

УДК 519.872.1; 519.217

DOI: [10.26102/2310-6018/2022.39.4.012](https://doi.org/10.26102/2310-6018/2022.39.4.012)

Скрытая марковская модель системы массового обслуживания GI/G/2/0 с потерями

С.М. Сидоров[✉], Ю.Е. Обжерин

Севастопольский государственный университет, Севастополь, Российская Федерация
xaevac@mail.ru[✉]

Резюме. Полумарковские процессы широко применяются для моделирования систем массового обслуживания. Актуальность исследования обусловлена расширением возможностей анализа и функционирования систем массового обслуживания, для которых построены полумарковские модели, применением к ним теории скрытых марковских моделей. В связи с этим, в данной статье рассмотрено применение аппарата теории скрытых марковских моделей к системе массового обслуживания с потерями, описываемой полумарковским процессом с фазовым пространством состояний общего вида. Это позволяет не только уйти от экспоненциального закона распределения времен обслуживания и потока заявок при описании системы, но и решать задачи прогнозирования и оценки состояний и сигналов, корректировки модели в процессе функционирования системы. Для перехода к конечному множеству состояний полумарковской модели применяется стационарное фазовое укрупнение. В качестве иллюстрирующего примера в статье построена укрупненная полумарковская модель системы массового обслуживания GI/G/2/0 с потерями. На ее основе разработана скрытая марковская модель, для которой решаются задачи анализа динамики и прогнозирования состояний. Проводится уточнение параметров скрытой марковской модели, используя алгоритм Баума-Велша, определена наиболее вероятная последовательность смены состояний системы по полученному вектору сигналов.

Ключевые слова: скрытая марковская модель, система массового обслуживания, GI/G/2/0 с потерями, укрупненная полумарковская модель, прогнозирование состояний.

Благодарности: исследование выполнено при поддержке гранта Президента Российской Федерации для государственной поддержки молодых российских ученых – кандидатов наук № МК-329.2022.4.

Для цитирования: Сидоров С.М., Обжерин Ю.Е. Скрытая марковская модель системы массового обслуживания GI/G/2/0 с потерями. *Моделирование, оптимизация и информационные технологии.* 2022;10(4). Доступно по: <https://moitvvt.ru/ru/journal/pdf?id=1256> DOI: 10.26102/2310-6018/2022.39.4.012

Hidden Markov model of a GI/G/2/0 queuing system with losses

S.M. Sidorov[✉], Y.E. Obzherin

Sevastopol State University, Sevastopol, Russian Federation
xaevac@mail.ru[✉]

Abstract. Semi-Markov processes are widely used to model queuing systems. The relevance of the study is due to the increase in the capabilities for analysis and performance of queuing systems for which semi-Markov models are constructed. The application of the hidden Markov model theory to them also underscores the importance of this research. In this regard, this article discusses the application of the apparatus of the hidden Markov models theory to a lossy queuing system described by a semi-Markov process with a general phase state space. This makes it possible not only to move beyond the exponential law of the distribution of service times and the flow of applications when describing the system, but also to solve the problems of forecasting and evaluating states and signals, correcting the model while the

system is in operation. For transition to a discrete set of states of the Semi-Markov model, the algorithm of stationary phase enlargement is employed. As an illustrative example, a merged semi-Markov model of the GI/G/2/0 queuing system with losses is constructed. Based on it, a hidden Markov model is developed for which the problems of analyzing dynamics and predicting states are solved. The parameters of the hidden Markov model are refined by means of the Baum-Welsh algorithm; the most probable sequence of changing states of the system is determined by the received signal vector.

Keywords: Hidden Markov model, queuing system, GI/G/2/0 with losses, merged semi-Markov model, state forecasting.

Acknowledgements: the study was supported by the grant of the President of the Russian Federation in state support of young Russian scientists – Candidates of Sciences No. MK-329.2022.4.

For citation: Sidorov S.M., Obzherin Y.E. Hidden Markov model of a GI/G/2/0 queuing system with losses. *Modeling, Optimization and Information Technology*. 2022;10(4). Available from: <https://moitvvt.ru/ru/journal/pdf?id=1256> DOI: 10.26102/2310-6018/2022.39.4.012 (In Russ.).

Введение

Исследованию систем массового обслуживания (СМО) посвящено большое количество работ, в частности [1-4, 12, 17]. Построение моделей СМО и определение их характеристик упрощается, если предположить, что входящий поток запросов или время их обслуживания распределены по экспоненциальному закону. Однако, на практике это не всегда оправдано. Отказ от экспоненциального закона распределения времен обслуживания и потока заявок приводит к значительному усложнению моделей и нахождению их характеристик. В [8] проведено исследование СМО M/G/N/0, а именно построена полумарковская модель (ПММ) с общим фазовым пространством состояний (ФПС) [4-6, 9] и найдены стационарные характеристики. В работе [14] исследуется система GI/M/n/0 с конечной пропускной способностью с рекуррентным входом и гетерогенными серверами. В работе [15] результаты [14] обобщаются на случай системы GI/M/n/n. В статье [17] предложен процесс сведения немарковской системы массового обслуживания к марковской системе массового обслуживания путем формирования абстрактных скрытых марковских состояний на основе концепции скрытой марковской модели (СММ). В статье [18] приведена ПММ с дискретно-непрерывным пространством состояний для СМО GI/G/n/0. Исследованию СМО с потерями также посвящены работы [19-20]. Несмотря на эти и другие исследования, изучение СМО с потерями с произвольным временем обслуживания и потоком заявок в сочетании с теорией скрытых марковских моделей [10-12] является актуальной задачей, которой посвящено не так уж много публикаций.

В работе [13] построена ПММ и определены стационарные характеристики СМО GI/G/2/0 с потерями, у которой входящий поток заявок и время их обслуживания имеют распределения общего вида. Однако, в связи с тем, что зачастую подобные системы ненаблюдаемые, остаются нерешенными вопросы оценки их функционирования. Возникают задачи по полученным в процессе функционирования сигналам определения наиболее вероятной последовательности смены состояний (вложенной цепи Маркова), их прогнозирования.

В данной работе, используя стационарное фазовое укрупнение, укрупняется ПММ из [13], затем предложенная авторами данной работы методика [16] используется для построения СММ СМО GI/G/2/0 с потерями и анализа динамики ее функционирования. Она позволяет применять средства теории СММ для систем, допускающих построение ПММ с пространством состояний общего вида, описываемых случайными величинами (СВ), имеющими функции распределения общего вида.

Материалы и методы

Для полноты изложения опишем, следуя [13], ПММ двухлинейной СМО GI/G/2/0 с потерями. Предполагается, что в систему S поступают случайным образом заявки. СВ β с функцией распределения (ФР) $G(t) = P\{\beta \leq t\}$ описывает время между их поступлением. Попадая в систему, заявка начинает обслуживаться, если есть хотя бы один свободный сервер. В противном случае, заявка теряется. Если оба сервера свободны, то она с равной вероятностью начинает обслуживаться одним из них. Время обслуживания заявки i -ым сервером – СВ α_i с ФР $F_i(t)$, $i = 1, 2$. Предполагается, что СВ α_i и β являются независимыми в совокупности, $M\alpha_i < \infty$ и $M\beta < \infty$. ФР $F_i(t)$, $G(t)$ имеют плотности $f_i(t)$ и $g(t)$. Заявка теряется, если в момент ее поступления оба сервера заняты.

Для построения ПММ системы S в статье [13] используется полумарковский процесс $\xi(t)$ с общим ФПС E [4-6, 8]:

$$E = \{10, 01, 111x, 211x, 101xz, 210xz, 100z, 200z, 311x_1x_2\},$$

где x_k – время до следующего изменения состояния элемента с номером k .

Коды описывают следующие состояния системы:

- 10(01)– первый (второй) сервер начал обслуживать полученный запрос, а второй (первый) сервер доступен;
- 111x(211x) – первый (второй) сервер начал обслуживать полученный запрос; $x > 0$ – время до окончания обслуживания запроса вторым (первым) сервером;
- 101xz(210xz) – стал доступен первый (второй) сервер; $x > 0$ – время до окончания обслуживания запроса вторым (первым) сервером; $z > 0$ – время до прихода следующего запроса;
- 100z(200z) – стал доступен первый (второй) сервер; второй (первый) сервер доступен; $z > 0$ – время до прихода следующего запроса;
- 311x₁x₂ – полученный запрос был утерян; время до окончания обслуживания запроса первыми (вторыми) серверами, соответственно равны $x_1 > 0$, $x_2 > 0$.

Порядок функционирования системы S изображена на Рисунке 1, где ломаной линией показаны периоды ожидания обслуживания.

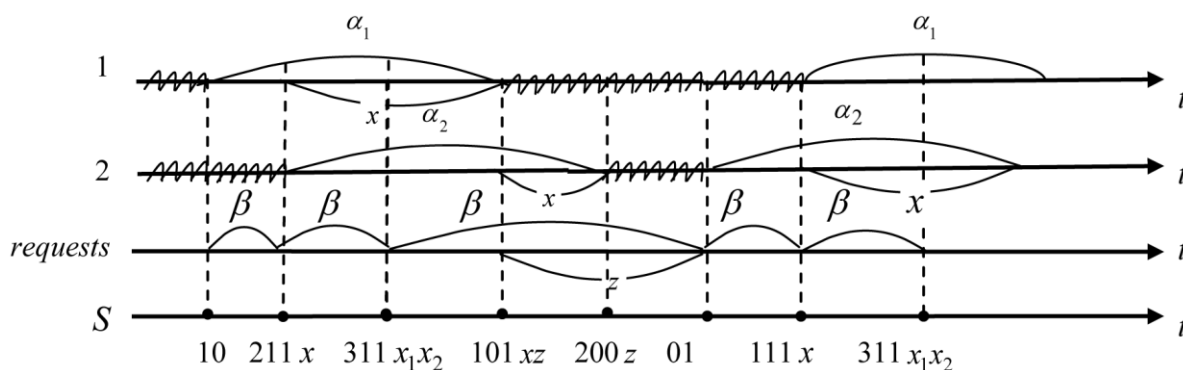


Рисунок 1 – Диаграмма функционирования системы [13]
Figure 1 – System operation diagram [13]

Стационарное распределение вложенной цепи Маркова (ВЦМ) процесса $\xi(t)$ имеет следующий вид [13]:

$$\begin{aligned} \rho(01) = \rho(10) = \rho_0, \quad \rho(111x) = \rho_0 \mu \bar{F}_2(x), \quad \rho(211x) = \rho_0 \mu \bar{F}_1(x), \\ \rho(100z) = \rho(200z) = \rho_0 \mu e^{-\mu z}, \quad \rho(101xz) = \rho_0 \mu^2 e^{-\mu z} \bar{F}_2(x), \\ \rho(210xz) = \rho_0 \mu^2 e^{-\mu z} \bar{F}_1(x), \quad \rho(311x_1x_2) = \rho_0 \mu^2 \bar{F}_1(x_1) \bar{F}_2(x_2), \end{aligned} \quad (1)$$

где ρ_0 – нормирующая константа, $\bar{F}(x) = 1 - F(x)$.

Построим укрупненную ПММ системы, используя стационарное фазовое укрупнение, предложенное в [5, 6], что позволит упростить модель системы S , получив дискретное фазовое пространство состояний модели.

Разобьем ФПС E исходной модели на $N=9$ классов (укрупним по непрерывным компонентам, т. е. применим алгоритм стационарного фазового укрупнения к каждому состоянию отдельно):

$$\begin{aligned} E_{111} = \{111x\}, E_{10} = \{10\}, E_{01} = \{01\}, E_{211} = \{211x\}, E_{101} = \{101xz\}, \\ E_{210} = \{101xz\}, E_{100} = \{100z\}, E_{200} = \{200z\}, E_{311} = \{311x_1x_2\} \end{aligned} \quad (2)$$

Тогда ФПС \hat{E} укрупненной модели имеет вид:

$$\hat{E} = \{10, 01, 111, 211, 100, 200, 101, 210, 311\}. \quad (3)$$

Коды состояний (3) имеют следующий физический смысл:

- 10 (01) – первый (второй) сервер обслуживает полученный запрос, а второй (первый) сервер доступен;
- 111 (211) – первый (второй) сервер начал обслуживать полученный запрос, второй (первый) сервер занят;
- 100 (200) – стал доступен первый (второй) сервер; второй (первый) сервер доступен.
- 101 (210) – стал доступен первый (второй) сервер; второй (первый) сервер занят.
- 311 – оба сервера заняты и полученный запрос утерян.

Граф переходов укрупненной системы представлен на Рисунке 2.

Вероятности перехода \hat{p}_k^r ВЦМ укрупненного процесса находятся по формулам [5, 6]:

$$\hat{p}_k^r = \int_{E_k} \rho(de) P(e, E_r) / \rho(E_k), \quad k, r = \overline{1, N}, \quad (4)$$

где $\rho(de)$ – стационарное распределение (1); $P(e, E_r)$ – вероятности перехода ВЦМ.

Знаменатели формул (4) имеют вид:

$$\begin{aligned} \rho(E_{01}) = \rho(E_{10}) = \rho(E_{100}) = \rho(E_{200}) = \rho_0, \quad \rho(E_{111}) = \rho(E_{101}) = \rho_0 \frac{M \alpha_2}{M \beta}, \\ \rho(E_{211}) = \rho(E_{210}) = \rho_0 \frac{M \alpha_1}{M \beta}, \quad \rho(E_{311}) = \rho_0 \frac{M \alpha_1 M \alpha_2}{(M \beta)^2}. \end{aligned}$$

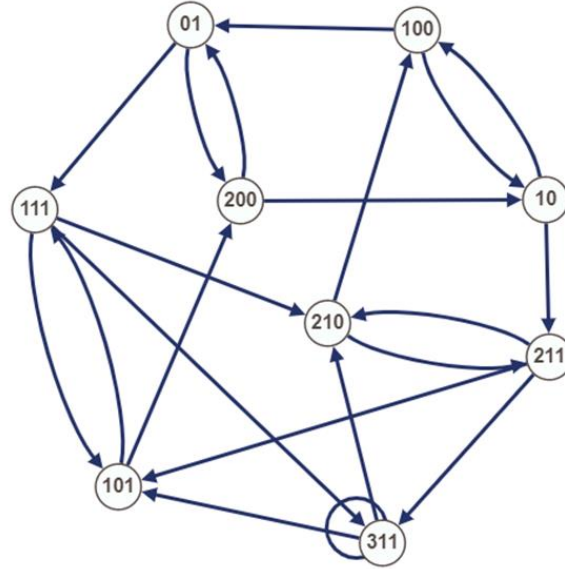


Рисунок 2 – Граф переходов укрупненной системы
Figure 2 – Transition graph of the merged system

Используя (1), (4) и ПММ системы S, приведенную в [13], найдем \hat{p}_k^r ВЦМ укрупненной модели:

$$\begin{aligned} \hat{p}_{10}^{211} &= P(\beta < \alpha_1), \quad \hat{p}_{10}^{100} = P(\alpha_1 < \beta), \quad \hat{p}_{01}^{111} = P(\beta < \alpha_2), \\ \hat{p}_{01}^{100} &= P(\alpha_2 < \beta), \quad \hat{p}_{100}^{10} = \hat{p}_{100}^{01} = \hat{p}_{200}^{10} = \hat{p}_{200}^{01} = \frac{1}{2}, \\ \hat{p}_{111}^{210} &= \frac{M(\alpha_1 \wedge \alpha_2 \wedge \beta)}{M\alpha_2}, \quad \hat{p}_{111}^{101} = \frac{\int_0^\infty \bar{F}_2(x) dx \int_0^x f_1(t) \bar{G}(t) dt}{M\alpha_2}, \quad \hat{p}_{111}^{311} = \frac{\int_0^\infty \bar{F}_2(x) dx \int_0^x g(t) \bar{F}_1(t) dt}{M\alpha_2}, \\ \hat{p}_{211}^{101} &= \frac{M(\alpha_1 \wedge \alpha_2 \wedge \beta)}{M\alpha_1}, \quad \hat{p}_{211}^{210} = \frac{\int_0^\infty \bar{F}_1(x) dx \int_0^x f_2(t) \bar{G}(t) dt}{M\alpha_1}, \quad \hat{p}_{211}^{311} = \frac{\int_0^\infty \bar{F}_1(x) dx \int_0^x g(t) \bar{F}_2(t) dt}{M\alpha_1}, \\ \hat{p}_{101}^{200} &= \frac{M(\beta \wedge \alpha_2)}{M\alpha_2}, \quad \hat{p}_{101}^{111} = \frac{M\alpha_2 - M(\beta \wedge \alpha_2)}{M\alpha_2}, \quad \hat{p}_{210}^{100} = \frac{M(\beta \wedge \alpha_1)}{M\alpha_1}, \\ \hat{p}_{210}^{211} &= \frac{M\alpha_1 - M(\beta \wedge \alpha_1)}{M\alpha_1}, \quad \hat{p}_{311}^{101} = \frac{\int_0^\infty \bar{F}_2(x) dx \int_0^x \bar{F}_1(t) \bar{G}(t) dt}{M\alpha_1 M\alpha_2}, \quad \hat{p}_{311}^{210} = \frac{\int_0^\infty \bar{F}_1(x) dx \int_0^x \bar{F}_2(t) \bar{G}(t) dt}{M\alpha_1 M\alpha_2}, \\ \hat{p}_{311}^{311} &= \frac{\int_0^\infty \bar{F}_2(x) dx \int_0^x \bar{F}_1(t) G(t) dt + \int_0^\infty \bar{F}_1(x) dx \int_0^x \bar{F}_2(t) G(t) dt}{M\alpha_1 M\alpha_2}, \end{aligned} \quad (5)$$

остальные $\hat{p}_k^r = 0$, \wedge – знак минимума.

Перейдем к построению СММ. Необходимо задать 5 параметров, которые, согласно [11], полностью определяют СММ. Применительно к нашей задаче, имеем:

1. Множество состояний модели соответствует множеству состояний \hat{E} .
2. Пусть состояния ВЦМ укрупненной модели не наблюдаются (скрытые состояния), во время смены состояний ВЦМ известно только количество работоспособных элементов. Множество сигналов задается следующим образом:

$$J = \{0, 1, 2\}, \quad (6)$$

где

- 0 – оба сервера свободны;
 - 1 – один из серверов обслуживает заявку, второй свободен;
 - 2 – оба сервера обслуживают полученные заявки.
3. Матрица переходных вероятностей для СММ состоит из переходных вероятностей (5).

Эта матрица изображена на Рисунке 3. Справа на Рисунке 3 указаны укрупненные состояния, соответствующие строкам и столбцам матрицы.

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \hat{p}_{10}^{211} & \hat{p}_{10}^{100} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \hat{p}_{01}^{111} & 0 & 0 & \hat{p}_{01}^{200} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \hat{p}_{111}^{101} & \hat{p}_{111}^{210} & \hat{p}_{111}^{311} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \hat{p}_{211}^{101} & \hat{p}_{211}^{210} & \hat{p}_{211}^{311} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \hat{p}_{101}^{111} & 0 & 0 & \hat{p}_{101}^{200} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \hat{p}_{210}^{211} & \hat{p}_{210}^{100} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \hat{p}_{311}^{101} & \hat{p}_{311}^{210} & \hat{p}_{311}^{311} \end{pmatrix} \begin{matrix} 10 \\ 01 \\ 111 \\ 211 \\ 100 \\ 200 \\ 101 \\ 210 \\ 311 \end{matrix}$$

Рисунок 3 – Матрица переходных вероятностей укрупненной модели
Figure 3 – Transition probability matrix of the merged model

4. Функция связи $R(s | \mathbf{x})$ [10, 11] состояний СММ с сигналами (6) определяется Таблицей 1.

5. Предположим, что в момент времени $t = 0$ укрупненная модель с одинаковой вероятностью находится в состояниях 100 или 200. Получаем следующий вектор начального распределения вероятностей модели:

$$\pi(\mathbf{x}) = (0, 0, 0, 0, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0, 0, 0).$$

Следовательно, СММ построена таким образом, что в ее основе лежит укрупненная ПММ.

Результаты

В качестве примера, иллюстрирующего анализ динамики укрупненной ПММ, на основе построенной СММ, предположим следующие параметры для системы S : СВ $\alpha_1, \alpha_2, \beta$ имеют распределение Эрланга IV порядка и $M\alpha_1 = 1$ мин., $M\alpha_2 = 0,8$ мин., $M\beta_1 = 0,4$ мин. Отметим, что средние значения подобраны таким образом, чтобы вероятность потери заявки была около 20 %. Расчет характеристик СММ выполнялся в написанной авторами программе в Maple 13.

Таблица 1 – Функция связи $R(s | x)$ состояний ВЦМ укрупненной модели с сигналами
Table 1 – Connection function $R(s | x)$ of the EMC states of the merged model with signals

Сигнал \ Состояние	s=0	s=1	s=2
10	0	1	0
01	0	1	0
111	0	0	1
211	0	0	1
100	1	0	0
200	1	0	0
101	0	1	0
210	0	1	0
311	0	0	1

Предположим, что в процессе функционирования системы S получен вектор сигналов:

$$\bar{s}_{30} = (0, 1, 2, 1, 0, 1, 2, 1, 2, 1, 0, 1, 2, 1, 2, 1, 0, 1, 2, 1, 0, 1, 2, 1, 0, 1, 2, 1, 2, 1), n=30.$$

Были решены задачи, представленные в [10, 16]. Получены следующие результаты:

1. На 30-ом шаге укрупнённая модель находилась в состоянии 101 с вероятностью 0,4869, а в состоянии 210 – с вероятностью 0,5131.

2. Найдем вероятности перехода на следующем 31-ом шаге:

10	01	111	211	100	200	101	210	311
0	0	0,2636	0,3181	0,1950	0,2233	0	0	0

3. Вероятность появления сигнала 2 на следующем 31-ом шаге равна 0,5817. Сигнала 0 – 0,4183.

4. Вероятность появления полученного вектора сигналов \bar{s}_{30} равна $1,45 * 10^{-6}$.

5. Для вектора сигналов \bar{s}_{30} найдены наиболее вероятные состояния СММ на переходах, представленные в Таблице 2.

Таблица 2 – Наиболее вероятные состояния СММ на переходах
Table 2 – Most probable states of the HMM at transitions

Переходы	3	8	12	17	21	24	27
Состояние	211	210	01	200	100	210	111
Вероятность	0,5230	0,6052	0,5334	0,5339	0,5217	0,5217	0,5128

С целью уточнения начальных параметров модели и наиболее точного согласования с полученным вектором сигналов (обучение модели), использован

алгоритм Баума-Велша [10, 11]. Получаем переоцененную матрицу переходных вероятностей, представленную на Рисунке 4.

$$P_i^j = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0,8917 & 0,1083 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,8267 & 0 & 0 & 0,1733 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,0540 & 0,4417 & 0,5043 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,3534 & 0,1060 & 0,5406 & 0 \\ 0,5 & 0,5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,5 & 0,5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,5414 & 0 & 0 & 0,4586 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,6200 & 0,3800 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,2743 & 0,3584 & 0,3673 & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} 10 \\ 01 \\ 111 \\ 211 \\ 100 \\ 200 \\ 101 \\ 210 \\ 311 \end{matrix}$$

а) а)

$$\bar{P}_i^j = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,1117 & 0,8883 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,7817 & 0,2183 & 0 & 0 \\ 0,4982 & 0,5018 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,4983 & 0,5017 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,3268 & 0 & 0 & 0,6732 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,4168 & 0,5832 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} 10 \\ 01 \\ 111 \\ 211 \\ 100 \\ 200 \\ 101 \\ 210 \\ 311 \end{matrix}$$

б) б)

Рисунок 4 – Матрицы переходных вероятностей: а) исходная, б) переоцененная
Figure 4 – Transition probability matrices: a) the initial matrix, b) the estimated matrix

Отметим следующее: нулевые девятые строка и столбец переоцененной матрицы переходных вероятностей \bar{P}_i^j означают, что для заданного вектора сигналов возможно переопределить параметры модели таким образом, что состояние 311 (потеря заявки) будет недостижимым.

Для нахождения наиболее вероятной цепочки смены состояний переоцененной модели по полученному вектору сигналов был применен алгоритм Витерби [10, 11]. В результате получим следующую последовательность смены укрупненных состояний: 100, 10, 211, 210, 200, 10, 211, 210, 211, 101, 200, 10, 211, 210, 211, 101, 200, 10, 211, 210, 200, 10, 211, 210, 200, 10, 211, 210, 211, 101.

Заключение

В данной работе построена СММ на основе укрупненной полумарковской модели СМО GI/G/2/0 с потерями. Проведен анализ динамики ее функционирования. Средства теории скрытых марковских моделей позволили для рассматриваемой системы прогнозировать состояния и последующие сигналы, на основе полученного в результате функционирования вектора сигналов. Используя алгоритм Баума-Велша, были уточнены (переоценены) параметры исходной модели, а применение алгоритма Витерби позволило определить наиболее вероятную последовательность состояний по полученному вектору сигналов.

В дальнейшем планируется построение скрытых марковских моделей на основе укрупненной ПММ СМО $GI/\bar{G}/n/0$, а также СММ различных СМО без перехода к укрупненной полумарковской модели.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Rykov V. Controllable queueing systems: from the very beginning up to nowadays. *Reliability: Theory & Applications*. 2017;12(2):39–61.
2. Medhi J. *Stochastic Models in Queueing Theory 2nd edition*. United Kingdom, Academic Press; 2002. 504 p.
3. Peschansky A.I. *Semi-Markov models of one-server loss queues with recurrent input*. Chisinau, Lambert Academic Publishing; 2013. 144 p.
4. Корлат А.Н., Кузнецов В.Н., Новиков М.М., Турбин А.Ф. *Полумарковские модели восстанавливаемых систем и систем массового обслуживания*. Кишинев: Штиинца; 1991. 275 с.
5. Королюк В.С., Турбин А.Ф. *Процессы марковского восстановления в задачах надежности систем*. Киев: Наук. думка; 1982. 236 с.
6. Korolyuk V.S., Korolyuk V.V. *Stochastic Models of Systems*. Dordrecht, Springer Science+Business Media; 1999. 185 p.
7. Grabski F. *Semi-Markov Processes: Applications in System Reliability and Maintenance*. Amsterdam, Elsevier Science; 2014. 270 p.
8. Obzherin Yu.E., Boyko E.G. *Semi-Markov Models: Control of Restorable Systems with Latent Failures*. London, Elsevier Academic Press; 2015. 212 p.
9. Obzherin Y.E., Sidorov S.M. Semi-Markov model and phase-merging scheme of a multi-component system with the group instantly replenished time reserve. *International Journal of Reliability, Quality and Safety Engineering*. 2019;26(3):1950014. DOI:10.1142/S0218539319500141.
10. Ross S.M. *Introduction to Probability Models*. 9th ed. USA, Elsevier Academic Press; 2006. 800 p.
11. Rabiner L.R. A Tutorial on hidden Markov models and selected applications in speech recognition. *Proceedings of the IEEE*. 1989;77(2):257–286. DOI: 10.1109/5.18626.
12. Kobayashi H., Mark B., Turin W. *Probability, Random Processes, and Statistical Analysis: Applications to Communications, Signal Processing, Queueing Theory and Mathematical Finance*. Cambridge, Cambridge University Press; 2011. 812 p.
13. Obzherin Y. Semi-Markovian Model of two-line queueing system with losses. *Intelligent Information Management*. 2016;8(2):17–26. DOI: 10.4236/iim.2016.82003.
14. Isguder H.O., Uzunoglu-Kocer U., Celikoglu C.C. Generalization of the Takacs' formula for $GI/M/n/0$ queueing system with heterogeneous servers. *Lecture Notes in Engineering and Computer Science: Proceedings of The World Congress on Engineering*. 2011;1:45–47.
15. Isguder H.O., Uzunoglu-Kocer U. Analysis of $GI/M/n/n$ queueing system with ordered entry and no waiting line. *Applied Mathematical Modelling*. 2014;38(3):1024–1032. DOI: 10.1016/j.apm.2013.07.029.
16. Obzherin Y.E., Sidorov S.M., Nikitin M.M. Hidden Markov model of information system with component-wise storage devices. In: Vishnevskiy V., Samouylov K., Kozyrev D. (eds) Distributed Computer and Communication Networks. *Lecture Notes in Computer Science*. 2019;11965:354–364. DOI: 10.1007/978-3-030-36614-8_27.
17. Tanackov I., Prentkovskis O., Jevtić Ž., Stojić G., Ercegovic P. A new method for Markovian adaptation of the non-Markovian queueing system using the hidden Markov model. *Algorithms*. 2019;12(7):133. DOI: 10.3390/a12070133.

18. Obzherin Y.E., Skatkov A.V. Semi-markov model of a queuing system with losses. *J Math Sci.* 1993;65:1672–1677. DOI: 10.1007/BF01097518.
19. Peschansky A.I., Kovalenko A.I. Semi-Markov model of a single-server queue with losses and maintenance of an unreliable server. *Cybern Syst Anal.* 2015;51:632–643. DOI: 10.1007/s10559-015-9754-5.
20. Песчанский А.И., Коваленко А.И. Стационарные характеристики однолинейной системы обслуживания с потерями и ненадежным прибором. *Таврический вестник информатики и математики.* 2013;1(22):69–79.

REFERENCES

1. Rykov V. Controllable queueing systems: from the very beginning up to nowadays. *Reliability: Theory & Applications.* 2017;12(2):39–61.
2. Medhi J. *Stochastic Models in Queueing Theory 2nd edition.* United Kingdom, Academic Press; 2002. 504 p.
3. Peschansky A.I. *Semi-Markov models of one-server loss queues with recurrent input.* Chisinau, Lambert Academic Publishing; 2013. 144 p.
4. Korlat A.N., Kuznetsov V.N., Novikov M.M., Turbin A.F. *Polumarkovskie modeli vosstanavlivaemykh sistem i sistem massovogo obsluzhivaniya.* Chisinau, Shtiintsa; 1991. 275 p. (In Russ.).
5. Korolyuk V.S., Turbin A.F. *Protsessy markovskogo vosstanovleniya v zadachakh nadezhnosti sistem.* Kiev, Nauk. dumka; 1982. 236 p. (In Russ.).
6. Korolyuk V.S., Korolyuk V.V. *Stochastic Models of Systems.* Dordrecht, Springer Science+Business Media; 1999. 185 p.
7. Grabski F. *Semi-Markov Processes: Applications in System Reliability and Maintenance.* Amsterdam, Elsevier Science; 2014. 270 p.
8. Obzherin Yu.E., Boyko E.G. *Semi-Markov Models: Control of Restorable Systems with Latent Failures.* London, Elsevier Academic Press; 2015. 212 p.
9. Obzherin Y.E., Sidorov S.M. Semi-Markov model and phase-merging scheme of a multi-component system with the group instantly replenished time reserve. *International Journal of Reliability, Quality and Safety Engineering.* 2019;26(3):1950014. DOI:10.1142/S0218539319500141.
10. Ross S.M. *Introduction to Probability Models.* 9th ed. USA, Elsevier Academic Press; 2006. 800 p.
11. Rabiner L.R. A Tutorial on hidden Markov models and selected applications in speech recognition. *Proceedings of the IEEE.* 1989;77(2):257–286. DOI: 10.1109/5.18626.
12. Kobayashi H., Mark B., Turin W. *Probability, Random Processes, and Statistical Analysis: Applications to Communications, Signal Processing, Queueing Theory and Mathematical Finance.* Cambridge, Cambridge University Press; 2011. 812 p.
13. Obzherin Y. Semi-Markovian model of two-line queuing system with losses. *Intelligent Information Management.* 2016;8(2):17–26. DOI: 10.4236/iim.2016.82003.
14. Isguder H.O., Uzunoglu-Kocer U., Celikoglu C.C. Generalization of the Takacs' formula for GI/M/n/0 queuing system with heterogeneous servers. *Lecture Notes in Engineering and Computer Science: Proceedings of The World Congress on Engineering.* 2011;1:45–47.
15. Isguder H.O., Uzunoglu-Kocer U. Analysis of GI/M/n/n queuing system with ordered entry and no waiting line. *Applied Mathematical Modelling.* 2014;38(3):1024–1032. DOI: 10.1016/j.apm.2013.07.029.
16. Obzherin Y.E., Sidorov S.M., Nikitin M.M. Hidden Markov model of information system with component-wise storage devices. In: Vishnevskiy V., Samouylov K., Kozyrev D.

- (eds) Distributed Computer and Communication Networks. *Lecture Notes in Computer Science*. 2019;11965:354–364. DOI: 10.1007/978-3-030-36614-8_27.
17. Tanackov I., Prentkovskis O., Jevtić Ž., Stojić G., Ercegovac P. A new method for Markovian adaptation of the non-Markovian queueing system using the hidden Markov model. *Algorithms*. 2019;12(7):133. DOI: 10.3390/a12070133.
 18. Obzherin Y.E., Skatkov A.V. Semi-markov model of a queueing system with losses. *J Math Sci*. 1993;65:1672–1677. DOI: 10.1007/BF01097518.
 19. Peschansky A.I., Kovalenko A.I. Semi-Markov model of a single-server queue with losses and maintenance of an unreliable server. *Cybern Syst Anal*. 2015;51:632–643. DOI: 10.1007/s10559-015-9754-5.
 20. Peschansky A.I. Kovalenko A.I. Stationary characteristics of a single-server queue system with losses and an unreliable server. *Tavrisheskii vestnik informatiki i matematiki = Taurida Journal of Computer Science Theory and Mathematics*. 2013;1(22):69–79. (In Russ.).

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ / INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Сидоров Станислав Михайлович, кандидат технических наук., доцент кафедр «Высшая математика» и «Интеллектуальные сети энергоснабжения», Севастопольский государственный университет, Севастополь, Российская Федерация.

e-mail: xaevac@mail.ru

ORCID: [0000-0002-9785-9182](https://orcid.org/0000-0002-9785-9182)

Stanislav M. Sidorov, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor at the Higher Mathematics and Intelligent Power Supply Networks Departments, Sevastopol State University, Sevastopol, Russian Federation.

Обжерин Юрий Евгеньевич, доктор технических наук., профессор кафедры «Высшая математика», Севастопольский государственный университет, Севастополь, Российская Федерация.

e-mail: objsev@mail.ru

ORCID: [0000-0003-1180-1084](https://orcid.org/0000-0003-1180-1084)

Yuriy E. Obzherin, Doctor of Technical Sciences, Professor, Full Professor at the Higher Mathematics Department, Sevastopol State University, Sevastopol, Russian Federation.

Статья поступила в редакцию 26.10.2022; одобрена после рецензирования 06.12.2022; принята к публикации 19.12.2022.

The article was submitted 26.10.2022; approved after reviewing 06.12.2022; accepted for publication 19.12.2022.