УДК 517.977.56, 532.522.2
DOI: 10.26102/2310-6018/2023.43.4.012

Задача оптимизации формы сопла гидропушки для максимизации импульса силы ультраструи

Ю.В. Дмитрук✉, **В.К. Толстых**

Донецкий государственный университет, Донецк, Российская Федерация

Резюме. Импульсные струи жидкости высокого давления способны разрушить породу любой крепости. Применение ультраструй позволяет повысить производительность труда при разрушении горных пород и строительных конструкций. Однако из-за низкой надежности гидроимпульсных установок коммерческое применение импульсных струй в настоящее время ограничено. Повысить надежность и эффективность гидропушки можно путем оптимизации конструкции. В связи с этим в статье рассмотрен прямой экстремальный подход для практического решения задачи оптимизации формы сопла поршневой гидропушки с целью достижения максимума средней силы действия струи на преграду. Форма сопла (площадь поперечного сечения) присутствует в уравнениях в виде пространственной производной. В качестве управления выбрана вся функция производной, позволяющая исключить погрешности численного дифференцирования. В прямом экстремальном подходе предполагается итерационная максимизация функционала экстремальными методами на основе градиента. Получено аналитическое выражение градиента как функции по длине сопла и необходимое условие оптимальности формы сопла. Градиент представляет собой функцию пространственной переменной, что делает задачу оптимизации бесконечномерной. Значение градиента определяется из решения сопряженной задачи. Градиент указывает направление максимизации целевого функционала, что может далее использоваться в бесконечномерных экстремальных алгоритмах оптимизации. Критерием достижения оптимальной формы сопла является выполнение необходимого условия с наилучшей возможной точностью.

Ключевые слова: гидропушка, градиент, условие оптимальности, бесконечномерная экстремальная задача.

Для цитирования: Дмитрук Ю.В., Толстых В.К. Задача оптимизации формы сопла гидропушки для максимизации импульса силы ультраструи. *Моделирование, оптимизация и информационные технологии.* 2023;11(4). URL: https://moitvivt.ru/ru/journal/pdf?id=1433 DOI: 10.26102/2310-6018/2023.43.4.012

Problem of hydrocannon nozzle form optimization for maximizing the force pulse of the ultrajet

Iu.V. Dmitruk✉, **V.K. Tolstykh**

Donetsk State University, Donetsk, the Russian Federation

Abstract. Pulsed high-pressure liquid jets can destroy the rock of any hardness. The use of ultrajets can accelerate the dissociation of rocks and hasten the construction of buildings. However, due to the low reliability of hydraulic pulse equipment, the commercial use of pulsed jets is currently limited. It is possible to increase the reliability and efficiency of the hydrocannon by optimizing the design. Therefore, the article examines a direct extreme approach aimed at the piston hydrocannon nozzle form optimization in order to achieve the maximum average force of the jet on the barrier. The form of the nozzle (cross-sectional area) is present in the equations as a spatial derivative. The function of the derivative is chosen as a control, which makes it possible to exclude errors in numerical differentiation. Direct extreme approach involves iterative maximization of the functional by extremal methods based on the gradient. An analytical expression for the gradient as a function of the nozzle length and a necessary nozzle form optimality condition are obtained. The gradient is a function of spatial variables, which makes the optimization problem infinite-dimensional. The value of the gradient is determined by the solution of the conjugate problem. The gradient indicates the direction of maximizing the target functional, which can be used in infinite-dimensional extreme optimization algorithms. The criterion for achieving the optimal nozzle form is the fulfilment of the required condition with the best possible accuracy.

Keywords: hydrocannon, gradient of the target, optimality condition, infinite-dimensional extreme problem.

For citation: Dmitruk Iu.V., Tolstykh V.K. Problem of hydrocannon nozzle form optimization for maximizing the force pulse of the ultrajet. *Modeling, Optimization and Information Technology*. 2023;11(4). URL: https://moitvivt.ru/ru/journal/pdf?id=1433 DOI: 10.26102/2310-6018/2023.43.4.012 (In Russ.).

Введение

В угольной и горнодобывающей промышленности крупнейших угледобывающих стран (США, Китай, Австралия и др.) добыча угля с применением энергии воды высокого давления считается одним из перспективных способов. Способность импульсных струй воды разрушить породу любой крепости доказана предварительными испытаниями с помощью лабораторных и полупромышленных устройств. Их применение позволит уменьшить энергоемкость работ, повысить производительность и улучшить условия труда. Одной из установок для получения импульсных струй высокого давления (ультраструй) является гидропушка. Простейшая схема ее приведена на Рисунке 1 [1]. Поршень 2 под действием газа в ресивере 1 разгоняется, толкая перед собой воду 3 из цилиндрического ствола 4 в сужающееся сопло 5. Ускоряясь, передний фронт воды может достигать скорости, близкой или даже превышающей скорость звука в воде. Задний фронт жидкости, замедляясь, тормозит поршень. При расчете состояния потока нельзя пренебрегать сжимаемостью жидкости [2], что требует привлечения нелинейных волновых уравнений газодинамики.

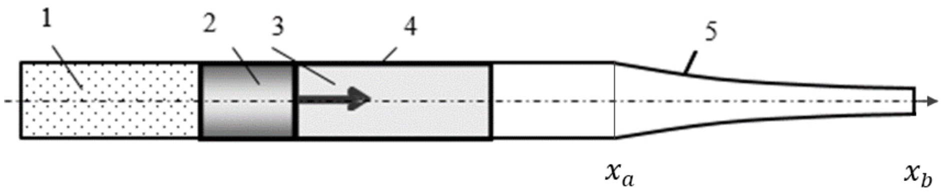

Рисунок 1 – Схема поршневой гидропушки
Figure 1 – Piston hydrocannon schematic

На формирование ультраструи существенно влияет форма сопла [3]. Существующие формы сопел (Витошинского, катеноидальное, коническое и др.), обладая своими достоинствами и недостатками, нашли применение в определенной области. Однако на данный момент не получено формы сопла, дающего струю с максимальной разрушающей силой. Получение струи с наилучшими характеристиками требует решения задачи оптимизации формы сопла, которую задают площадью поперечного сечения $\sigma(x)$, $x \in [x_a, x_b]$, где x_a – координата входа в сопло, x_b – координата выхода из сопла. Оптимизация систем в частных производных с управлением в виде функции является сложной задачей.

Уравнения газодинамики потока воды в гидропушке включают в себя производную площади сопла $d\sigma/dx$. В работе [4] в качестве управления, максимизирующего характеристики ультраструи, было выбрано управление $u = \sigma$, и получены необходимые условия оптимальности. Как показали дальнейшие тестовые расчеты, незначительные погрешности в форме сопла $\sigma(x)$ приводят к значительным погрешностям производной $d\sigma/dx$ и, соответственно, к значительным погрешностям в расчетах состояния потока и оптимальной формы сопла. Такие «естественные» погрешности объясняются численным дифференцированием функций с помехами. В рассматриваемой задаче они оказались недопустимо высокими. Поэтому было принято управление

$$u(x) = \frac{1}{\sigma(x)} \frac{d\sigma(x)}{dx}, \qquad x \in (x_a, x_b). \tag{1}$$

Площадь сопла из управления находится по формуле:

$$\sigma(x) = \sigma_a e^{\int_{x_a}^{x} u(\zeta) d\zeta},$$

где σ_a, м^2 – площадь ствола гидропушки.

Ранее предпринимались попытки оптимизации поршневой гидропушки Атановым Г.А., Зуйковой З.Г. и другими авторами [5, 6]. Задача решалась методами вариационного исчисления с неопределенными множителями Лагранжа. В соответствии с этим методом все уравнения процессов в гидропушке вводились как дополнительные связи к целевому функционалу с множителями Лагранжа в обобщенный функционал. Одновременно с множителями Лагранжа, которые образовывали сопряженную задачу, рассчитывалась «невязка» как характеристика отклонения первой вариации от нуля. Эта невязка использовалась для коррекции управляющей функции. К сожалению, в рамках подхода классического вариационного исчисления удовлетворительного решения получено не было.

В настоящей работе предлагается использовать прямой экстремальный подход [7-10] для непосредственной максимизации целевого функционала $J(u)$ в виде импульса силы ультраструи. В данном подходе предполагается итерационная максимизация $J(u)$ экстремальными методами на основе градиента ∇J. При этом достижение оптимальной формы сопла $u_*(x)$ сопровождается необходимым условием оптимальности $\|\nabla J\|_{L_2(x_a,x_b)} = 0$.

Настоящая работа посвящена получению аналитического выражения градиента $\nabla J(u; x)$, $x \in (x_a, x_b)$ для управления (1). Здесь градиент представляет собой функцию пространственной переменной x, что делает задачу оптимизации бесконечномерной. Этот факт осложняет применение традиционных экстремальных (градиентных) методов. При этом могут потребоваться специализированные методы [8] с регулировкой функциональной сходимости к оптимуму $u_*(x)$, добиваясь равномерной сходимости вдоль всего сопла.

Результаты и обсуждение

На Рисунке 2 изображена область течения воды в гидропушке. Начало координат совмещено со входом в сопло x_a. За начальное время t_0 принят момент, когда передний фронт жидкости Γ_{b0} в стволе гидропушки достигает входа в сопло. При выстреле гидропушки жидкость ограничена с одной стороны поршнем, движущимся по траектории Γ_a, а с другой стороны – свободной поверхностью втекания Γ_{b0} от t_0 до t_1 и истечения Γ_{b1} от t_1 до t_2. Обе границы $\Gamma_a(t)$ и $\Gamma_{b0}(t)$ подвижные. Область определения состояния распределенной системы – это замкнутая пространственно-временная область Ω с границей $\partial\Omega = \Gamma_a \cup \Gamma_{b0} \cup \Gamma_{b1} \cup \Gamma_0 \cup \Gamma_2$, где $\Gamma_0 = [x_{p0}, x_a] \times t_0$ – линия начальных условий, x_{p0} – начальное положение поршня гидропушки, x_{p2} – положение поршня гидропушки в момент времени t_2, $\Gamma_2 = [x_a, x_b] \times t_2$ – терминальная линия процесса.

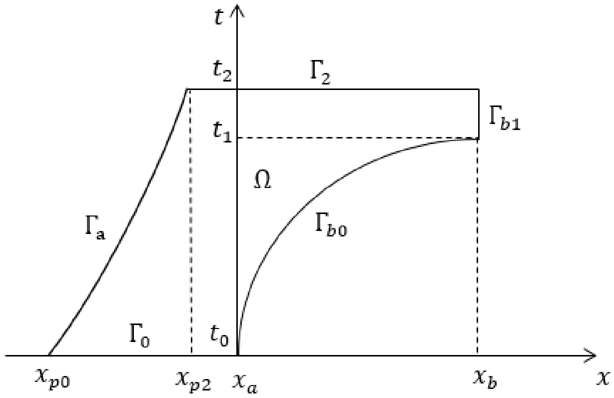

Рисунок 2 – Область течения воды в гидропушке
Figure 2 – Water flow range in the hydrocannon

Движение идеальной сжимаемой жидкости в сопле гидропушки можно описать следующей квазиодномерной, квазилинейной системой уравнений [11]:

$$\left.\begin{aligned}&\frac{\partial\rho}{\partial t}+w\frac{\partial\rho}{\partial x}+\rho\frac{\partial w}{\partial x}+\frac{\rho w}{\sigma}\frac{d\sigma}{dx}=0,\\&\frac{\partial w}{\partial t}+\frac{Bn\rho^{n-2}}{\rho_0^n}\frac{\partial\rho}{\partial x}+w\frac{\partial w}{\partial x}=0,\end{aligned}\right\}\text{ на }\Omega. \qquad (2)$$

Здесь первое уравнение – неразрывности, второе – движения. B, n – постоянные в уравнении состояния воды в форме Тэта, σ – площадь поперечного сечения канала. Состояние системы характеризуется двумя компонентами: $v=\{\rho,w\}\in L_2^m(\Omega)$, где ρ – плотность потока, кг/м^3, w – скорость, м/с, $m=2$, т. е. они представляют собой двумерную вектор-функцию v.

Далее, систему (2) удобнее рассматривать в векторном виде:

$$\frac{\partial v}{\partial t}+A\frac{\partial v}{\partial x}+F=0,\qquad \tau=\{x,t\}\in\Omega,$$

где матрица

$$A(v)=\begin{pmatrix} w & \rho\\ \dfrac{Bn\rho^{n-2}}{\rho_0^n} & w\end{pmatrix}$$

и свободный член (вектор-столбец)

$$F(v,u)=\begin{pmatrix}\rho w u\\ 0\end{pmatrix}.$$

Система уравнений имеет два граничных условия. Слева на траектории поршня – уравнение движения поршня массой m_p, которое с учетом уравнения состояния Тэта принимает вид:

$$\frac{dw}{dt}+\frac{\sigma_a B}{m_p}\left(\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^n-1\right)=0,\qquad \text{на }\Gamma_a. \qquad (3)$$

На правой границе, взаимодействующей с атмосферой, граничное условие следующее:

$$\rho = \rho_0, \qquad \text{на } \Gamma_{b0} \cup \Gamma_{b1}. \tag{4}$$

Начальные условия задаются в виде:

$$w = w_0, \qquad \rho = \rho_0, \qquad \text{на } \Gamma_0. \tag{5}$$

Определим целевой функционал. В отличие от [4], где исследуется задача максимизации импульса истекающей струи, мы будем максимизировать среднюю силу действия струи на преграду, что следует считать более реалистичной целью:

$$J = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} \rho\sigma w^2 dt|_{x_b}.$$

Далее будем обращаться к функционалу J в форме:

$$J(u) = \int_{\omega} I(w,u)dt \to \max, \tag{6}$$

где подынтегральная функция цели определена на ω и равна:

$$I(w,u) = \frac{\rho_0 \sigma_a e^{\int_{x_a}^{x_b} u(x)dx} w^2(x_b)}{t_2 - t_1}, \qquad \omega = x_b \times (t_1, t_2) \equiv \Gamma_{b1}.$$

Уточним область определения управления $u(x)$ – это множество $S = (x_a, x_b)$. Заметим, что при этом функция формы сопла $\sigma(x)$ определена на $[x_a, x_b]$, что следует из (1). При любом управлении u форма сопла не будет меняться на левой границе, здесь $\sigma(x_a) = \sigma_a$. Управление определено на всей пространственно-временной области Ω, но при этом оно не меняется со временем. Будем считать областью значений управления полупространство

$$U(S) = \{u: u(x) \leq 0 \ \forall x \in (x_a, x_b)\}. \tag{7}$$

Такому U соответствует $\sigma(x) \leq \sigma_a$, что является физически разумным.

Для прямой максимизации целевого функционала (6) необходимо найти его градиент ∇J. Техника определения градиента неявно заданного функционала – это самостоятельная сложная задача. Здесь можно использовать подход [8], что было нами сделано в работе [4] для отличной от текущей постановки задачи. Если проделать аналогичные необходимые выкладки с заменой целевого функционала и функции управления на описанные выше, то мы получим следующее выражение градиента:

$$\nabla J(u;x) = \int_{\Gamma_{b0}}^{t_2} \rho w f_1 dt + J \in U^*(S),$$

где астериск означает сопряженность пространства, а f_1 – это компонента сопряженного по отношению к v состояния системы.

Вектор сопряженного состояния $f = (f_1, f_2) \in V^*(S) = L_2^m(\Omega)$ определяется из сопряженной задачи:

$$-\frac{\partial f}{\partial t} - A^T \frac{\partial f}{\partial x} + {F_v'}^T f = 0 \ \text{ на } \Omega,$$

или в развернутом виде:

$$-\frac{\partial f_1}{\partial t} - w\frac{\partial f_1}{\partial x} - \frac{Bn\rho^{n-2}}{\rho_0^n}\frac{\partial f_2}{\partial x} + wuf_1 = 0, \qquad \text{на } \Omega. \tag{8}$$

$$-\frac{\partial f_2}{\partial t}-\rho\frac{\partial f_1}{\partial x}-w\frac{\partial f_2}{\partial x}+\rho u f_1=0.$$

На границах:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{m_p f_2}{F_a\rho}\right)+f_1\rho=0 \qquad \text{на } \Gamma_a, \qquad (9)$$

$$f_1=0 \qquad \text{на } \Gamma_{b0}, \qquad (10)$$

$$f_1+\frac{w}{\rho_0}f_2+\frac{2F_b w}{t_2-t_1}=0 \qquad \text{на } \Gamma_{b1}, \qquad (11)$$

$$f_1=0, \qquad f_2=0 \qquad \text{на } \Gamma_2. \qquad (12)$$

Задача решается в обратном по времени направлении, начиная с терминального состояния (12). Обыкновенное дифференциальное уравнение (9) на траектории поршня Γ_a также решается с нулевым «начальным» условием в угловой точке (x_{p2},t_2), поскольку здесь $f_2=0$ согласно (12). Система (8) имеет те же самые характеристики, что и исходная (2), поскольку собственные числа матриц A и A^T одинаковы.

При этом классическое необходимое условие оптимальности формы сопла гидропушки принимает вид:

$$\|\nabla J\|_{L_2(S)}=\left(\int_S \nabla J^2(u_*;x)dx\right)^{1/2}=0, \qquad (13)$$

а соответствующая оптимальная форма сопла:

$$\sigma_*(x)=\sigma_a e^{\int_{x_a}^{x}u_*(z)dz}, \qquad x\in[x_a,x_b]\,.$$

Данное условие оптимальности должно реализовываться с той или иной точностью различными численными бесконечномерными экстремальными методами, например бесконечномерным градиентным методом:

$$u^{k+1}=u^k-b^k\nabla J^k, \qquad \text{на } S, \qquad (14)$$

где k – номер итерации, b^k – шаговый множитель, задающий глубину спуска вдоль направления максимизации.

Введенное в данной работе ограничение (7) на управление u реализуется в алгоритме (14) операцией проецирования [8, 10] на допустимое полупространство U. Такое проецирование выполняется после каждой итерации (14) и имеет вид дополнительной коррекции:

$$\text{Если } u^{k+1}(\tau)>u_{\max}(\tau), \text{ тогда } u^{k+1}(\tau)\leftarrow u_{\max}(\tau). \qquad (15)$$

Заключение

Получено аналитическое выражение градиента целевого функционала и необходимое условие оптимальности формы сопла гидропушки для дальнейшей максимизации средней силы воздействия ультраструи на преграду. Градиент представляет собой функцию $\nabla J(u;x)$ пространственной переменной $x\in(x_a,x_b)$ вдоль всего сопла. Значение ∇J определяется через решение сопряженной задачи (8)-(12). Градиент указывает направление максимизации целевого функционала, что может использоваться в бесконечномерных экстремальных алгоритмах оптимизации вида (14) с реализацией физически допустимого изменения управления (15). Критерием достижения или наилучшим приближением к оптимальной форме сопла является выполнение необходимого условия (13) с наилучшей возможной точностью.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Семко А.Н. *Импульсные струи жидкости высокого давления*. Донецк: Вебер; 2007. 149 с.
2. Семко А.Н., Локтюшина Ю.В. Об учете сжимаемости жидкости при расчете течения в гидропушке. *Вестник ДонНУ. Серия А: Естественные науки*. 2011;2:95–101. URL: https://donnu.ru/public/journals/files/Vestnik_DonNU_2011_N2_compr.pdf (дата обращения: 30.08.2023).
3. Решетняк В.В., Семко А.Н. Влияние формы сопла на параметры гидропушки *Прикладная гидромеханика*. 2010;3:62–74. URL: https://studylib.ru/doc/2029708/vliyanie-formy-sopla-na-parametry-gidropushki (дата обращения: 28.07.2023).
4. Дмитрук Ю.В., Толстых В.К. Условия оптимальности формы сопла гидропушки. *Вестник ДонНУ. Серия Г: Технические науки*. 2022;2:54–63. URL: http://donnu.ru/public/journals/files/2022%20Вестник%20Г%202.pdf (дата обращения: 28.07.2023).
5. Atanov G.A. The optimal control problem of profiling the hydro-cannon nozzle to obtain the maximum outlet speed. *Proc. Inst. Mech. Engrs*. 1997;211(7):541–547.
6. Зубов В.И., Зуйкова З.Г. Об одном классе решений задачи оптимизации сопла гидропушки. *Ж. вычисл. матем. и матем. физ.* 1994;34(10):1541–1550.
7. Лионс Ж.Л. *Оптимальное управление системами, описываемыми уравнениями в частных производных*. М.: Мир; 1972. 416 с.
8. Толстых В.К. *Прямой экстремальный подход для оптимизации систем с распределёнными параметрами*. Донецк: Юго-Восток; 1997. 178 с.
9. Сеа Ж. *Оптимизация. Теория и алгоритмы*. М.: Мир; 1973. 244 с.
10. Васильев Ф.П. *Методы оптимизации*. Т. 2. М.: МЦНМО; 2011. 433 с.
11. Семко А.Н. *Импульсные струи жидкости высокой скорости и их применение*. Донецк: ДонНУ; 2014. 370 с. URL http://repo.donnu.ru:8080/jspui/handle/123456789/3770 (дата обращения: 28.07.2023).

REFERENCES

1. Semko A.N. *Pulsed jets of high-pressure liquid*. Donetsk, Weber: 2007. 149 p. (In Russ.).
2. Semko A.N., Loktyushina Iu.V. On taking into account the compressibility of a liquid when calculating the flow in a hydrocannon. *Vestnik DonNU. Seriya A: Estestvennye nauki = Bulletin of Donetsk National University. Series A: Natural Sciences*. 2011;2:95–101. URL: https://donnu.ru/public/journals/files/Vestnik_DonNU_2011_N2_compr.pdf (accessed on 30.08.2023). (In Russ.).
3. Reshetnyak V.V., Semko A.N. The influence of the nozzle form on the parameters of the hydrocannon. *Prikladnaya hydromechanika*. 2010;3:62–74. URL: https://studylib.ru/doc/2029708/vliyanie-formy-sopla-na-parametry-gidropushki (accessed on 28.07.2023). (In Russ.).
4. Dmitruk Iu.V., Tolstykh V.K. Optimal conditions for the form of the hydrocannon nozzle. *Vestnik DonNU. Seriya G: Tekhnicheskie nauki = Bulletin of Donetsk National University. Series G: Technical Sciences*. 2022;2:54–63. URL:

http://donnu.ru/public/journals/files/2022%20Вестник%20Г%202.pdf (accessed on 28.07.2023). (In Russ.).
5. Atanov G.A. The optimal control problem of profiling the hydro-cannon nozzle to obtain the maximum outlet speed. *Proc. Inst. Mech. Engrs*. 1997;211(7):541–547.
6. Zubov V.I., Zuykova Z.G. On one class of solutions to the hydrocannon nozzle optimization problem. *Zh. vychisl. matem. i matem. fiz = Comput. Math. Math. Phys.* 1994;34(10):1541–1550.
7. Lyons Zh.L. *Optimal control of systems described by partial differential equations*. Moscow, Mir; 1972. 416 p. (In Russ.).
8. Tolstykh V.K. *A direct extreme approach for optimizing systems with distributed parameters*. Donetsk, Yugo-Vostok; 1997. 178 p. (In Russ.).
9. Cea Zh. *Optimization. Theory and algorithms*. Moscow, Mir; 1973. 244 p. (In Russ.).
10. Vasiliev F.P. *Optimization methods*. Vol. 2. Moscow, ICNMO; 2011. 433 p. (In Russ.).
11. Semko A.N. *High-velocity pulsed liquid jets and their application: monograph*. Donetsk, DonNU; 2014. 370 p. URL: http://repo.donnu.ru:8080/jspui/handle/123456789/3770 (accessed on 28.07.2023). (In Russ.).

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ / INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Дмитрук Юлия Владимировна, старший преподаватель кафедры общей физики и дидактики физики, Донецкий государственный университет, Донецк, Донецкая Народная Республика, Российская Федерация.
e-mail: loktyushina.julia@yandex.ru

Iuliia V. Dmitruk, Senior Lecturer at the Department of General Physics and Didactics of Physics, Donetsk State University, Donetsk, the Donetsk People's Republic, the Russian Federation.

Толстых Виктор Константинович, доктор физико-математических наук, доктор технических наук, профессор кафедры компьютерных технологий, Донецкий государственный университет, Донецк, Донецкая Народная Республика, Российская Федерация.
e-mail: mail@tolstykh.com

Viktor K. Tolstykh, Doctor of Physics and Mathematics, Doctor of Technical Sciences, Full Professor, Professor at the Department of Computer Technologies, Donetsk State University, Donetsk, the Donetsk People's Republic, the Russian Federation.

Статья поступила в редакцию 29.07.2023; одобрена после рецензирования 24.10.2023; принята к публикации 09.11.2023.

The article was submitted 29.07.2023; approved after reviewing 24.10.2023; accepted for publication 09.11.2023.