УДК 519.863
DOI: 10.26102/2310-6018/2024.44.1.014

Разработка математических моделей и алгоритмов оптимизации графика независимых работ проекта

Л.В. Россихина✉

Воронежский институт ФСИН России, Воронеж, Российская Федерация

Резюме. Планирование является одним из важных процессов для проекта. К основным процессам планирования относятся определение работ, планирование ресурсов, определение продолжительности работ, разработка расписания. В статье рассматриваются проекты с независимыми работами. Целью исследования является оптимизация графика выполнения работ по периодам. Рассмотрены три частные задачи. Первая задача состоит в распределении работ по периодам таким образом, чтобы достичь максимального суммарного эффекта от их реализации с учетом ограничения затрат в каждом периоде и возможности частичного выполнения работ в данном периоде. Алгоритм решения основан на методе «Затраты – эффект». Доказана обоснованность предложенного алгоритма. Во второй задаче рассматривается распределение работ по периодам при запрете переноса части работ в другие периоды и ограничении затрат в каждом периоде. На основе метода дихотомического программирования предложен алгоритм решения задачи для двух периодов. Для количества периодов больше двух предложен приближенный алгоритм. Для случая, когда информация о невыполненных работах в ходе реализации проекта изменяется, рассмотрена задача максимизации суммарного эффекта от реализации работ проекта в текущем периоде. Причем эффект от реализации множества работ появляется после их завершения и определенный эффект появляется от частичной реализации другого множества работ. При этом получаемый эффект пропорционален части выполненного объема работ. Предложен алгоритм решения задачи, основанный на получении параметрических зависимостей суммарного эффекта для каждого множества работ от величины затрат. Доказана обоснованность алгоритма. Приведены примеры, иллюстрирующие применение предложенных алгоритмов.

Ключевые слова: проект, работа, период, эффект, затраты, ресурс, задача о ранце, метод дихотомического программирования.

Для цитирования: Россихина Л.В. Разработка математических моделей и алгоритмов оптимизации графика независимых работ проекта. *Моделирование, оптимизация и информационные технологии.* 2024;12(1). URL: https://moitvivt.ru/ru/journal/pdf?id=1506 DOI: 10.26102/2310-6018/2024.44.1.014

Development of mathematical models and algorithms for optimizing the schedule of independent project activities

L.V. Rossikhina✉

Voronezh Institute of the Russian Federal Penitentiary Service, Voronezh, the Russian Federation

Abstract. Planning is an important process for a project. The main planning processes include defining activities, planning resources, determining the duration of work, and developing a schedule. The paper examines projects with independent activities. The purpose of the study is to optimize project schedule by period. Three particular problems are considered. The first problem is to distribute activities over periods in order to achieve the maximum total effect of their implementation taking into account cost constraints in each period and the possibility of partial implementation of the activities in a given period. The solution algorithm is based on the Cost-Effect method. The validity of the proposed algorithm has been proved. The second problem deals with the distribution of work over periods with the prohibition of transferring part of the work to other periods and limitation of costs in each period. Based on the method of dichotomous programming, we propose an algorithm for solving the problem for two periods. For the number of periods greater than two, an approximate algorithm is suggested. For the case when information on unperformed activities in the course of project implementation changes, the problem of maximizing the total effect from the implementation of project activities in the current period is considered. Additionally, the effect from the implementation of a set of activities is visible after their completion and a certain effect manifests from the partial implementation of another set of activities. The effect obtained is proportional to the part of the amount of work performed. An algorithm for solving the problem based on obtaining parametric dependences of the total effect for each set of activities on the value of costs is proposed. The validity of the algorithm has been proved. Examples illustrating the application of the proposed algorithms are presented.

***Keywords*:** project, work, period, effect, costs, resource, satchel problem, dichotomous programming method.

For citation: Rossikhina L.V. Development of mathematical models and algorithms for optimizing the schedule of independent project activities. *Modeling, Optimization and Information Technology*. 2024;12(1). URL: https://moitvivt.ru/ru/journal/pdf?id=1506 DOI: 10.26102/2310-6018/2024.44.1.014 (In Russ.).

Введение

Планирование проекта состоит в формировании комплекса работ, направленных на достижение цели проекта, в определении их продолжительности, последовательности выполнения, используемых методов и средств их реализации.

Планирование проекта включает структурное планирование и календарное планирование.

На этапе структурного планирования осуществляется последовательная декомпозиция (разбиение) проекта на работы, определение продолжительности работ и построение модели планирования, отражающей взаимосвязи работ проекта. Модели планирования могут быть представлены сетевыми моделями (сетью, сетевыми графами [1], PERT-диаграммой [2, 3]).

Сетевая модель используется для составления календарного плана, который является оптимальным относительно конкретного критерия и удовлетворяет требованиям обеспеченности ресурсами в целом и по периодам выполнения работ [4-6], включая трудовыми ресурсами (персоналом команд проекта) [7], сроков начала и окончания работ [8, 9], взаимосвязи выполняемых работ проекта [10] и другим требованиям.

В статье рассмотрим задачу оптимизации графика независимых работ проекта.

Общая постановка задачи.

Распределить работы проекта для их реализации по периодам, учитывая ограничения ресурса на их выполнение в каждом периоде (2), так, чтобы получить максимальный суммарный эффект от реализации этих работ (1):

$$\sum_{k=1}^{T} \sum_{i \in N_k} q_k a_i x_{ik} \rightarrow max, \tag{1}$$

$$\sum_{i \in N_k} w_i x_{ik} \leq R_k,\ k = \overline{1,T}, \tag{2}$$

где x_{ik} – переменная. Если x_{ik}=1, то i-ая работа выполняется в k-ом периоде, если x_{ik}=0, то i-ая работа не выполняется в k-ом периоде;

a_i – величина эффекта от реализации i-ой работы, $i = \overline{1,n}$;

w_i – величина затрат на реализацию i-ой работы, $i = \overline{1,n}$;

R_k – ресурс на выполнение работ проекта в k-ом периоде, $k = \overline{1, T}$;

n – количество независимых работ проекта;

T – количество периодов, в которых реализуются работы проекта;

q_k – коэффициент, значение которого уменьшается в каждом следующем периоде, $q_1 > q_2 > \ldots > q_T$. Следовательно, $q_k \cdot a_i$ – величина эффекта от реализации i-ой работы в k-ом периоде;

N_k – множество работ проекта, выполняемых в k-ом периоде.

Эффективным методом ее решения является метод дихотомического программирования [11].

Целью исследования является решение трех частных задач оптимизации графика независимых работ проекта.

Первая задача состоит в определении графика независимых работ проекта при ограничении затрат в каждом периоде и возможности частичного выполнения работ в данном периоде.

Вторая задача состоит в определении графика независимых работ проекта при запрете переноса части работ в другие периоды и ограничении затрат в каждом периоде.

Третья задача состоит в определении работ, выполняемых только в этом периоде без учета последующих.

Материалы и методы

Рассмотрим частный случай приведенной задачи, когда перенос ресурса одного периода в другой запрещен (3):

$$\sum_{i \in N_k} w_i \le R_k,\ k = \overline{1, T}. \quad (3)$$

Необходимо определить работы, выполняемые в каждом периоде и обеспечивающие максимальный суммарный эффект от их реализации (4) с учетом ограничений (5).

$$\sum_{i,k} a_i q_k x_{ik} \to max, \quad (4)$$

$$\sum_i x_{ik} w_i \le R_k,\ k = \overline{1, T}, \quad (5)$$

где x_{ik} – переменная. Если x_{ik}=1, то i-ая работа выполняется в k-ом периоде, если x_{ik}=0, то i-ая работа не выполняется в k-ом периоде.

При $0 \le x_{ik} \le 1$, $i = \overline{1, n}$, $k = \overline{1, T}$ i-ая работа выполняется в нескольких периодах. В этом случае для решения задачи применим метод «Затраты – эффект».

Описание алгоритма

Шаг 1. Рассчитать эффективность i-ой работы по формуле $\alpha_i = \frac{a_i}{w_i}$, $i = \overline{1, n}$.

Шаг 2. Ранжировать полученные значения эффективностей в порядке убывания.

Шаг 3. Отобрать работы проекта с наибольшим значением эффективностей для реализации в первом периоде до полного использования ресурса, затем во втором, третьем и других периодах, пока не будут выполнены все работы при условии, что $\sum_i w_i \le \sum_k R_k$.

Обоснованность алгоритма доказывается следующими рассуждениями. Рассмотрим i-ую работу с эффективностью α_i и s-ую работу с эффективностью α_s, причем α_i<α_s. Имеем два периода k и j, причем $k < j$. Запланируем реализацию i-ой работы с меньшей эффективностью в более раннем периоде k, $x_{ik} > 0$; а s-ой работы с большей эффективностью в более позднем периоде j, $x_{sj} > 0$.

Определим некоторый объем затрат $\Delta = min(x_{ik}w_i; x_{sk}w_s)$, позволяющий перенести часть i-ой работы в j-ый период, а часть s-ой работы в k-ый период в объеме затрат Δ. Тогда приращение эффекта определяется выражением (6)

$$\left(q_k \frac{\Delta\alpha_s}{w_s} - \frac{\Delta\alpha_s}{w_s} q_j\right) + \left(\frac{\Delta\alpha_i}{w_i} q_j - \frac{\Delta\alpha_i}{w_i} q_k\right) = q_k\Delta(\alpha_s - \alpha_i) - q_j\Delta(\alpha_s - \alpha_i) =$$
$$= (\alpha_s - \alpha_i)\Delta(q_k - q_j) > 0. \quad (6)$$

Если эффект получается только после завершения работы, задача становится сложнее. Пусть, например, $T = 2$. Имеются 3 работы. Примем

$$a_1 = 10,\ a_2 = 9,\ a_3 = 5,$$
$$w_1 = 4,\ w_2 = 9,\ w_3 = 7,$$
$$R_1 = 11,\ R_2 = 9,\ q_1 = 3,\ q_2 = 1.$$

Согласно вышеописанному алгоритму,

$$x_{11} = 1,\ x_{21} = {}^7/_9,\ x_{22} = {}^2/_9,\ x_{31} = 1,$$
$$F = 3 \times 10 + 1 \times (9 + 5) = 44.$$

Однако, если взять

$$x_{11} = 1,\ x_{22} = 1,\ x_{31} = 1, \text{ то}$$
$$F = 3 \times (10 + 5) + 1 \times 9 = 54 > 44.$$

Решение этого случая требует дальнейших исследований.

Рассмотрим частный случай задачи для двух периодов, когда перенос работ запрещен.

Необходимо определить работы, выполняемые в каждом периоде и обеспечивающие максимум целевой функции (7) при ограничениях (8), (9)

$$F = \sum_i q_1\alpha_i x_i + \sum_i q_2\alpha_i(1 - x_i) = \sum_i (q_1 - q_2)\alpha_i x_i + q_2 \sum_i \alpha_i \quad (7)$$

$$\sum_i x_i w_i \le R_1, \quad (8)$$

$$\sum_i (1 - x_i) w_i \le R_2, \quad (9)$$

где x_i – переменная, если x_i=1, то i-ая работа выполняется в первом периоде, если x_i=0, то i-ая работа не выполняется в первом периоде. Важно отметить, что все работы должны быть выполнены.

Задачу (7)-(9) можно представить в виде задачи о ранце с двухсторонними ограничениями (10), (11).

$$\sum_i \alpha_i x_i \to max, \quad (10)$$

$$W - R_2 \le \sum_i x_i w_i \le R_1,\ W = \sum_i w_i. \quad (11)$$

Для решения задачи (10), (11) можно применить метод дихотомического программирования.

Для получения приближенного решения поставленной задачи для количества периодов больше двух можно предложить следующий алгоритм.

Шаг 1. Рассмотреть первый период выполнения работ и все остальные периоды *(T-1)*, как второй период с величиной затрат $B_2 = \sum_{k=2}^{T} R_k$. Исключить работы, выполняемые в первом периоде. Перейти ко второму шагу.

Шаг 2. Рассмотреть второй период выполнения работ с затратами R_2 и все остальные периоды *(T-2)*, как третий период с величиной затрат $B_3 = \sum_{k=3}^{T} R_k$. Исключить работы, выполняемые во втором периоде. Перейти к следующему шагу.

Шаг k. Рассмотреть период k и остальные *(T-k)* периодов с величиной затрат $B_{k+1} = \sum_{j=k+1}^{T} R_k$. Пусть Q_k – множество оставшихся работ. Решаем задачу

$$\sum_{i\in Q_k} a_i x_i \to max,$$

$$W_k - B_{k+1} \le \sum_{i\in Q_k} x_i w_i \le R_k,\ W_k = \sum_{i\in Q_k} w_i.$$

Исключить работы, выполняемые в k-ом периоде.

Если в результате выполнения алгоритма остаются работы, то есть задача не имеет решения, то требуется увеличение затрат R_k на некоторую величину Δ. Величина Δ определяет увеличение финансирования, числа специалистов в команде проекта или времени выполнения проекта.

За конечное число увеличений Δ, применяя предложенный алгоритм, будет получено допустимое решение.

Однако можно применить другой способ, который заключается в перераспределении затрат между периодами.

В практической деятельности возможны ситуации, когда информация о еще не выполненных работах (об их эффекте и затратах) в ходе реализации проекта изменяется. Поэтому применение предложенных алгоритмов для детального планирования будущих периодов нецелесообразно.

Следовательно, необходимо рассмотреть другой принцип принятия решений в условиях большой неопределенности о будущих периодах, который заключается в максимизации суммарного эффекта от реализации работ проекта в текущем периоде.

Рассмотрим проект, при выполнении которого эффект от реализации множества работ первого типа появляется после их завершения и определенный эффект появляется от частичной реализации множества работ второго типа. Причем получаемый эффект пропорционален части выполненного объема работ (12)

$$a_i(x_i) = \frac{a_i}{w_i} \cdot x_i = p_i x_i, \tag{12}$$

где x_i – выполненный объем i-ой работы, p_i – эффект от реализации части i-ой работы на единицу затрат.

Необходимо определить работы y_i, $i \in A$, x_i, $i \in B$, обеспечивающие максимум (13) при ограничении (14) (дискретно-непрерывная задача о ранце).

$$\sum_{i\in A} y_i a_i + \sum_{i\in B} p_i x_i, \tag{13}$$

$$\sum_{i\in A} y_i w_i + \sum_{i\in B} x_i \le W, \tag{14}$$

где A – множество мероприятий первого типа;

B – множество мероприятий второго типа;

y_i – переменная, y_i=1, если i-ая работа включена в график проекта, $i \in A$;

x_i – переменная, $x_i > 0$, если некоторый объем i-ой работы включен в график проекта с планируемыми трудозатратами $0 < x_i \le w_i,\ i \in B$.

Для решения поставленной задачи можно предложить следующий алгоритм.

Описание алгоритма.

Шаг 1. Для множества А работ первого типа получить параметрическую зависимость суммарного эффекта $A_1(Y)$ от величины затрат $0 \le Y \le W$.

Шаг 2. Ранжировать множество В работ второго типа по убыванию эффективностей p_i. Вычислить величину затрат $W(B) = \sum_{i\in B} w_i$.

Шаг 2.1. Если $W(\text{В}) \le W$, то построить кусочно-линейную зависимость суммарного эффекта $A_2(Y)$ от величины затрат $0 \le Y \le W(\text{В})$, отбирая работы $i \in \text{В}$ в порядке убывания p_i.

Шаг 2.2. Если $W(B) > W$, то определить k, удовлетворяющее условию (15):

$$\sum_{j=1}^{k} w_{ij} < W \leq \sum_{j=1}^{k+1} w_{ij},\ k < m, \tag{15}$$

где m – количество работ второго типа.

Построить кусочно-линейную зависимость суммарного эффекта $A_2(Y)$ от величины затрат, отбирая работы $i_1, i_2, \ldots, i_{k+1}$ в порядке убывания p_i.

Шаг 2.3. При $Y \geq W(B)$ параметрическая зависимость примет вид (16):

$$A_2(Y) = \sum_{j=1}^{k} a_{ij} + p_{ik+1}\left(W - \sum_{j=1}^{k} w_{ij}\right). \tag{16}$$

Шаг 3. Определить величину затрат Y из условия (17)

$$A(Y) = max\big(A_1(Y) + A_2(R - Y)\big), \tag{17}$$

где $R = min(W(C); W)$.

Шаг 4. Определить решение задачи в ходе обратного процесса.

Обоснованность алгоритма доказывается следующими рассуждениями. Полученная таблица $A_1(Y)$ дискретная, поэтому выбирая значение Y, определяются оставшиеся затраты W-Y, направленные на реализацию работ второго типа с максимальным эффектом $A_2(R - Y)$. При этом суммарный эффект равен $A_1(Y) + A_2(R - Y)$, следовательно, выполнение условия (17) определяет оптимальное решение задачи.

Результаты и обсуждение

Приведем пример, иллюстрирующий применение алгоритма решения второй задачи. Имеем пять работ. Данные об эффекте и затратах на реализацию каждой работы приведены в Таблице 1.

Таблица 1 – Данные о работах проекта
Table 1 – Data on project activities

I	1	2	3	4	5
a_i	4	3	2	4	3
w_i	8	7	5	10	6

Необходимо распределить работы проекта по двум периодам с учетом ограничений ресурса в первом периоде R_1=17, во втором периоде R_2=19, q_1=2, q_2=1.

Решаем задачу максимизации

$$4x_1+3x_2+2x_3+4x_4+3x_5$$

при ограничениях

$$17 \leq 8x_1+7x_2+5x_3+10x_4+6x_5 \leq 17.$$

Для решения задачи применим метод дихотомического программирования. Структура дихотомического представления задачи в виде двоичного дерева содержит пять вершин нижнего уровня, соответствующих рассматриваемым работам, которые объединяются в вершинах верхних уровней (1-2, 3-4-5).

Решения для работ 1 и 2 приведены в Таблице 2.

Таблица 2 – Варианты решений для работ 1 и 2
Table 2 – Solution options for activities 1 and 2

Значения x_1x_2	00	01	10	11
Эффект	0	3	4	7
Затраты	0	7	8	15

Решения для работ 3, 4 и 5 приведены в Таблице 3.

Таблица 3 – Варианты решений для работ 3, 4 и 5
Table 3 – Solution options for activities 3, 4 and 5

Значения $x_3x_4x_5$	000	100	001	010	101	110
Эффект	0	2	3	4	5	6
Затраты	0	5	6	10	11	15

Решение задачи представлено в Таблице 4.

Таблица 4 – Решение задачи
Table 4 – Problem solution

3	7; 15	–	–	–	–	–
2	4; 8	6; 13	7; 14	–	–	–
1	3; 7	5; 12	6; 13	7; 17	–	–
0	0; 0	2; 5	3; 6	4; 10	5; 11	6; 15
1,2 / 3,4,5	0	1	2	3	4	5

Для затрат не больше 17 максимальным эффектом является значение 7. Применяя обратный процесс, определяем оптимальное решение:

$$x_1 = 0,\ x_2 = 1,\ x_3 = 0,\ x_4 = 1,\ x_5 = 0,$$

то есть в первом периоде выполняются работы 2 и 4, во втором периоде – 1, 3, 5.

Пусть теперь число периодов равно 3, причем $R_1 = R_2 = R_3 = 12$. На первом шаге алгоритма задача имеет вид

$$4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 + 3x_5 \to \max$$

при ограничениях

$$12 \le 8x_1 + 7x_2 + 5x_3 + 10x_4 + 6x_5 \le 12.$$

Ее решение можно получить из Таблицы 4. Максимальный эффект равен 5. Методом обратного хода определяем оптимальное решение:

$$x_1 = 0,\ x_2 = 1,\ x_3 = 1,\ x_4 = 0,\ x_5 = 0.$$

На втором шаге необходимо определить переменные x_1, x_4 и x_5. Задача имеет вид:

$$4x_1 + 4x_4 + 3x_5 \to \max$$

при ограничениях

$$12 \le 8x_1 + 10x_4 + 6x_5 \le 12.$$

Решаем задачу методом дихотомического программирования.

Решения для работ 1 и 4 приведены в Таблице 5.

Таблица 5 – Варианты решений для работ 1 и 4
Table 5 – Solution options for activities 1 and 4

Значения x_1x_4	00	10	11
Эффект	0	4	8
Затраты	0	8	18

Решение задачи представлено в Таблице 6.

Таблица 6 – Решение задачи
Table 6 – Problem solution

1	3; 6	7; 14	11; 24
0	0; 0	4; 8	8; 18
5 \ 1,4	0	1	2

Задача не имеет решения, так как в таблице 6 отсутствует клетка со вторым числом, равным 12.

Перекинем 2 единицы ресурса с третьего периода на второй. Неравенство принимает вид:

$$14 \leq 8x_1 + 10x_4 + 6x_5 \leq 14.$$

В таблице 6 выбираем клетку с затратами 14 и эффектом 7. Применяя обратный процесс, определяем единственное решение:

$$x_1 = 1,\ x_4 = 0,\ x_5 = 1,$$

то есть во втором периоде выполняются работы 1, 5.

В третьем периоде выполняется работа 4 с эффектом $F = 4$.

Приведем пример, иллюстрирующий применение алгоритма решения третьей задачи.

Имеем шесть работ, причем первые три работы относятся к работам первого типа A={1,2,3}, последние – к работам второго типа B={4,5,6}. Ограничение на ресурсы $R=20$.

Данные об эффекте, затратах и эффективности работ проекта представлены в Таблице 7.

Таблица 7 – Данные о работах проекта
Table 7 – Data on project activities

I	1	2	3	4	5	6
a_i	9	8	7	9	14	8
w_i	6	4	5	3	7	8
p_i	1,5	2	1,4	3	2	1

Решаем задачу максимизации

$$9y_1 + 8y_2 + 7y_3$$

при ограничении

$$6y_1 + 4y_2 + 5y_3 \leq Y,$$

где $0 \leq Y \leq 20$.

Для решения задачи применим метод дихотомического программирования.

Параметрическая зависимость суммарного эффекта $A_1(Y)$ от величины затрат $0 \leq Y \leq 20$представлена в Таблице 8.

Таблица 8 – Таблица $A_1(Y)$
Table 8 – Table $A_1(Y)$

Вариант	0	1	2	3	4	5
Эффект	0	8	9	15	17	24
Затраты	0	4	6	9	10	15

С учетом данных о работах проекта, приведенных в Таблице 5 $p_4 > p_5 > p_6$, $w_4 + w_5 + w_6 = 18 < 20$, получаем параметрическую зависимость суммарного эффекта $A_2(Y)$ от величины затрат $0 \leq Y \leq 18$.

Таблица 9 – Таблица $A_2(Y)$
Table 9 – Table $A_2(Y)$

Вариант	0	1	2	3	4
Эффект	0	9	23	31	31
Затраты	0	3	10	18	20

Вычисляем
1) $Y = 0$, $A(0) = 0 + A_2(18) = 31$,
2) $Y = 4$, $A(4) = 8 + A_2(16) = 37$,
3) $Y = 6$, $A(6) = 9 + A_2(14) = 36$,
4) $Y = 9$, $A(9) = 15 + A_2(11) = 39$,
5) $Y = 10$, $A(10) = 17 + 23 = 40$,
6) $Y = 15$, $A(15) = 24 + A_2(5) = 37$.

Максимальный суммарный эффект 40 при Y = 10, то есть оптимальным решением является выполнение работ 1, 2, 4 и 5.

Заключение

В статье приведены результаты, отличающиеся научной новизной.

Предложен алгоритм оптимизации графика независимых работ проекта с учетом ограничения затрат в каждом периоде на основе метода «Затраты – эффект», особенностью которого является возможность частичного выполнения работ в данном периоде.

Приведена задача оптимизации графика независимых работ проекта с учетом ограничения затрат в каждом периоде и запрета переноса части работ в другой период. Получено решение задачи для двух периодов методом дихотомического программирования. Предложен алгоритм, который дает приближенное решение задачи для периодов больше двух.

Предложен и обоснован алгоритм оптимизации графика независимых работ проекта, основанный на решении в каждом периоде задачи максимизации суммарного эффекта от реализованных работ только в этом периоде без учета последующих периодов.

Дальнейшее исследование будет посвящено рассмотрению задачи, в которой ограничения заданы на количество ресурсов за k периодов; решению первой задачи для случая, когда эффект возникает только после окончания работы.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Азарнова Т.В., Белошицкий А.А. Анализ моделей календарного планирования на основе аппарата сетей Петри. *Вестник Воронежского государственного университета. Серия: Системный анализ и информационные технологии.* 2020;(3):32–42.
2. Cristsbal J., Navamuel E. An integer linear programming model including time, cost, quality, and safety. *IEEE Access.* 2019;7:168307–168315. DOI: 10.1109/ACCESS.2019.2953185.
3. Budiawati G., Sarno R. Time and cost optimization of business process RMA using PERT and goal programming. *TELKOMNIKA (Telecommunication Computing Electronics and Control).* 2019;17(2):781–787. DOI: 10.12928/telkomnika.v17i2.11792.
4. Баркалов С.А., Бурков В.Н., Ходунов А.М. Задачи максимизации объема выполненных работ в управлении проектами. *Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника.* 2019;19(2):66–76.
5. Адамец Д.Ю., Бурков В.Н. Задачи календарного планирования независимых работ при ограниченном времени реализации проекта и ограниченных ресурсах. *Информационные технологии моделирования и управления.* 2021;124(2):128–140.
6. Bianco L., Caramia M., Giordani S. A chance constrained optimization approach for resource unconstrained project scheduling with uncertainty in activity execution intensity. *Computers & Industrial Engineering.* 2018;128:831–836. DOI: 10.1016/j.cie.2018.11.053.
7. Burkov V.N., Rossikhina L.V., Vyunov A.P., Rogovaya L.A. The optimal distribution problem for teams of specialists. *Automation and Remote Control.* 2019;80(1):93–101.
8. Chrusafi K., Basil K. Approaching activity duration in PERT by means of fuzzy sets theory and statistics. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems.* 2014;26:577–587. DOI: 10.3233/IFS-120751.
9. Harjanto R., Azis S., Hidayat S. The accelerating of duration and change of cost on construction project implementation. *International Journal of Civil Engineering and Technology (UCIET).* 2019;10(1):825–832.
10. Чу Д.С., Ву Хо.Н., Нгуен Х.Т. Управление портфелем взаимосвязанных проектов. *Вестник науки и образования.* 2020;95(17):25–36.
11. Burkov V.N., Burkova I.V., Zaskanov V.G. The network programming method in calendar planning tasks. *Automation and Remote Control.* 2020;81(6):978–987.

REFERENCES

1. Azarnova T.V., Beloshitsky A.A. Analysis of Petri net based scheduling models. *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo universiteta. Serija: Sistemnyj analiz i informacionnye tehnologii = Proceedings of Voronezh State University. Series: Systems analysis and information technologies.* 2020;(3):32–42. (In Russ.).
2. Cristsbal J., Navamuel E. An integer linear programming model including time, cost, quality, and safety. *IEEE Access.* 2019;7:168307–168315. DOI: 10.1109/ACCESS.2019.2953185.
3. Budiawati G., Sarno R. Time and cost optimization of business process RMA using PERT and goal programming. *TELKOMNIKA (Telecommunication Computing Electronics and Control).* 2019;17(2):781–787. DOI: 10.12928/telkomnika.v17i2.11792.
4. Barkalov S.A., Burkov V.N., Khodunov A.M. Maximization problems the volume of performed works in project management. *Vestnik Yuzhno-Ural'skogo Gosudarstvennogo Universiteta. Seriya Kompjuternye tekhnologii, upravlenie, radioelektronika = Bulletin of the South Ural State University. Series Computer Technology, Aotimatic Control, Radio*

Electronics. 2019;19(2):66–76. (In Russ.).
5. Adamets D.Yu., Burkov V.N. Problems of independent work scheduling at limited time of project implementation and limited resources. *Informatsionnye tekhnologii modelirovaniya i upravleniya = Information technologies of modeling and management.* 2021;124(2):128–140. (In Russ.).
6. Bianco L., Caramia M., Giordani S. A chance constrained optimization approach for resource unconstrained project scheduling with uncertainty in activity execution intensity. *Computers & Industrial Engineering.* 2018;128:831–836. DOI: 10.1016/j.cie.2018.11.053.
7. Burkov V.N., Rossikhina L.V., Vyunov A.P., Rogovaya L.A. The optimal distribution problem for teams of specialists. *Automation and Remote Control.* 2019;80(1):93–101.
8. Chrusafi K., Basil K. Approaching activity duration in PERT by means of fuzzy sets theory and statistics. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems.* 2014;26:577–587. DOI: 10.3233/IFS-120751.
9. Harjanto R., Azis S., Hidayat S. The accelerating of duration and change of cost on construction project implementation. *International Journal of Civil Engineering and Technology (UCIET).* 2019;10(1):825–832.
10. Chu D. S., Vu Ho.N., Nguyen H.T. Management of interdependence projects portfolio. *Vestnik nauki i obrazovaniya.* 2020;95(17):25–36. (In Russ.).
11. Burkov V.N., Burkova I.V., Zaskanov V.G. The network programming method in calendar planning tasks. *Automation and Remote Control.* 2020;81(6):978–987.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ / INFORMATION ABOUT THE AUTHOR

Россихина Лариса Витальевна, доктор технических наук, доцент, профессор Воронежского института ФСИН России, Воронеж, Российская Федерация.
e-mail: rossihina_lv@mail.ru
ORCID: 0000-0002-4822-8819

Larisa V. Rossikhina, Doctor of Engineering Sciences, Associate Professor, Professor at Voronezh Institute of the Russian Federal Penitentiary Service, Voronezh, the Russian Federation.

Статья поступила в редакцию 22.01.2024; одобрена после рецензирования 08.02.2024; принята к публикации 27.02.2024.

The article was submitted 22.01.2024; approved after reviewing 08.02.2024; accepted for publication 27.02.2024.