \frac{e \pm m_0 g \cdot \sin \Theta}{m_0 g} - f_{\text{тр.раз}} \cdot \cos \Theta$$

$$t_{\text{раз}} = \frac{d}{m_0 g}$$

$$b_{\text{раз}} = (C_{\text{храз}} - f_{\text{тр.раз}} C_{\text{ураз}}) \cdot \frac{\rho}{2} \cdot \frac{S}{m_0 g} - \frac{c}{m_0 g}$$

$$L_{\text{раз}} = \frac{(1+0,01(T-15))}{2gb_{\text{раз}}} \left(\frac{2t_{\text{раз}} \arctg \left(\frac{2b_{\text{раз}} V_{\text{отр}} - t_{\text{раз}}}{\sqrt{-4a_{\text{раз}} b_{\text{раз}} - t_{\text{раз}}^2}} \right)}{\sqrt{-4a_{\text{раз}} b_{\text{раз}} - t_{\text{раз}}^2}} + \frac{2t_{\text{раз}} \arctg \left(\frac{-t_{\text{раз}}}{\sqrt{-4a_{\text{раз}} b_{\text{раз}} - t_{\text{раз}}^2}} \right)}{\sqrt{-4a_{\text{раз}} b_{\text{раз}} - t_{\text{раз}}^2}} + \ln \left(\frac{a_{\text{раз}}}{a_{\text{раз}} + t_{\text{раз}} V_{\text{отр}} - b_{\text{раз}} V_{\text{отр}}^2} \right) \right)$$

В случае отказа одного из двигателей, что является наиболее типичной нештатной ситуацией, экипаж принимает решение прервать взлет и начать торможение.

Дистанция торможения с учетом внешних факторов:

$$L_{\text{пр}} = \frac{(1+0,01(T-15))}{g} \int_{V_1}^{\rho} \frac{VdV}{a_{\text{пр}} + t_{\text{пр}}(V \pm W) + b_{\text{пр}}(V \pm W)^2} \quad (21)$$

$$a_{\text{пр}} = \frac{e \cdot \cos\varphi \pm m_0 g \cdot \sin\Theta}{m_0 g} + f_{\text{тр.пр}} \cdot \cos\Theta$$

$$t_{\text{пр}} = \frac{d \cdot \cos\varphi}{m_0 g}$$

$$b_{\text{пр}} = (C_{\text{хпр}} - f_{\text{тр.пр}} C_{\text{упр}}) \cdot \frac{\rho}{2} \cdot \frac{S}{m_0 g} + \frac{c \cdot \cos\varphi}{m_0 g}$$

Проинтегрировав в пределах от 0 до $V_{\text{отк}}$ и от $V_{\text{отк}}$ до V_1 , а также от V_1 до 0, и используя эмпирическую формулу для расчета L факт, получим соответственно

$$L_{\text{раз1}} = \frac{(1+0,01(T-15))}{2gb_{\text{раз}}} \left(\frac{2t_{\text{раз}} \arctg \left(\frac{2b_{\text{раз}} (V_{\text{отр}} \pm W) - t_{\text{раз}}}{\sqrt{-4a_{\text{раз}} b_{\text{раз}} - t_{\text{раз}}^2}} \right)}{\sqrt{-4a_{\text{раз}} b_{\text{раз}} - t_{\text{раз}}^2}} + \frac{2t_{\text{раз}} \arctg \left(\frac{-t_{\text{раз}}}{\sqrt{-4a_{\text{раз}} b_{\text{раз}} - t_{\text{раз}}^2}} \right)}{\sqrt{-4a_{\text{раз}} b_{\text{раз}} - t_{\text{раз}}^2}} + \ln \left(\frac{a_{\text{раз}}}{a_{\text{раз}} + t_{\text{раз}} (V_{\text{отр}} \pm W) - b_{\text{раз}} (V_{\text{отр}} \pm W)^2} \right) \right) \quad (22)$$

$$L_{\text{раз2}} = \frac{(1+0,01(T-15))}{2gb_{\text{раз}}} \left(\frac{2t_{\text{раз}} \arctg \left(\frac{2b_{\text{раз}} (V_1 \pm W) - t_{\text{раз}}}{\sqrt{-4a_{\text{раз}} b_{\text{раз}} - t_{\text{раз}}^2}} \right)}{\sqrt{-4a_{\text{раз}} b_{\text{раз}} - t_{\text{раз}}^2}} + \frac{2t_{\text{раз}} \arctg \left(\frac{2b_{\text{раз}} (V_{\text{отк}} \pm W) - t_{\text{раз}}}{\sqrt{-4a_{\text{раз}} b_{\text{раз}} - t_{\text{раз}}^2}} \right)}{\sqrt{-4a_{\text{раз}} b_{\text{раз}} - t_{\text{раз}}^2}} + \ln \left(\frac{a_{\text{раз}} + t_{\text{раз}} (V_{\text{отк}} \pm W) - b_{\text{раз}} (V_{\text{отк}} \pm W)^2}{a_{\text{раз}} + t_{\text{раз}} (V_1 \pm W) - b_{\text{раз}} (V_1 \pm W)^2} \right) \right) \quad (23)$$

где $a_{\text{раз}} = \frac{e \pm m_0 g \cdot \sin\Theta}{m_0 g} - f_{\text{тр.раз}} \cdot \cos\Theta$

$$b_{\text{раз}} = (C_{\text{храз}} - f_{\text{тр.раз}} C_{\text{ураз}}) \cdot \frac{\rho}{2} \cdot \frac{S}{m_0 g} - \frac{c}{m_0 g}$$

$$t_{\text{раз}} = \frac{d}{m_0 g}$$

$$L_{\text{пр}} = (1 + 0,01(T - 15)) \frac{1}{2gb_{\text{пр}}} \left(\frac{2t_{\text{пр}} \arctg \left(\frac{2b_{\text{пр}}(V_1 \pm W) + t_{\text{пр}}}{\sqrt{4a_{\text{пр}}b_{\text{пр}} - t_{\text{пр}}^2}} \right)}{\sqrt{4a_{\text{пр}}b_{\text{пр}} - t_{\text{пр}}^2}} - \frac{2t_{\text{пр}} \arctg \left(\frac{t_{\text{пр}}}{\sqrt{4a_{\text{пр}}b_{\text{пр}} - t_{\text{пр}}^2}} \right)}{\sqrt{4a_{\text{пр}}b_{\text{пр}} - t_{\text{пр}}^2}} + \ln \left(\frac{a_{\text{пр}}}{a_{\text{пр}} + t_{\text{пр}}(V_1 \pm W) + b_{\text{пр}}(V_1 \pm W)^2} \right) \right) \quad (24)$$

$$\text{где: } a_{\text{пр}} = \frac{\frac{n_{\text{дв}} - 1}{n_{\text{дв}}} e \cdot \cos\varphi \pm m_0 g \cdot \sin\Theta}{m_0 g} + f_{\text{тр.пр}} \cdot \cos\Theta$$

$$b_{\text{пр}} = (C_{\text{хпр}} - f_{\text{тр.пр}} C_{\text{упр}}) \cdot \frac{\rho}{2} \cdot \frac{S}{m_0 g} + \frac{\frac{n_{\text{дв}} - 1}{n_{\text{дв}}} c \cdot \cos\varphi}{m_0 g}$$

$$t_{\text{пр}} = \frac{\frac{n_{\text{дв}} - 1}{n_{\text{дв}}} d \cdot \cos\varphi}{m_0 g}$$

Коэффициент $\frac{n_{\text{дв}} - 1}{n_{\text{дв}}}$ учитывает отказ одного из двигателей в процессе взлета.

Принятие решения о продолжении или прекращении взлета осуществляется следующим образом [12]:

- если радиоэлектронное устройство подает сигнал об опасности (на основании оценки соотношения между $L_{\text{раз1}}$ и $L_{\text{пр}}$) до достижения воздушным судном точки принятия решения, то экипаж прерывает взлет;
- если до точки принятия решения сигнал об опасности от устройства не получен, то экипаж продолжает взлет;
- если сигнал об опасности выдается после точки принятия решения, то решение принимается на основе опыта пилотов.

Моделирование работы алгоритма на конкретном примере

В качестве примера проводим моделирование разбега легкого самолета Cessna 172P.

Для моделирования разбега используется авиасимулятор flightgear 2020.3 [13].



Рисунок 11 – Окно интерфейса авиасимулятора flightgear 2020.3
 Figure 11 – The window of the flightgear 2020.3 flight simulator interface

Номинальное значение величины скорости отрыва равняется $V = 44,44$ м/с, время для достижения данной скорости $t_{отр} = 34$ с (Таблица 2);
 Результат моделирования представлен в Таблице 2.

Таблица 2 – Результат моделирования процесса разбега
 Table 2 – The result of the takeoff-run process modeling

Время, с	Скорость, м/с	Время, с	Скорость, м/с
1	1.20	18	27.02
2	2.25	19	28.53
3	3.26	20	29.97
4	4.70	21	31.39
5	6.34	22	32.82
6	8.00	23	34.29
7	9.64	24	35.72
8	11.28	25	37.12
9	12.93	26	38.55
10	14.57	27	39.96
11	16.19	28	41.29
12	17.77	29	42.50
13	19.32	30	43.51
14	20.86	31	44.25
15	22.42	32	44.44
16	23.96	33	44.50
17	25.49	34	44.44

Для проверки работы алгоритма прогнозирования и предупреждения об опасности в процессе взлета используем результат моделирования динамики разбега самолета авиасимулятором flightgear с помощью современных программных средств, при этом предположим, что длина ВПП равна 1500 м.

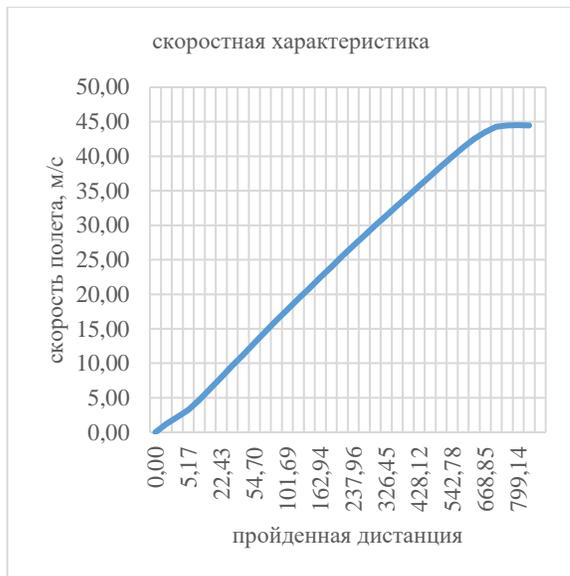


Рисунок 12 – Штатный разбег
 Figure 12 – Regular takeoff-run

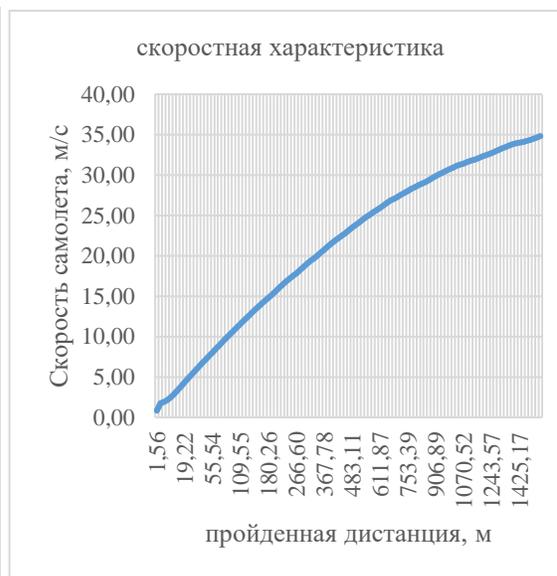


Рисунок 13 – Разбег с пониженной скоростью
 Figure 13 – Takeoff-run with reduced speed

speed

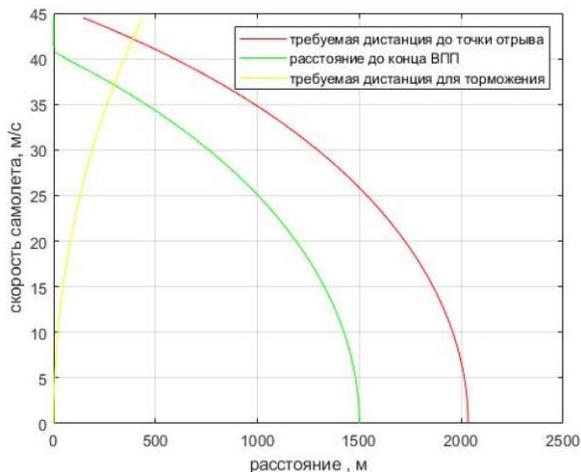


Рисунок 14 – Результат работы алгоритма при разбеге с пониженной скоростью
 Figure 14 – The result of the algorithm operation during takeoff-run at a reduced speed

При моделировании получились результаты, представленные на Рисунке 14. Необходимые расстояния вычислялись в зависимости от времени с интервалом 1 с. Из рисунка видно, что с данным ускорением самолет не может набрать взлетную скорость в

пределах ВПП и при скорости, превышающей 37 м/с, самолет не сможет совершить безопасное торможение.

Заключение

С 1980-х годов как за рубежом, так и в России проводятся интенсивные исследования в области создания систем, направленных на снижение риска на этапе взлета для магистральных самолетов. Однако проблема до сих пор остается актуальной. При использовании существующих систем определения и сравнения скоростей в процессе взлета возможно их ложное срабатывание или ошибки в оценке опасных ситуаций.

Появление и развитие GPS/ГЛОНАСС-систем дает возможность создания и применения радиотехнической системы контроля параметров движения самолета в процессе разбега без монтажа дополнительного устройства на борту самолета. Недостатком GPS/ГЛОНАСС-системы является наличие погрешностей, связанных со временем обработки сигнала в приемнике и с атмосферными помехами, то есть наблюдается зависимость от погодных условий. На практике максимальная погрешность в определении расстояния разрабатываемым приемником составляет 3-5 м. Такая точность достаточна для применения данного устройства в системе контроля разбега самолета.

Подробное рассмотрение динамики процесса взлета с решением соответствующих дифференциальных уравнений позволяет создать основу для разработки алгоритма прогнозирования и предупреждения об опасности в процессе разбега. Этот алгоритм предполагается применить в данном контрольном радиотехническом устройстве, которое будет работать независимо от другого оборудования и предоставлять дополнительную информацию для повышения безопасности взлета.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Нгуен В.Д., Увайсов С.У., Увайсов Р.М., Демченко С.К. Анализ сил, действующих на летательный аппарат в процессе разбега по взлетной полосе. *Вестник Международного университета природы, общества и человека «Дубна», серия «Естественные и инженерные науки»*. 2020;4(49):14–18.
2. Uvaysov S.U., Nguyen V.D., Florova I.A., Rychkova O.V. Mathematical Support of On-board Radio Electronic Device for Aircraft Takeoff Parameters Control. *XVIII Technical Scientific Conference on Aviation Dedicated to the Memory of N.E. Zhukovsky (TSCZh)*. 2021. Доступно по: <https://ieeexplore.ieee.org/document/9628342> (дата обращения: 23.01.2022). DOI: 10.1109/TSCZh53346.2021.9628342.
3. Глубокая М.Г. Современное состояние вопроса решения проблемы безопасности на этапе взлёта. *Искусственный интеллект*. 2005;(3):370–380.
4. Вотяков А.А., Каюнов Н.Т. *Аэродинамика и динамика полета самолета*. Учебное пособие. М.: Издательство ДОСААФ; 1975. 296 с.
5. Гаркушенко В.И., Лазарева П.А. Алгоритм мониторинга взлета самолета с прогнозированием. *Авиационная техника*. 2020;(2):45–51.
6. Чепурных И.В. *Динамика полёта самолётов*. Учебное пособие. Комсомольск-на-Амуре: ФГБОУ ВПО КнАГТУ; 2014. 112 с.
7. Ефремов А.В., Захарченко В.Ф., Овчаренко В.Н. *Динамика полета: Учебник для студентов высших учебных заведений под ред. Г.С. Бюшгенса*. М.: Машиностроение; 2011. 776 с.

8. Громов Н.Н., Староверов В.Г. *Двигатель Д-30КУ-154 2-й серии, руководство по технической эксплуатации 59-00-800РЭ. Книга 1*. М.: Воздушный транспорт; 1992. 650 с.
9. *Трехвальный ТРДД Д-436-148. Руководство по технической эксплуатации 6370040000 РЭ (в трех книгах): книга 1*. Запорожье: ГП «Ивченко-Прогресс»; 2008. 282 с.
10. Котик М.Г. *Динамика взлета и посадки самолетов*. М.: Машиностроение; 1984. 256 с.
11. Suharev A., Shestakov V., Stefanski K. Analysis of the Affecting Factors on Aircraft Takeoff and Landing Ground Path Length. *Conference: Scientific session on applied mechanics X: Proceedings of the 10th International Conference on Applied Mechanics*.
12. Бехтина Н.Б., Кубланов М.С. *Динамика полета: Пособие по выполнению лабораторных работ на ПЭВМ*. М.: МГТУ ГА; 2007. 28 с.
13. Basler M., Spott M., Buchanan S., Berndt J., Buckel B., Moore C., Olson C., Perry D., Selig M., Walisser D., and others. *The FlightGear Manual*; 2016 for FlightGear version 3.6.0. 212 p.

REFERENCES

1. Nguyen V.D., Uvaysov S.U., Uvaysov R.M., Demchenko S.K. Analysis of the forces acting on the aircraft during the run-up on the runway. *Vestnik mezhdunarodnogo universiteta prirody, obshchestva i cheloveka «Dubna», seriya «Estestvennye i inzhenernye nauki»*. 2020;4(49):14–18. (In Russ.)
2. Uvaysov S.U., Nguyen V.D., Florova I.A., Rychkova O.V. Mathematical Support of On-board Radio Electronic Device for Aircraft Takeoff Parameters Control. *XVIII Technical Scientific Conference on Aviation Dedicated to the Memory of N.E. Zhukovsky (TSCZh)*. 2021. Available from: <https://ieeexplore.ieee.org/document/9628342> (accessed on 23.01.2022). DOI: 10.1109/TSCZh53346.2021.9628342.
3. Glubokaya M.G. Sovremennoe sostoyanie voprosa resheniya problemy bezopasnosti na etape vzleta, *Iskusstvennyi intellekt*. 2005;(3):370–380. (In Russ.)
4. Votyakov A.A., Kayunov N.T. *Aerodinamika i dinamika poleta samoleta. Uchebnoe posobie*, Moscow, DOSAAF Publishing; 1975. 296 p. (In Russ.)
5. Garkushenko V.I., Lazareva P.A. Algoritm monitoringa vzleta samoleta s prognozirovaniem. *Aviatsionnaya tekhnika = Russian aeronautics*. 2020;(2):45–51. (In Russ.)
6. Chepurnykh I.V. *Dinamika poleta samoletov. Uchebnoe posobie*. Komsomol'sk-na-Amure, KnASTU; 2014. 112 p. (In Russ.)
7. Efremov A.V., Zakharchenko V.F, Ovcharenko V.N., *Dinamika poleta: Uchebnik dlya studentov vysshikh uchebnykh zavedenii /pod red. G.S. Byushgensa*. Moscow, Mashinostroenie; 2011. 776 p. (In Russ.)
8. Gromov N.N., Staroverov V.G. *Engine D-30KU-154 2nd series, technical operation manual 59-00-800RE. Book 1*. Moscow, Vozdushniy transport; 1992. 650 p. (In Russ.)
9. *Three-shaft turbofan engine D-436-148. Technical manual 6370040000 RE (In three books) : book1*. Zaporozh'e, Ivchenko-Progress publ.; 2008. 282 p. (In Russ.)
10. Kotik M.G *Dinamika vzleta i posadki samoletov*. Moscow, Mashinostroenie; 1984. 256 p. (In Russ.)
11. Suharev A., Shestakov V., Stefanski K. Analysis of the Affecting Factors on Aircraft Takeoff and Landing Ground Path Length. *Conference: Scientific session on applied mechanics X: Proceedings of the 10th International Conference on Applied Mechanics*.

12. Bekhtina N.B., Kublanov M.S. *Dinamika poleta: Manual for laboratory works*. Moscow, MSTUCA; 2007. (In Russ.)
13. Basler M., Spott M., Buchanan S., Berndt J., Buckel B., Moore C., Olson C., Perry D., Selig M., Walisser D., and others. *The FlightGear Manual*; 2016 for FlightGear version 3.6.0. 212 p.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ / INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Увайсов Сайгид Увайсович, д.т.н., профессор, заведующий кафедрой конструирования и производства радиоэлектронных средств, институт радиоэлектроники и информатики, МИРЭА – Российский технологический университет, Москва, Российская Федерация.
e-mail: uvajsov@mirea.ru
ORCID: [0000-0003-1943-6819](https://orcid.org/0000-0003-1943-6819)

Uvaysov Saygid Uvaysovich, Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the Department of Design and Production of Radioelectronic Devices of the Institute of Radio Electronics and Informatics of the MIREA - Russian Technological University, Moscow, Russian Federation

Нгуен Вьет Данг, аспирант кафедры конструирования и производства радиоэлектронных средств, институт радиоэлектроники и информатики, МИРЭА – Российский технологический университет, Москва, Российская Федерация.
e-mail: vietdang9944@gmail.com

Nguyen Viet Dang, post-graduate student at the Department of Design and Production of Radioelectronic Devices of the Institute of Radio Electronics and Informatics, MIREA - Russian Technological University, Moscow, Russian Federation

Флорова Ирина Анатольевна, старший преподаватель кафедры математики, Национальный исследовательский технологический университет МИСиС, Москва, Российская Федерация.
e-mail: florova.ia@misis.ru

Florova Irina Anatolyevna, Senior Lecturer of the Department of Mathematics of Federal State Autonomous, National Research Technological University MISIS, Moscow, Russian Federation

Рычкова Ольга Владимировна, к.т.н., доцент кафедры физики, Национальный исследовательский технологический университет МИСиС, Москва, Российская Федерация.
e-mail: rychkova38@mail.ru

Rychkova Olga Vladimirovna, Candidate of Technical Sciences, Docent, Associate Professor of the Department of Physics, National Research Technological University MISIS, Moscow, Russian Federation

Статья поступила в редакцию 10.03.2022; одобрена после рецензирования 28.03.2022; принята к публикации 04.04.2022.

The article was submitted 10.03.2022; approved after reviewing 28.03.2022; accepted for publication 04.04.2022.