

УДК: 51-74

DOI: [10.26102/2310-6018/2022.37.2.027](https://doi.org/10.26102/2310-6018/2022.37.2.027)

## Экспресс-метод определения спектрального состава сигнала на основе экстремальной фильтрации

Н.В. Лысова<sup>✉</sup>, Н.В. Мясникова

*Пензенский государственный университет,  
Пенза, Российская Федерация  
natali22000@yandex.ru<sup>✉</sup>*

**Резюме.** На сегодняшний день одними из самых распространенных являются системы, основанные на результатах измерительных экспериментов. Обработка экспериментальных данных широко применяется в информационно-измерительных системах, технических системах контроля и диагностики, а также в автоматизированных системах управления. Спектральные методы являются мощным и самым распространенным инструментом обработки и анализа данных. Спектральные характеристики нашли широкое применение в технике благодаря высокой информативности и обратимости, что позволяет выполнять сжатие-восстановление сигнала с высокой точностью вычислений. Освящены вопросы спектрального анализа сигналов и описания основных методов выделения спектра. Рассмотрен экспресс-метод определения спектрального состава сигнала на основе экстремальной фильтрации. Представлены результаты обработки экспериментально зарегистрированных сигналов со сканера бумагоделательной машины. Описан способ экспресс-выделения спектра на основе экстремальной фильтрации, который позволяет проанализировать спектральный состав сигнала доступными программными средствами и получить наглядные представления о широком диапазоне характеристик, предоставляющих возможность составить полное описание исследуемого сигнала. Результаты показывают сходимость при минимизации вычислительных трудозатрат и упрощении алгоритма. Перечисленные факторы позволяют использовать данный метод для экспресс-анализа в технических системах.

**Ключевые слова:** спектральный анализ, цифровая обработка сигналов, дискретный спектр, фильтрация Прони, экстремальная фильтрация, преобразование Фурье.

**Благодарности:** Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 19-38-90186.

**Для цитирования:** Лысова Н.В., Мясникова Н.В. Экспресс-метод определения спектрального состава сигнала на основе экстремальной фильтрации. *Моделирование, оптимизация и информационные технологии*. 2022;10(2). Доступно по: <https://moitvvt.ru/ru/journal/pdf?id=1173>  
DOI: 10.26102/2310-6018/2022.37.2.027

## Express method for determining the spectral composition of a signal based on extreme filtering

N.V. Lysova<sup>✉</sup>, N.V. Myasnikova

*Penza State University,  
Penza, Russian Federation  
natali22000@yandex.ru<sup>✉</sup>*

**Abstract.** To date, one of the most common systems are those based on the results of measurement experiments. The processing of experimental data is widely used in information-measuring systems, technical control and diagnostic systems as well as in automated control systems. Spectral methods are a powerful and most widely used tool for data processing and analysis. Spectral characteristics are

employed extensively in engineering due to their high informative value and reversibility, which makes it possible to perform signal compression and restoration with high calculation accuracy. Questions of spectral signal analysis and descriptions of the main methods for spectrum extraction are examined. An express method for determining the spectral composition of a signal through extreme filtering is considered. The results of processing experimentally registered signals from the paper machine scanner are presented. A method for quick spectrum extraction through extreme filtering is described, which provides the means for analyzing the spectral composition of a signal with the aid of available software tools and obtain visual representations of a wide range of characteristics that help to compile a complete description of the signal under study. The results show the convergence with the minimization of computational effort and simplification of the algorithm. These factors enable the application of this method for quick analysis in technical systems.

**Keywords:** spectral analysis, signal digital processing, discrete spectrum, Prony filtering, extremal filtering, Fourier transform.

**Acknowledgements:** The reported research is supported by the Russian Foundation for Basic Research under grant No. 19-38-90186.

**For citation:** Lysova N. V., Myasnikova N.V. Express method for determining the spectral composition of a signal based on extreme filtering. *Modeling, Optimization and Information Technology*. 2022;10(2). Available from: <https://moitvvt.ru/ru/journal/pdf?id=1173> DOI: 10.26102/2310-6018/2022.37.2.027 (In Russ.).

## Введение

В теоретических исследованиях сигнал, независимо от его физической природы, заменяется математическим представлением в виде некоторой функции времени, описывающей закон изменения во времени, заложенный в реальном сигнале.

Спектральные характеристики нашли широкое применение в технике благодаря высокой информативности и обратимости, что позволяет выполнять сжатие-восстановление сигнала с высокой точностью вычислений.

Обработка экспериментальных данных широко применяется в информационно-измерительных системах, технических системах контроля и диагностики, а также в автоматизированных системах управления. Работа объектов в технических системах сопровождается акустическими шумами, вибрациями, переменными давлениями. Изменение параметров таких процессов позволяет обнаруживать изменения в состоянии самих сложных технических объектов.

При всем многообразии существующих методов исследования сигналов и их параметров спектральный анализ был и остается мощнейшим и эффективнейшим методом проникновения в структуру сигнала и оценки его свойств [1].

Традиционно для спектрального анализа используется преобразование Фурье. Перспективным представляется получивший распространение в последние годы новый подход к анализу спектров, так называемый вейвлет анализ. Он используется в случае, когда сигнал не имеет четкого периодического характера [2, 3].

Для выделения информативных составляющих можно использовать метод экстремальной фильтрации. Данный метод позволяет по выделенным знакопеременным составляющим определить характеристики сигнала. В работе предложено применение метода экстремальной фильтрации не только для декомпозиции, но для экспресс-анализа спектрального состава, используемого для контроля, диагностики и отслеживания изменения режима.

Описан способ экспресс-выделения спектра на основе экстремальной фильтрации, позволяющий простыми программными средствами проанализировать спектральный состав сигнала и получить информацию о широком диапазоне характеристик, дающих

возможность составить полное описание рассматриваемого сигнала и провести его анализ и оценку.

### Материалы и методы

Для анализа периодических сигналов в инженерной практике широко используется мощный математический инструмент, широко известный как «анализ Фурье». Чаще всего задача вычисления спектра сигнала решается разложением непрерывной функции на сумму простых периодических сигналов, что и является разложением Фурье. Для анализа сигналов используются интегральное и дискретное преобразования Фурье. Интегральное преобразование Фурье разлагает функцию на непрерывные частоты. В алгоритме дискретного преобразования Фурье для обработки и анализа выбирается часть бесконечного сигнала, а остальная часть временного интервала считается нулевой. Математически это можно выразить следующим образом: в функции времени  $f(t)$ , которая является бесконечной, мы умножаем ее на некоторую оконную функцию  $w(t)$ , которая считается равной нулю для всего промежутка времени за пределами интересующего нас временного интервала. На «выходе» классического преобразования Фурье получается спектр-функция, а на «выходе» дискретного преобразования Фурье – дискретный спектр.

Применение классического преобразования Фурье ограничено конечной длиной записи (эффект Гиббса). Известными способами борьбы с «утечкой» является использование взвешенных окон [4], но их применение приводит не только к сглаживанию спектрограммы, но и снижению разрешения.

Спектральные характеристики нашли широкое применение в технике благодаря высокой информативности и обратимости, что позволяет выполнять сжатие-восстановление сигнала с высокой точностью вычислений благодаря разложению по ортогональным составляющим. Спектральные методы являются мощным и самым распространенным инструментом обработки и анализа данных. Разработка и совершенствование различных методов разложения на основе других ортогональных базисов позволили вычислять коэффициенты более простыми вычислениями. Примерами таких разложений являются методы Уолша и Хаара. Однако из-за сложности интерпретации спектральных признаков эти преобразования пока не нашли широкого применения в инженерной и численной обработке.

Существуют менее трудоемкие функции, которые могут реконструировать исследуемый сигнал при приемлемых практических требованиях. Например, метод, основанный на обработке и анализе сигналов, представленных рядом их экстремальных значений, уже существует и со временем развивается [5-8].

Использование ряда экстремумов позволяет восстановить исходный сигнал по вычисленным признакам. Существует несколько методов спектрального анализа на основе экстремумов выбранного сигнала: путем аппроксимации некоторых полярных значений как функции известного спектра, или путем выделения переменных компонентов и дальнейшего определения их мощности [9].

В последние годы широкое распространение и перспективность получил новый метод спектрального анализа, так называемый вейвлет-анализ [10]. Он используется, когда сигнал не является существенно периодическим и коэффициенты Фурье суммируются с использованием двух экспонент вместо одной. Описанное представление не является обычным для обычных сигналов, используемых в технике, и чаще всего применяется в конкретных случаях идентификации или сжатия сигнала.

Метод, предложенный в данной работе, позволяет с помощью простых программных средств проанализировать спектральный состав сигнала и получить

визуальное представление различных характеристик, получить полное впечатление о рассматриваемом сигнале и дать ему обоснованную оценку.

Рассмотрим задачу определения спектрального состава сигнала на примере числового ряда изменения базового веса бумажного полотна (масса м. кв.). На Рисунке 1 представлен сигнал изменения веса бумажного полотна, экспериментально зарегистрированный со сканера бумагоделательной машины [11-13].

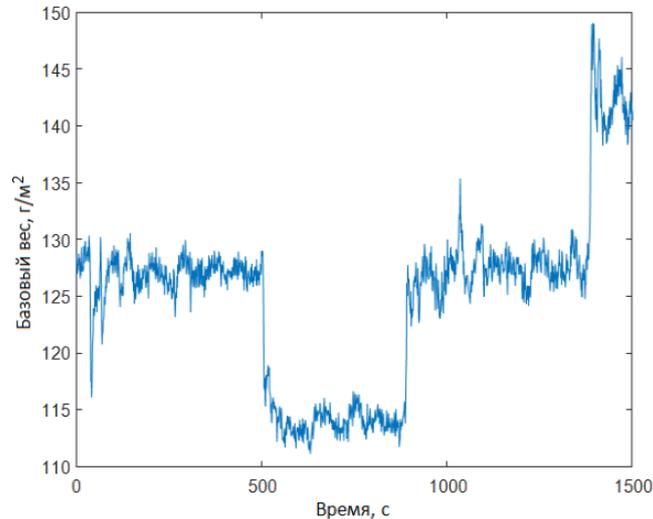


Рисунок 1 – Изменение веса бумажного полотна  
Figure 1 – Change in the weight of a paper web

Видно, что сигнал сильно зашумлен и необходима его обработка, а на Рисунке 2 показано последовательное сглаживание экстремальным фильтром.

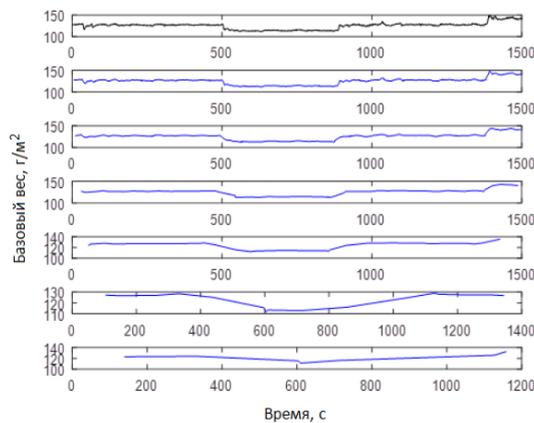


Рисунок 2 – Сглаживание тренда экстремальным фильтром нижних частот  
Figure 2 – Trend smoothing with an extreme low-pass filter

Сглаживание производится экстремальным фильтром нижних частот (ЭФНЧ):

$$e_n^k = 0,25 e_{\Delta n-1}^{k-1} + 0,5 e_{\Delta n}^{k-1} + 0,25 e_{\Delta n+1}^{k-1},$$

а самая высокочастотная составляющая выделяется экстремальным фильтром нижних частот:

$$h_n^k = -0,25 e_{\Delta n-1}^{k-1} + 0,5 e_{\Delta n}^{k-1} - 0,25 e_{\Delta n+1}^{k-1},$$

где  $e_{\text{Эн}}^k$  – n-й экстремум сглаженной на предыдущем шаге алгоритма составляющей (на первом этапе – самого тренда).

В результате получают сглаженные составляющие  $e$  и знакопеременные  $h$ . Первые составляющие  $h$ , выделенные ЭФВЧ, представлены на Рисунке 3.

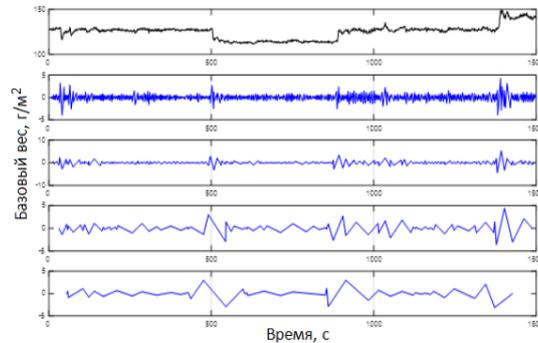


Рисунок 3 – Первые знакопеременные составляющие, выделенные экстремальным фильтром высоких частот

Figure 3 – First alternating components extracted with extremal high-pass filter

На Рисунке 4 представлен алгоритм экстремальной фильтрации.

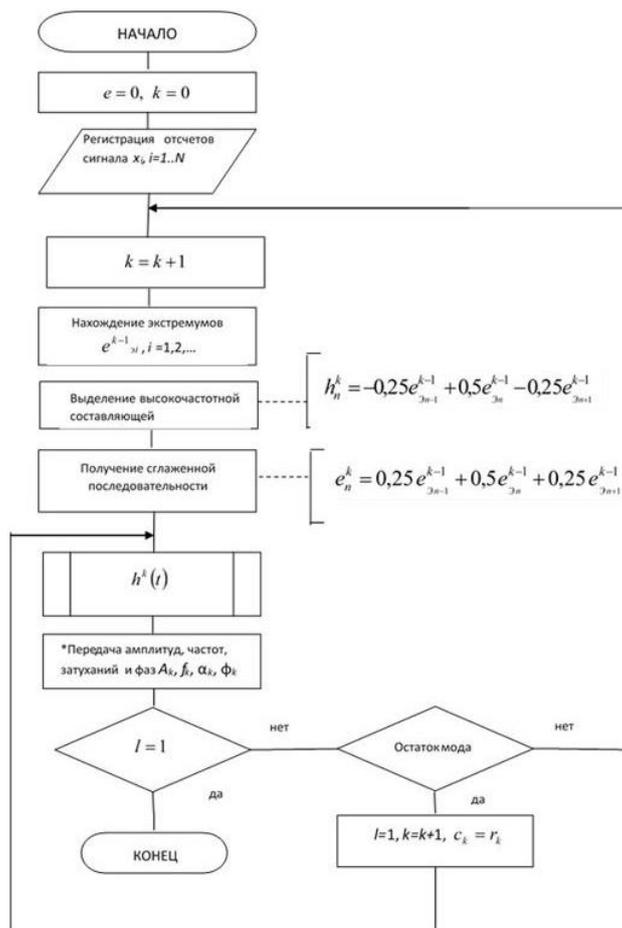


Рисунок 4 – Алгоритм экстремальной фильтрации

Figure 4 – Extreme filtering algorithm

Параметры составляющих сигнала находятся из соотношений  $\ln(x_k) = \ln(A) - \alpha t_k$ ,  $T_k = \Delta t \cdot N$ ,  $f_k = \frac{K_k}{2T}$ ,  $T = \Delta t \cdot N$ , где  $x_k$  – экстремумы тренда на первом этапе алгоритма и сглаженных на предыдущих этапах составляющих на всех последующих.

При известных параметрах может быть вычислен спектр:

$$G(j\omega) = \sum_{m=1}^p U_m e^{j\varphi_i} \frac{\omega_m}{(\alpha_m + j\omega)^2 + \omega_m^2},$$

где  $\omega_m = 2\pi f_m$ .

По этой же формуле вычисляется и спектр Прони (сложный алгоритм: выбор порядка, определение коэффициентов авторегрессии, решение характеристического уравнения, нахождение комплексных корней  $(\alpha_m \pm j\omega)$ ), определение амплитуд и фаз  $U_m e^{j\varphi_i}$ .

Сложность процедуры разложения Прони можно минимизировать, алгоритм описан в [14], процедура декомпозиции применяется к знакопеременным компонентам сигнала, которые извлекаются методом экстремальной фильтрации. Этот алгоритм позволяет уменьшить затрачиваемое время пропорционально порядку системы.

### Результаты

На Рисунке 5 показаны спектры Фурье (черный), Прони (сиреневый), параметрический спектр двух участков сигнала (зеленый на участке 0-500с. и синий участка 500-900с.), вычисленный на основе ЭФ. Спектр Фурье имеет множественные всплески (явление Гиббса), из-за ограничения времени регистрации, а оба параметрических спектра верно указывают резонансы.

Ввиду малой трудоемкости предложенная оценка спектра может быть использована для контроля и диагностики режима работы механизма. Для экспресс-оценки может быть использован просто выделенный на текущем участке набор частот  $\omega_m$ .

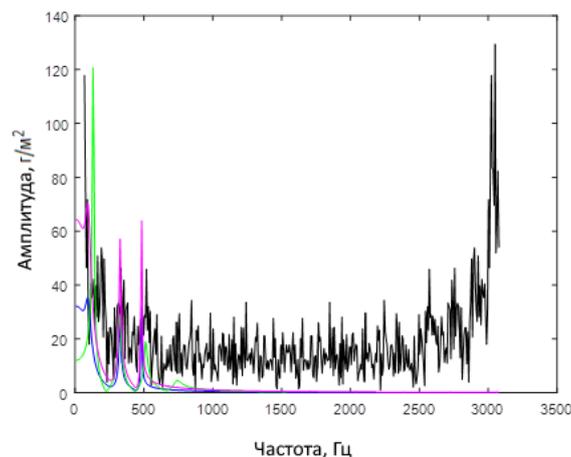


Рисунок 5 – Спектры Прони и экспресс-оценка по экстремумам на фоне спектра Фурье  
Figure 5 – Prony spectra and express extrema estimation against the background of the Fourier Spectrum

Как видно из Рисунка 5, результаты разложения методом Прони (сиреневый) и методом на основе экстремальной фильтрации (зеленый и синий графики) сопоставимы. При этом алгоритм разложения на основе экстремальной фильтрации характеризуется меньшей вычислительной трудоемкостью и более прост в реализации [15]. Перечисленные свойства экспресс-выделения спектра на основе экстремальной фильтрации обусловили его применение в качестве инструмента экспресс-анализа в технике.

### Заключение

Описан способ экспресс-выделения спектра на основе экстремальной фильтрации, который позволяет простыми программными средствами проанализировать спектральный состав сигнала и получить наглядные представления о широком диапазоне характеристик, дающих возможность составить полное описание рассматриваемого сигнала и дать ему обоснованную оценку.

Представленные результаты обработки экспериментально зарегистрированных сигналов со сканера бумагоделательной машины позволяют сделать вывод о возможности применения метода экспресс-выделения спектра на основе экстремальной фильтрации в технических и информационных системах.

### СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Строганов М.П., Берестень М.П., Мясникова Н.В. *Обработка сигналов в системах диагностики*. Пенза: Изд-во Пенз. гос. техн. ун-та; 1997. 119 с.
2. Осадчий Е.П. *Анализ быстропеременных процессов в сложных технических системах*. Пенза: Изд-во Пенз. гос. техн. ун-та; 1996. 64 с.
3. Марпл С.Л. *Цифровой спектральный анализ и его приложения* : пер. с англ. М.: Мир; 1990. 584 с.
4. Ерохин А.Т. Аппроксимация многоэкстремальных функций и вопросы сжатого представления гравиметрической информации. *Методика измерения гравитационных полей*. 1974;12:81–109.
5. Мясникова Н.В., Берестень М.П. Экстремальная фильтрация и ее приложения. *Датчики и системы*. 2004;4:8–11.
6. Мясникова Н.В., Берестень М.П. Теоретические основы экспресс-анализа. *Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Технические науки*. 2006;6:117–123.
7. Мясникова Н.В., Строганов М.П., Берестень М.П. Моделирующие методы спектрального анализа на основе исследования экстремальных значений процесса. *Цифровые модели в проектировании и производстве РЭС: Межвуз. сб. науч. тр.* 1995;7:59–63.
8. Мясникова Н.В., Строганов М.П., Берестень М.П. Спектральный анализ на основе исследования экстремальных значений процесса. *Датчики систем измерения, контроля и управления: Межвуз. сб. науч. тр.* 1995;15:80–82.
9. Мясникова Н.В., Панов А.П. Метод исследования сигналов на основе экстремальных значений и выборочной гистограммы. *Датчики систем измерения, контроля и управления: Межвуз. сб. науч. тр.* 2000;19:102–107.
10. Долгих Л.А., Мясникова Н.В. Модели сигналов на основе статистических и корреляционно-спектральных характеристик. *Датчики систем измерения, контроля, управления*. 1998;18:51–57.

11. Myasnikova N.V., Lysova N.V. Application of Modern Digital Processing Methods in Automated Control Systems. *Moscow Workshop on Electronic and Networking Technologies (MWENT)*. DOI:10.1109/MWENT47943.2020.9067381
12. Lysova N., Myasnikova N. Optimal paper web weight control system based on the Pontryagin's maximum principle. *E3S Web of Conferences*. 2021. – DOI 10.1051/e3sconf/202124404013.
13. Lysova N., Myasnikova N. Optimal System for Controlling Paper Web Formation. *Lecture Notes in Networks and Systems*. 2022;246:853–860. DOI 10.1007/978-3-030-81619-3\_95.
14. Лысова Н.В., Мясникова Н.В., Регулирование веса бумажного полотна на основе метода экстремальной фильтрации для систем реального времени с помощью покадровой обработки сигнала. *Инженерный вестник Дона*. 2019;5(56):7.
15. Осадчий Е.П., Берестень М.П., Мясникова Н.В., Строганов М.П. Аппроксимативный способ спектрального анализа. *Открытия. Изобретения*. 1987;35:138.

### REFERENCES

1. Stroganov M.P., Beresten' M.P., Mjasnikova N.V. *Obrabotka signalov v sistemah diagnostiki*. Penza: Izd-vo Penz. gos. tehn. un-ta; 1997. 119 p. (In Russ.)
2. Osadchij E.P. *Analiz bystroperemennyh processov v slozhnyh tehniceskikh sistemah*. Penza: Izd-vo Penz. gos. tehn. un-ta; 1996. 64 p. (In Russ.)
3. Marpl S.L. *Cifrovoj spektral'nyj analiz i ego prilozhenija*: per. s angl. M.: Mir; 1990. 584 p.
4. Erohin A.T. Approksimacija mnogojeksremal'nyh funkcij i voprosy szhatogo predstavlenija gravimetricheskoj informacii. *Metodika izmerenija gravitacionnyh polej*. 1974;12:81–109. (In Russ.)
5. Mjasnikova N.V., Beresten' M.P. Jekstremal'naja fil'tracija i ee prilozhenija. *Datchiki i sistemy = Sensors & Systems*. 2004;4:8–11. (In Russ.)
6. Mjasnikova N.V., Beresten' M.P. Teoreticheskie osnovy jekspress-analiza. *Izvestija vysshih uczebnyh zavedenij. Povolzhskij region. Tehniceskie nauki*. 2006;6:117–123. (In Russ.)
7. Mjasnikova N.V., Stroganov M.P., Beresten' M.P. Modelirujushhie metody spektral'nogo analiza na osnove issledovanija jekstremal'nyh znachenij processa. *Cifrovye modeli v proektirovanii i proizvodstve RJeS: Mezhevuz. sb. nauch. tr.* 1995;7:59–63. (In Russ.)
8. Mjasnikova N.V., Stroganov M.P., Beresten' M.P. Spektral'nyj analiz na osnove issledovanija jekstremal'nyh znachenij processa. *Datchiki sistem izmerenija, kontrolja i upravlenija: Mezhevuz. sb. nauch. tr.* 1995;15:80–82. (In Russ.)
9. Mjasnikova N.V., Panov A.P. Metod issledovanija signalov na osnove jekstremal'nyh znachenij i vyborochnoj gistogrammy. *Datchiki sistem izmerenija, kontrolja i upravlenija: Mezhevuz. sb. nauch. tr.* 2000;19:102–107. (In Russ.)
10. Dolgih L.A., Mjasnikova N.V. Modeli signalov na osnove statisticeskih i korreljacionno-spektral'nyh harakteristik. *Datchiki sistem izmerenija, kontrolja, upravlenija*. 1998;18:51–57. (In Russ.)
11. Myasnikova N.V., Lysova N.V. Application of Modern Digital Processing Methods in Automated Control Systems. *Moscow Workshop on Electronic and Networking Technologies (MWENT)*. DOI:10.1109/MWENT47943.2020.9067381
12. Lysova N., Myasnikova N. Optimal paper web weight control system based on the Pontryagin's maximum principle. *E3S Web of Conferences*. 2021. DOI 10.1051/e3sconf/202124404013.

13. Lysova N., Myasnikova N. Optimal System for Controlling Paper Web Formation. *Lecture Notes in Networks and Systems*. 2022;246:853–860. DOI 10.1007/978-3-030-81619-3\_95.
14. Lysova N.V., Mjasnikova N.V., Regulirovanie vesa bumazhnogo polotna na osnove metoda jekstremal'noj fil'tracii dlja sistem real'nogo vremeni s pomoshh'ju pokadrovoy obrabotki signala. *Inzhenernyj vestnik Dona*. 2019;5(56):7. (In Russ.)
15. Osadchij E.P., Beresten' M.P., Mjasnikova N.V., Stroganov M.P. Approssimativnyj sposob spektral'nogo analiza. *Otkrytija. Izobretenija*. 1987;35:138. (In Russ.)

#### ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ / INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

**Лысова Наталья Владимировна**, инженер кафедры «Автоматика и телемеханика» Пензенского государственного университета, Пенза, Российская Федерация.  
*e-mail*: [natali22000@yandex.ru](mailto:natali22000@yandex.ru)  
ORCID: [0000-0003-0815-3012](https://orcid.org/0000-0003-0815-3012)

**Natalia V. Lysova**, Engineer of the Department of Automation and Telemechanics, Penza State University, Penza, Russian Federation.

**Мясникова Нина Владимировна**, д.т.н., профессор кафедры «Автоматика и телемеханика» Пензенского государственного университета, Пенза, Российская Федерация.  
*e-mail*: [genok123@mail.ru](mailto:genok123@mail.ru)  
ORCID: [0000-0002-7651-2913](https://orcid.org/0000-0002-7651-2913)

**Nina V. Myasnikova**, Doctor of Technical Sciences, Professor of the Department of Automation and Telemechanics, Penza State University, Penza, Russian Federation.

*Статья поступила в редакцию 11.05.2022; одобрена после рецензирования 24.06.2022; принята к публикации 29.06.2022.*

*The article was submitted 11.05.2022; approved after reviewing 24.06.2022; accepted for publication 29.06.2022.*