УДК 621.71
DOI: 10.26102/2310-6018/2024.44.1.027

Модель селективной сборки двух элементов с зависимостью выходного параметра в виде частного входных

О.В. Филипович✉

Севастопольский государственный университет, Севастополь, Российская Федерация

Резюме. Рассматривается технологический процесс однопараметрической селективной сборки двух элементов с параметрами, являющимися случайными величинами, значения которых определяются финишными операциями процессов изготовления. Считается, что зависимость между входными и выходными параметрами является нелинейной (нелинейные модели «вход-выход») и представлена в виде частного, а правило комплектования – элементарное. Для зависимости такого типа приведены выражения, связывающие величины допусков (в том числе, групповых), предельные отклонения и предельные значения входных и выходных параметров. Предложен метод, позволяющий рассчитать групповые допуски для выполнения требований к точности выходного параметра во всей области его допустимых значений, а также определить границы селективных групп. В его основу положена итерационная процедура, при этом каждая итерация состоит из последовательно выполняемых шагов. Выходные данные предыдущей итерации являются исходными данными для следующей. В качестве критерия окончания процедуры принимается заданный уровень точности вычисления средних групповых допусков. Разработана аналитико-вероятностная модель, учитывающая вычисленные границы селективных групп и позволяющая определить важнейшие показатели селективной сборки, такие как вероятность формирования сборочных комплектов, вероятности образования некомплектных элементов. Приведен пример моделирования, в котором при заданных исходных данных путем использования разработанного метода и модели определены показатели процесса. Обозначены перспективы дальнейших исследований.

Ключевые слова: селективная сборка, математическая модель, нелинейная зависимость, частное, итерационный метод.

Для цитирования: Филипович О.В. Модель селективной сборки двух элементов с зависимостью выходного параметра в виде частного входных. *Моделирование, оптимизация и информационные технологии.* 2024;12(1). URL: https://moitvivt.ru/ru/journal/pdf?id=1523 DOI: 10.26102/2310-6018/2024.44.1.027

Model of selective assembly of two elements with dependence of the output parameter as a quotient of the input parameters

O.V. Filipovich✉

Sevastopol State University, Sevastopol, the Russian Federation

Abstract. The technological process of single-parameter selective assembly of two elements with parameters that are random variables, the values of which are determined by the finishing operations of the manufacturing processes, is considered. It is considered that the dependence between input and output parameters is nonlinear (nonlinear input-output models) and is represented in the form of quotient, and the completing rule is elementary. For a dependence of this type, expressions linking the values of tolerances (including group tolerances), limit deviations and limit values of input and output parameters are given. A method is proposed that helps to calculate group tolerances to fulfil the requirements to the accuracy of the output parameter in the whole area of its permissible values, as well as to determine the boundaries of selective groups. It is based on an iterative procedure, with each iteration consisting of sequentially executed steps. The output data of the previous iteration are the initial data for the next one. As a criterion for the end of the procedure, a given level of accuracy in calculating the average group tolerances is taken. The analytical and probabilistic model is developed, which takes into account the calculated boundaries of selective groups and helps to determine the most important indicators of selective assembly, such as the probability of formation of assembly sets, probabilities of formation of incomplete elements. An example of modelling is given, in which process indicators are determined using the developed method and model with given initial data. Prospects for further research are outlined.

Keywords: selective assembly, mathematical model, nonlinear dependence, quotient, iterative method.

For citation: Filipovich O.V. Model of selective assembly of two elements with dependence of the output parameter as a quotient of the input parameters. *Modeling, Optimization and Information Technology*. 2024;12(1). URL: https://moitvivt.ru/ru/journal/pdf?id=1523 DOI: 10.26102/2310-6018/2024.44.1.027 (In Russ.).

Введение

Рассматривается процесс однопараметрической селективной сборки двух элементов с параметрами x_i $(i=\overline{1,2})$, являющимися независимыми случайными величинами с плотностями распределения $f_{1i}(x_i)$ и расширенными производственными допусками Tx_i. Перед сборкой элементы в соответствии с указанными параметрами сортируются по группам с интервалами групповых допусков $Tx_i^{(k_i)}$, где i – номер элемента, k_i – номер группы. Границы селективных групп $a_i^{(k_i)}$ разделяют весь диапазон значений параметров Tx_i на l_i интервалов. Выходной параметр изделия y, получаемый при сборке, связан исходной известной зависимостью $y=g(x_1,x_2)$.

Задачи в классической постановке состоят в анализе показателей сборочного процесса изделий с линейными моделями «вход-выход», что отмечается в работах отечественных [1-5] и зарубежных [6-10] авторов. Однако селективные методы сборки нередко применяют и при наличии нелинейных зависимостей между параметрами. Модель процесса двухэлементной селективной сборки с выходным параметром, представляемым в виде произведения входных

$$y = x_1 \cdot x_2 \tag{1}$$

приведена в [11]. В статье [12] решена задача анализа показателей селективной сборки двух элементов с мультипликативной моделью «вход-выход» с использованием аппроксимации в виде рядов Тейлора. Целью данной работы является построение модели одновариантной двухэлементной селективной сборки с выходным параметром, представляемым в виде частного входных, т. е.

$$y = \frac{x_1}{x_2},\ x_2 \neq 0. \tag{2}$$

Материалы и методы

Будем полагать, что известны:

– номинальные значения параметров элементов (y_n, x_{1n}, x_{2n}),

– допуск Ty выходного параметра y изделия, а также значения предельных отклонений параметра (Eiy – нижнее; Esy – верхнее),

– расширенные допуски на параметры входных элементов Tx_i, $(i=\overline{1,2})$.

Предельные значения всех параметров связаны соотношениями:

$$\frac{x_{1\min}}{x_{2\max}} = \frac{x_{1n} + Eix_1}{x_{2n} + Esx_2} \geq y_{\min}\,; \tag{3}$$

$$\frac{x_{1\max}}{x_{2\min}} = \frac{x_{1n} + Esx_1}{x_{2n} + Eix_2} \leq y_{\max}\,. \tag{4}$$

Отсюда:

$$\frac{Eix_1 - \dfrac{x_{1n}}{x_{2n}} Esx_2}{x_{2n} + Esx_2} \geq Eiy\,; \tag{5}$$

$$\frac{Esx_1 - \dfrac{x_{1n}}{x_{2n}} Eix_2}{x_{2n} + Eix_2} \leq Esy\,. \tag{6}$$

Допуск выходного параметра:

$$Ty \geq \frac{x_{1n}Tx_2 + x_{2n}Tx_1 + Esx_1Esx_2 - Eix_1Eix_2}{(x_{2n} + Esx_2)(x_{2n} + Eix_2)}\,. \tag{7}$$

В неравенство (7) помимо допусков параметров входят их предельные отклонения, что существенно отличает его от аналогичного для мультипликативной модели в [11]. Для случая применения селективной сборки, а также учитывая возможность назначения симметричных отклонений

$$Esx_i^{(k_i)} = \frac{Tx_i^{(k_i)}}{2};\;\; Eix_i^{(k_i)} = -\frac{Tx_i^{(k_i)}}{2}, \tag{8}$$

выражение (7) примет вид

$$Ty \geq \frac{x_{1n}Tx_2^{(k_2)} + x_{2n}Tx_1^{(k_1)}}{\left(x_{2n}\right)^2 - \left(\dfrac{Tx_2^{(k_2)}}{2}\right)^2}\,. \tag{9}$$

Учитывая, что $\left(x_{2n}\right)^2 >> \left(\dfrac{Tx_2^{(k_2)}}{2}\right)^2$, можно записать

$$Ty \geq \frac{x_{1n}Tx_2^{(k_2)} + x_{2n}Tx_1^{(k_1)}}{\left(x_{2n}\right)^2}\,. \tag{10}$$

По аналогии с мультипликативной моделью [11], можно предложить два способа вычисления начальных значений групповых допусков $Tx_i^{(k_i)}$.

1. Назначение равных допусков. Средний допуск Tx_{im} при условии $Tx_1^{(k_1)} = Tx_2^{(k_2)}$ определяется по формуле:

$$Tx_{im} \leq \frac{Ty\left(x_{2n}\right)^2}{x_{1n} + x_{2n}}\,. \tag{11}$$

2. Назначение допусков одинаковой относительной точности $\alpha_i = \dfrac{Tx_i^{(k_i)}}{x_i}$. При условии $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_{im}$ имеем

$$\alpha_{im} \le \frac{Ty}{2}\frac{x_{2n}}{x_{1n}},\; Tx_i^{(k_i)} = \alpha_{im} x_i\,. \qquad (12)$$

Для расчета границ селективных групп $a_i^{(k_i)}$ в предположении, что известны Tx_i Esx_i, Eix_i, предлагается следующий итерационный многошаговый метод.

1. Производится вычисление координат середин интервалов расширенных допусков, соответствующих центрам нулевых групп (Рисунок 1):

$$Ecx_i = \frac{Esx_i + Eix_i}{2},\; (i = \overline{1,2})\,. \qquad (13)$$

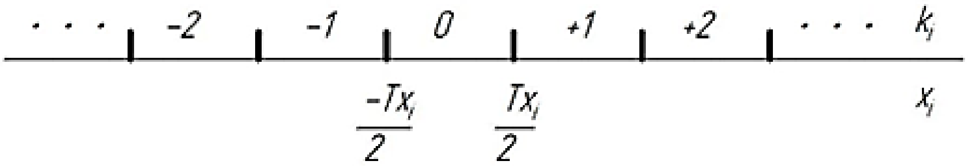

Рисунок 1 – Схема расположения и нумерация интервалов групповых допусков
Figure 1 – Layout and numbering of group tolerance intervals

2. Определяются начальные значения групповых допусков $Tx_i^{(0)}$ по формулам (11) или (12) при использовании того либо иного предложенного выше способа.

3. Предполагая нечетное количество селективных групп, производится симметричная нумерация относительно координат Ecx_i (Рисунок 1). Определяются границы нулевых групп при назначении симметричных отклонений $\pm\dfrac{Tx_i^{(0)}}{2}$.

4. Имея уравнение комплектования, записанное в виде групповых номеров (вывод здесь не приводится)

$$k_1 - k_2 = 0\,, \qquad (14)$$

определяются групповые границы для элементов обоих типов с образованием селективных интервалов в количестве l_i (Рисунок 2). Для вычисления $a_i^{(k_i)}$ применяются выражения (5) и (6), вычислительная процедура продолжается до тех пор, пока

$$\forall a_i^{(k_i)} \in \left(-\frac{Tx_i}{2}; \frac{Tx_i}{2}\right). \qquad (15)$$

5. Вычисляются средние величины групповых допусков для каждого элемента с учетов вычисленных границ селективных групп.

6. Групповые допуски нулевой группы принимаются равными рассчитанным на предыдущем шаге. Для выполнения неравенств (7) или (10) они могут быть скорректированы.

7. Производится итерационное повторение шагов 3-6 до выполнения условия окончания процедуры, в качестве которого принимается уменьшение абсолютного значения колебаний средних групповых допусков до заданной заранее величины.

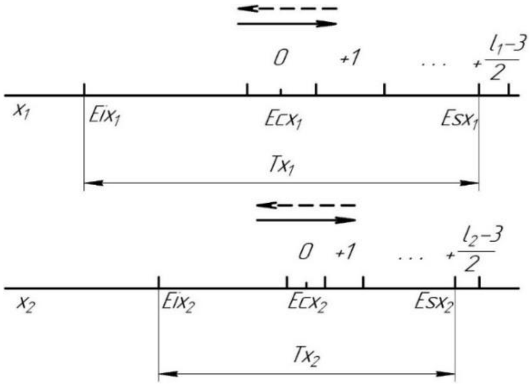

Рисунок 2 – Схема, поясняющая процедуру расчета границ селективных групп
Figure 2 – Scheme explaining the procedure for calculating selective group boundaries

8. Определяется суммарная вероятность получения сборочных комплектов:

$$I_{CK} = \sum I^{(k_1;k_2)}, \; I^{(k_1;k_2)} = \min_{i=1,2} \left\{ I_i^{(k_i)} \right\}, \; I_i^{(k_i)} = \int\limits_{Tx_i^{(k_i)}} f_{1i}(x_i) dx_i \,. \tag{16}$$

Результаты

Исходные данные (все значения приведены в условных единицах).

1. Номинальные значения входных параметров: $x_{1n} = 10$; $x_{2n} = 1000$.

2. Выходной параметр: $y = \dfrac{x_1}{x_2} = 0{,}01 \pm 0{,}000025$.

3. Расширенные допуски: $Tx_1 = 0{,}25$; $Tx_2 = 25$.

4. Законы распределения $f_{1i}(x_i)$ случайных величин x_i – нормальные с параметрами m_{x_i} (математические ожидания) и σ_{x_i} (среднеквадратические отклонения): $m_{x1} = 0$; $m_{x2} = 0$; $\sigma_{x1} = 0{,}0403$; $\sigma_{x2} = 4{,}545$.

Плотности распределения параметров случайных величин x_i показаны на Рисунке 3. Результаты моделирования приведены в Таблице 1.

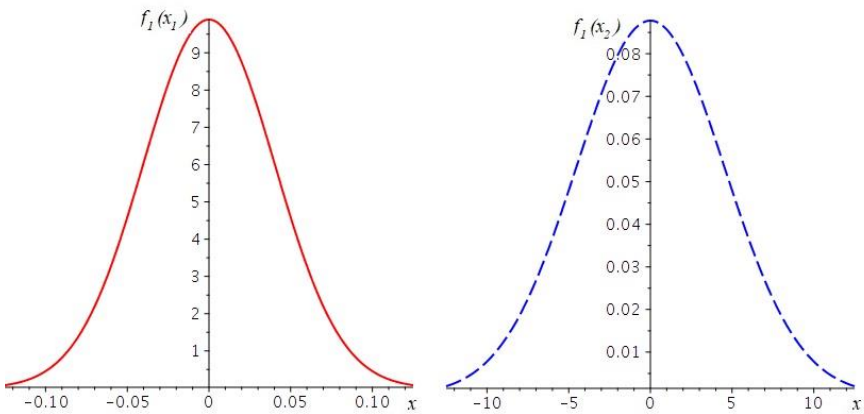

Рисунок 3 – Плотности распределения случайных величин x_i

Figure 3 – Distribution densities of random variables x_i

Таблица 1 – Результаты моделирования
Table 1 – Modelling results

Номер группы	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
Границы групп, элемент 1	-0,113 -0,088	-0,088 -0,063	-0,063 -0,038	-0,038 -0,013	-0,013 0,013	0,013 0,038	0,038 0,063	0,063 0,088	0,088 0,113
Границы групп, элемент 2	-11,329 -8,806	-8,806 -6,285	-6,285 -3,775	-3,775 -1,266	-1,266 1,266	1,266 3,775	3,775 6,285	6,285 8,806	8,806 11,329
$I_1^{(k_1)}$	0,012	0,045	0,115	0,202	0,246	0,202	0,115	0,045	0,012
$I_2^{(k_2)}$	0,020	0,057	0,120	0,187	0,219	0,187	0,120	0,057	0,020
$I_{СК}$	0,939								

Обсуждение

В приведенном выше примере предполагается, что правило комплектования является одновариантным, т. е. элементы из одной селективной группы попадают в комплект только одного типа, определяемый уравнением комплектования (14). Количество образованных селективных групп одинаково для элементов обоих типов и равно семи. Скорректированные по результатам выполнения итерационной процедуры величины допусков: $Tx_1^{(k_1)} = 0{,}026$; $Tx_2^{(k_2)} = 2{,}532$, количество проведенных итераций – 4. В Таблице 1 помимо границ групп приведены вероятности попадания параметров элементов в каждую группу, а также вероятность образования сборочных комплектов, которая при заданных параметрах распределений равна 0,939. Соответственно, вероятность образования предварительного брака и незавершенного производства определяется как $I_Б = 1 - I_{СК} = 1 - 0{,}939 = 0{,}061$.

Заключение

Для зависимости выходного параметра изделия в виде частного входных (2) построена математическая модель, позволяющая определить величины допусков (формулы (7)…(12)), предельные отклонения и предельные значения параметров (выражения (3)…(6)). Вычисленных по формулам (11) или (12) групповых допусков при применении того либо иного способа недостаточно для расчета границ групп, как для классических случаев, когда модель «вход-выход» является линейной. Это связано с нелинейностью зависимости $y = g(x_1, x_2)$, а последовательное изменение границ на величину $Tx_i^{(k_i)}$ не обеспечит групповую взаимозаменяемость. Для расчета $a_i^{(k_i)}$ предложен метод, в основу которого положена итерационная процедура, на каждом шаге вычисляющая исходные данные для следующей итерации, критерием окончания которой является точность вычисления средних групповых допусков. На последнем шаге этой процедуры определяются важнейшие показатели сборочного процесса, такие как вероятность формирования сборочных комплектов (16), вероятности образования предварительного брака и незавершенного производства. Приведен пример моделирования, в котором при заданных исходных данных путем использования разработанного метода определены указанные выше показатели. Перспективой дальнейших исследований является решение задачи многоэлементной селективной сборки с зависимостью выходного параметра в виде комбинаций произведений и частных входных.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Бонч-Осмоловский М.А. *Селективная сборка*. М.: Машиностроение;1974. 144 с.
2. Буловский П.И., Крылов Г.В., Лопухин В.А. *Автоматизация селективной сборки приборов*. Л.: Машиностроение. Ленингр. отд-ние; 1978. 232 с.
3. Катковник В.Я., Савченко А.И. *Основы теории селективной сборки*. Л.: Политехника; 1991. 303 с.
4. Сорокин М.Н., Ануров Ю.Н. Алгоритм решения задачи комплектования при селективной сборке изделий типа "вал-втулка" по методу межгрупповой взаимозаменяемости. *Сборка в машиностроении, приборостроении*. 2012;9:15–18.
5. Малахов А.Д. Организация селективной сборки при неравенстве групповых допусков. *Сборка в машиностроении, приборостроении*. 2005;5:11–13.
6. Mansoor E.M. Selective assembly: its analysis and applications. *Int. J. Prod. Res*. 1961;1(1):13–24. DOI:10.1080/00207546108943070.
7. Mease D., Nair V.N., Sudjianto A. Selective assembly in manufacturing: statistical issues and optimal binning strategies. *Technometrics*. 2004;46(2):165–175. DOI: 10.1198/004017004000000185.
8. Coullard C.R., Gamble A.B., Jones P.C. Matching problems in selective assembly operations. *Ann. Oper. Res*. 1998;76:95–107. DOI:10.1023/A:1018960924601.
9. Kannan S.M., Raja Pandian G. A new selective assembly model for achieving specified clearance in radial assembly. *Materials Today: Proceedings*. 2021;46:7411–7417. DOI: 10.1016/j.matpr.2020.12.1229.
10. Pugh G.A. Partitioning for selective assembly. *Comput. Ind. Eng*. 1986;11(1-4):175–179. DOI: 10.1016/0360-8352(86)90073-2.
11. Filipovich O., Filipovich V. Determination the selective assembly indicators of two elements with an output parameter in the form of a product of input. *Proceedings - 2023 International Conference on Industrial Engineering, Applications and Manufacturing, ICIEAM 2023*. 2023:1091–1095. DOI: 10.1109/ICIEAM57311.2023.10139199.
12. Филипович О.В., Филипович В.О. Решение задачи селективной сборки двух элементов с мультипликативной моделью "вход-выход" с использованием аппроксимации. *Автоматизация и измерения в машино- приборостроении*. 2023;21(1):61–69.

REFERENCES

1. Bonch-Osmolovskij M.A. *Selective assembly*. Moscow, Mashinostroenie; 1974. 144 p. (In Russ.).
2. Bulovskij P.I., Krylov G.V., Lopuhin V.A. *Automation of selective instruments assembly*. Leningrad, Mashinostroenie. Leningr. otd-nie; 1978. 232 p. (In Russ.).
3. Katkovnik V.Ja., Savchenko A.I. *Fundamentals of selective assembly theory*. Leningrad, Politehnika; 1991. 303 p. (In Russ.).
4. Sorokin M.N., Anurov Ju.N. Algorithm for solving the picking problem in selective assembly of shaft-to-bushing products using the method of intergroup interchangeability. *Sborka v mashinostroenii, priborostroenii = Assembling in Mechanical Engineering and Instrument-Making*. 2012;9:15–18. (In Russ.).
5. Malahov A.D. Organisation of selective assembly in case of inequality of group tolerances. *Sborka v mashinostroenii, priborostroenii = Assembling in Mechanical Engineering and Instrument-Making*. 2005;5:11–13. (In Russ.).

6. Mansoor E.M. Selective assembly: its analysis and applications. *Int. J. Prod. Res*. 1961;1(1):13–24. DOI:10.1080/00207546108943070.
7. Mease D., Nair V.N., Sudjianto A. Selective assembly in manufacturing: statistical issues and optimal binning strategies. *Technometrics*. 2004;46(2):165–175. DOI: 10.1198/004017004000000185.
8. Coullard C.R., Gamble A.B., Jones P.C. Matching problems in selective assembly operations. *Ann. Oper. Res*. 1998;76:95–107. DOI:10.1023/A:1018960924601.
9. Kannan S.M., Raja Pandian G. A new selective assembly model for achieving specified clearance in radial assembly. *Materials Today: Proceedings*. 2021;46:7411–7417. DOI: 10.1016/j.matpr.2020.12.1229.
10. Pugh G.A. Partitioning for selective assembly. *Comput. Ind. Eng*. 1986;11(1-4):175–179. DOI: 10.1016/0360-8352(86)90073-2.
11. Filipovich O., Filipovich V. Determination the selective assembly indicators of two elements with an output parameter in the form of a product of input. *Proceedings - 2023 International Conference on Industrial Engineering, Applications and Manufacturing, ICIEAM 2023*. 2023:1091–1095. DOI: 10.1109/ICIEAM57311.2023.10139199.
12. Filipovich O.V., Filipovich V.O. Solving the problem of selective assembly of two elements with a multiplicative input-output model using approximation. *Avtomatizacija i izmerenija v mashino- priborostroenii = Automation and measurement in mechanical engineering and instrument engineering*. 2023;21(1):61–69. (In Russ.).

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ / INFORMATION ABOUT THE AUTHOR

Филипович Олег Викторович, кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой «Приборные системы и автоматизация технологических процессов», Севастопольский государственный университет, Севастополь, Российская Федерация.
e-mail: ophisl@yandex.ru
ORCID: 0000-0002-4019-4116

Oleg V. Filipovich, Candidate of Engineering Sciences, Associate Professor, Head of the Department of Instrument Systems and Automation of Technological Processes, Sevastopol State University, Sevastopol, the Russian Federation.

Статья поступила в редакцию 05.03.2024; одобрена после рецензирования 15.03.2024; принята к публикации 25.03.2024.

The article was submitted 05.03.2024; approved after reviewing 15.03.2024; accepted for publication 25.03.2024.