

УДК 004.942

DOI: [10.26102/2310-6018/2024.45.2.033](https://doi.org/10.26102/2310-6018/2024.45.2.033)

Численное моделирование подавления вынужденных колебаний торцов микрокапельных агрегатов в магнитных жидкостях при увеличении межфазного натяжения

М.Г. Романенко, В.И. Дроздова, Г.В. Шагрова✉

Северо-Кавказский федеральный университет, Ставрополь, Российская Федерация

Резюме. Актуальность моделирования вынужденных колебаний микрокапельных агрегатов, входящих в состав магнитных жидкостей, связана с проблемой прогнозирования параметров рабочих тел новых устройств и с созданием новых магниточувствительных сред с управляемыми свойствами. Научный интерес обусловлен уникальной чувствительностью к магнитному полю микрокапельных агрегатов, что связано как с их высокой (для жидких сред) магнитной проницаемостью, так и низким межфазным натяжением на границе раздела агрегата с окружающей его жидкостью, что позволяет получать вынужденные колебания большой амплитуды, характер которых определяется параметрами агрегатов, напряженностью и частотой внешнего поля. Особенности вынужденных колебаний микрокапельных агрегатов при большой амплитуде мало изучены, в частности, представляет интерес разработка универсального метода моделирования, пригодного для проведения вычислительных экспериментов в широком диапазоне изменения межфазного натяжения и исследование возможности подавления колебаний с ростом частоты, проведенное в данной работе. В основу моделирования вынужденных колебаний положен энергетический подход и предположение о том, что форму удлиненного вдоль поля агрегата можно представить эллипсоидом вращения, а его намагниченность – линейной зависимостью от напряженности внешнего магнитного поля. Это позволило провести вычислительный эксперимент при изменении межфазного натяжения на порядок в диапазоне от $2 \cdot 10^{-6}$ Н/м до $2 \cdot 10^{-5}$ Н/м и получить удовлетворительное согласование с результатами натуральных экспериментов. В результате вычислительного эксперимента установлено, что повышение межфазного натяжения приводит к уменьшению амплитуды колебаний и сокращению удлинения, т. е. подавляет колебания. Практическую ценность представляет прогнозирование деформации агрегатов под действием магнитного поля для разработки новых материалов с управляемыми свойствами.

Ключевые слова: численное моделирование, вынужденные колебания, микрокапельные агрегаты, межфазное натяжение, магнитная жидкость.

Для цитирования: Романенко М.Г., Дроздова В.И., Шагрова Г.В. Численное моделирование подавления вынужденных колебаний торцов микрокапельных агрегатов в магнитных жидкостях при увеличении межфазного натяжения. *Моделирование, оптимизация и информационные технологии*. 2024;12(2). URL: <https://moitvvt.ru/ru/journal/pdf?id=1572> DOI: 10.26102/2310-6018/2024.45.2.033

Numerical simulation of suppression of forced oscillations of ends of microdroplet aggregates in magnetic fluids at increase of interfacial tension

M.G. Romanenko, V.I. Drozdova, G.V. Shagrova✉

North-Caucasus federal university, Stavropol, the Russian Federation

Abstract. The relevance of modeling forced oscillations of microdroplet aggregates included in magnetic fluids is associated with the problem of predicting the parameters of working bodies of new devices and

to the creation of new magnetosensitive media with controllable properties. The scientific interest is due to the unique sensitivity of microdroplet aggregates to the magnetic field, high magnetic permeability (for liquid media) and low interfacial tension at the aggregate-environmental liquid interface, which makes it possible to obtain forced oscillations of large amplitude. The nature of oscillations depends on the frequency and strength of the external field, as well as on the parameters of the aggregates. The peculiarities of forced oscillations of microdroplet aggregates at large amplitude are poorly understood; in particular, it is of interest to develop a universal modeling method suitable for computational experiments in a wide range of interfacial tension changes and to investigate the possibility of oscillation suppression with increasing frequency, carried out in this work. The modeling of forced oscillations is based on the energy approach and the assumption that the shape of the aggregate elongated along the field can be represented by an ellipsoid of rotation and its magnetization by a linear dependence on the external magnetic field strength. This allowed for a computational experiment with a change in interfacial tension by an order of magnitude in the range from $2 \cdot 10^{-6}$ N/m to $2 \cdot 10^{-5}$ N/m and obtain satisfactory agreement with the data of full-scale experiments. As a result of computational experiment, it is found that an increase in interfacial tension leads to a decrease in oscillation amplitude and a reduction in elongation, i.e., it suppresses oscillation. Of practical value is the prediction of the deformation of aggregates under the action of a magnetic field for the development of new materials with controllable properties.

Keywords: numerical modeling, forced oscillations, microdroplet aggregates, interfacial tension, magnetic fluid.

For citation: Romanenko M.G., Drozdova V.I., Shagrova G.V. Numerical simulation of suppression of forced oscillations of ends of microdroplet aggregates in magnetic fluids at increase of interfacial tension. *Modeling, Optimization and Information Technology*. 2024;12(2). URL: <https://moitvvt.ru/ru/journal/pdf?id=1572> DOI: 10.26102/2310-6018/2024.45.2.033 (In Russ.).

Введение

Среди новых технологий, связанных с использованием в качестве рабочего тела намагничивающихся нанодисперсных систем или магнитных жидкостей (МЖ), можно отметить получение электроспреев и разработку нового типа ионных двигателей для малогабаритных космических аппаратов [1]. Данные технологии основаны на формировании острых шипов на поверхности раздела МЖ с окружающей средой, а необходимость эффективного управления такими устройствами требует установления зависимости межфазного натяжения МЖ от напряженности электрического и магнитного полей. Для выбора параметров рабочего тела новых устройств и оптимальных режимов их эксплуатации целесообразно использовать не только результаты натуральных экспериментов, но компьютерное моделирование.

В работе в качестве управляемой поверхности рассматривается межфазная граница микрокапельного агрегата (микрокапля высококонцентрированной МЖ размером $1 \div 10$ мкм) с окружающей его магнитной жидкостью слабой концентрации. Вне поля микрокапельные агрегаты имеют сферическую форму, в слабом магнитном поле могут сильно вытягиваться вдоль поля, принимая форму иголок. Статика и динамика деформации микрокапельных агрегатов в магнитном поле хорошо изучены на примере МЖ различного состава [2–7]. В работе [8] показана возможность применения моделирования для исследования колебаний микрокапельных агрегатов в слабых полях, причем в модели форма поверхности агрегата представлена эллипсоидом вращения с длинной осью, направленной вдоль вектора напряженности магнитного поля H , а намагниченность агрегата M линейно зависит от H ($M \approx \chi H$, где χ – магнитная восприимчивость агрегата, $\chi = +1$, – магнитная проницаемость). Предложенная модель позволяет получать численные результаты в широком диапазоне изменения параметров

как микрокапельных агрегатов, так и напряженности внешнего поля при частоте меньше 10 Гц.

Использование математического моделирования позволяет исследовать особенности колебаний сильно удлинённых торцов микрокапельных агрегатов, которые в настоящее время изучены недостаточно, даже в тех случаях, когда с ростом частоты внешнего поля амплитуда колебаний уменьшается настолько сильно, что при наблюдениях в микроскоп кажется, что сам агрегат и его торцы не движутся, а в то же время, обнаружить колебания можно с помощью фотоэлектронного умножителя [9]. Поэтому представляет интерес исследование влияния межфазного натяжения (σ) границы раздела агрегата с окружающей его жидкостью на колебания заостренных торцов агрегатов в переменном поле как с помощью натурального, так и вычислительного экспериментов.

В данной работе численно исследованы вынужденные колебания сильно удлинённых агрегатов при изменении на порядок межфазного натяжения границы раздела от $\sigma \approx 2 \cdot 10^{-6}$ Н/м до $2 \cdot 10^{-5}$ Н/м.

Материалы и методы

Моделирование вынужденных колебаний осуществлялось на основе энергетического подхода, при котором из уравнения Лагранжа:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial W}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial W}{\partial q} = - \frac{\partial E_{\sigma}}{\partial q} - \frac{\partial E_m}{\partial q} - \frac{\partial E_{\eta}}{\partial q}, \quad (1)$$

где W – полная энергия, E_{σ} – поверхностная энергия, E_m – магнитная энергия, E_{η} – энергия диссипации, обусловленная вязкостью, q – обобщенная координата, получено уравнение (2), позволяющее исследовать характер вынужденных колебаний микрокапельного агрегата.

$$\left\{ \begin{aligned} & \frac{d^2 q(t)}{dt^2} - \frac{2}{3} \cdot \frac{q(t)^2 + 2}{q(t) \cdot (2q(t)^2 + 1)} \left(\frac{dq(t)}{dt} \right)^2 + \frac{60 \cdot \eta}{\left(\rho + \frac{\rho_1}{2} \right) \cdot R^2} \cdot \frac{q(t)^{2/3}}{(2q(t)^2 + 1)} \cdot \frac{dq(t)}{dt} - \\ & - \frac{45 \cdot \sigma}{4R^3 \left(\rho + \frac{\rho_1}{2} \right)} \cdot \frac{q(t)^3}{(2q(t)^2 + 1) \cdot (q(t)^2 - 1)} \left(\frac{q(t)^2 - 4}{\sqrt{q(t)^2 - 1}} \arcsin \left(\frac{\sqrt{q(t)^2 - 1}}{q(t)} \right) + \frac{2}{q(t)^2} + 1 \right) + \\ & + \frac{45 \mu_0 (\mu_i - \mu_e)^2 H(t)^2 (q(t)^2 - 1)^2}{2R^2 \left(\rho_1 + \frac{\rho_2}{2} \right) (q(t)^{-8/3} + 2q(t)^{-2/3})} \times \\ & \frac{[(\ln(2q(t)^2 + 2q(t)\sqrt{q(t)^2 - 1} - 1) - 2\sqrt{1 - q(t)^{-2}}) \cdot (2q(t)^2 + 1)(q(t)^2 - 1)^{-3/2} - 2q(t)^{-1}]}{(q(t)(\mu_i/\mu_e - 1)(\ln(2q(t)^2 + 2q(t)\sqrt{q(t)^2 - 1} - 1) - 2\sqrt{1 - q(t)^{-2}}) + 2(q(t)^2 - 1)^{3/2})^2} = 0; \\ & H(t) = H_0 \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot t + \phi). \end{aligned} \right. \quad (2)$$

где R , ρ_1 , η , – радиус, плотность и вязкость агрегата, σ – межфазное натяжение; ρ_2 и μ_e – соответственно плотность и магнитная проницаемость окружающей агрегат жидкости, $q(t) = a(t)/b(t)$ – обобщенная координата, равная отношению полуосей эллипсоида, представляющего форму свободной поверхности микрокапельного агрегата, $a(t) > b(t)$. Второе уравнение системы (2) соответствует мгновенным значениям напряженности внешнего магнитного поля $H(t)$.

Решение уравнения (1) в постоянном магнитном поле для микрокапельных агрегатов хорошо известно [5]. Если магнитная проницаемость агрегатов $\mu_i > 20$, то их деформация в слабом однородном магнитном поле имеет гистерезисный характер. Скачкообразно форма межфазной границы агрегата и окружающей его жидкости изменяется при двух критических (пороговых) значениях напряженности H_1 и H_2

($H_2 < H_1$). Причем в пороговом поле H_1 происходит скачкообразное удлинение агрегата, а в поле H_2 – его сжатие. Значения пороговых полей зависят от параметров агрегата, поэтому при определенных параметрах сильное удлинение, при котором отношение полуосей $a/b > 10$, можно получить и в слабом поле [5].

В переменном магнитном поле вынужденные колебания могут быть как гистерезисными, так и безгистерезисными в зависимости от частоты, величины поля и параметров агрегатов [8–10]. При частоте $f < 0,1$ Гц и $H_0 \geq H_1$ в переменном синусоидальном магнитном поле гистерезисный характер колебаний сохраняется [9], что подтверждается численным моделированием и результатами, полученными в натуральных экспериментах.

В работах [5, 9] показано, что без учета инерционных эффектов время деформации микрокапельных агрегатов составляет $\tau_0 \sim 1$ с и при $f = 1$ Гц оно соизмеримо с периодом внешнего магнитного поля T_0 . Поэтому периодические вынужденные колебания при $f = 1$ Гц соответствуют переходным процессам, сферическая форма агрегатов при колебаниях не успевает восстанавливаться.

Агрегаты совершают вынужденные колебания относительно удлиненной формы, дважды за период отношение a/b проходит максимум. При $f > 10$ Гц на основе визуальных наблюдений изменение формы агрегатов в переменном поле описывают как квазистационарное.

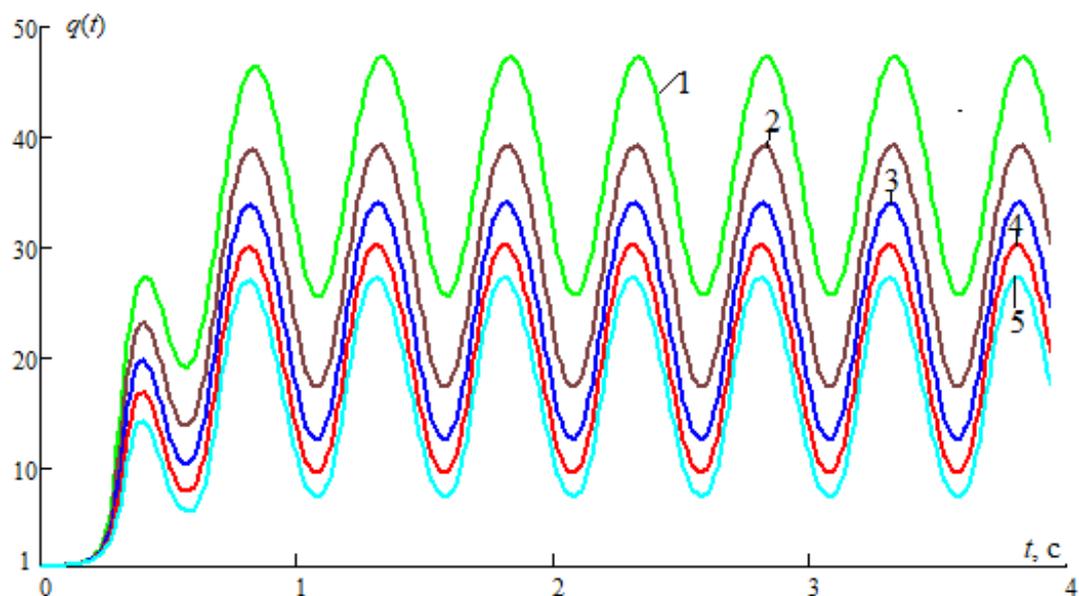
Результаты

Результаты вычислительного эксперимента по исследованию подавления вынужденных колебаний торцов микрокапельных агрегатов в магнитных жидкостях при увеличении межфазного натяжения получены в MachCad на основе решения системы уравнений (2).

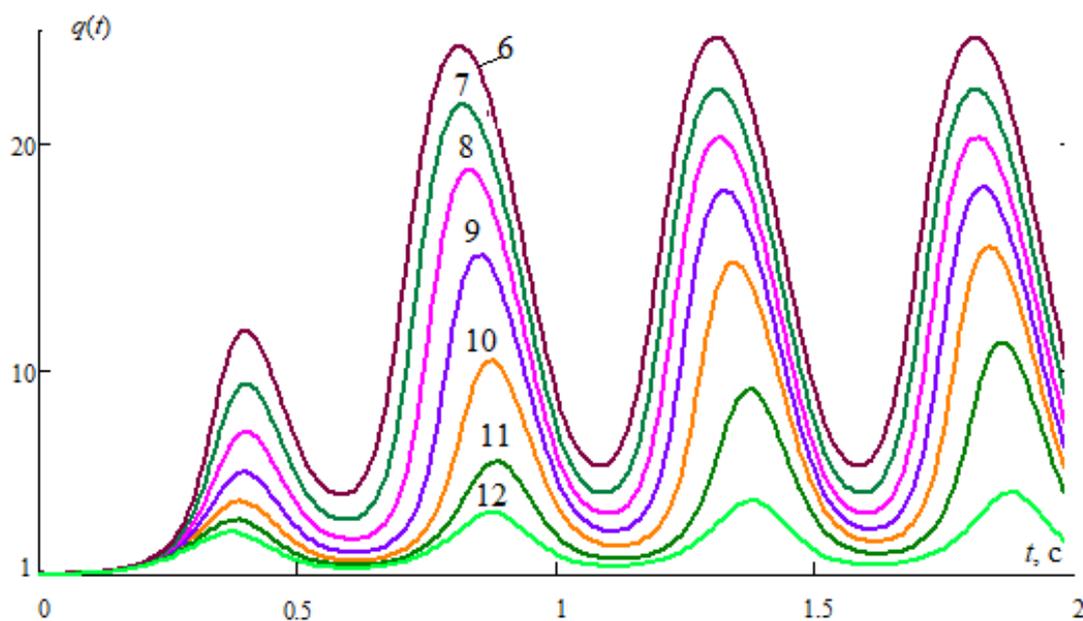
При численном моделировании значения σ изменялось на порядок от $2 \cdot 10^{-6}$ Н/м до $2 \cdot 10^{-5}$ Н/м, амплитуда переменного поля $H_0 = 450$ А/м; частота $f = 1$ Гц; магнитная проницаемость μ_i , радиус R , плотность ρ_1 и вязкость η агрегата равны $\mu_i = 60$, $R = 7$ мкм, $\rho_1 = 1900$ кг/м³, $\eta = 0,068$ Па·с; магнитная проницаемость μ_e и плотность ρ_2 окружающей агрегат жидкости соответственно равны $\mu_e = 2$, $\rho_2 = 1360$ кг/м³. Результаты, полученные в ходе проведения вычислительного эксперимента, представлены на Рисунке 1, при этом по оси ординат показаны значения отношения полуосей эллипсоида $q(t)$, по оси абсцисс – время t в секундах.

На Рисунке 1а результаты вычислительного эксперимента представлены кривыми 1–5, полученными при следующих значениях: $2 \cdot 10^{-6}$ Н/м (кривая 1); $3 \cdot 10^{-6}$ Н/м (кривая 2); $4 \cdot 10^{-6}$ Н/м (кривая 3); $5 \cdot 10^{-6}$ Н/м (кривая 4); $6 \cdot 10^{-6}$ Н/м (кривая 5).

На рисунке 1б результаты вычислительного эксперимента представлены кривыми 6–12, полученными при $\sigma = 7 \cdot 10^{-6}$ Н/м (кривая 6); $\sigma = 8 \cdot 10^{-6}$ Н/м (кривая 7); $\sigma = 9 \cdot 10^{-6}$ Н/м (кривая 8); $\sigma = 10 \cdot 10^{-6}$ Н/м (кривая 9); $\sigma = 11 \cdot 10^{-6}$ Н/м (кривая 10); $\sigma = 12 \cdot 10^{-6}$ Н/м (кривая 11); $\sigma = 13 \cdot 10^{-6}$ Н/м (кривая 12).



а)



б)

Рисунок 1 – Вынужденные колебания при различных значениях σ

а) кривые: 1 – $\sigma=2 \cdot 10^{-6}$ Н/м; 2 – $\sigma=3 \cdot 10^{-6}$ Н/м; 3 – $\sigma=4 \cdot 10^{-6}$ Н/м; 4 – $\sigma=5 \cdot 10^{-6}$ Н/м;
5 – $\sigma=6 \cdot 10^{-6}$ Н/м;

б) кривые: 6 – $\sigma=7 \cdot 10^{-6}$ Н/м; 7 – $\sigma=8 \cdot 10^{-6}$ Н/м; 8 – $\sigma=9 \cdot 10^{-6}$ Н/м; 9 – $\sigma=10^{-5}$ Н/м;
10 – $\sigma=11 \cdot 10^{-6}$ Н/м; 11 – $\sigma=12 \cdot 10^{-6}$ Н/м; 12 – $\sigma=13 \cdot 10^{-6}$ Н/м

Figure 1 – Forced oscillations at different values of σ

а) curves: 1 – $\sigma=2 \cdot 10^{-6}$ N/m; 2 – $\sigma=3 \cdot 10^{-6}$ N/m; 3 – $\sigma=4 \cdot 10^{-6}$ N/m; 4 – $\sigma=5 \cdot 10^{-6}$ N/m;
5 – $\sigma=6 \cdot 10^{-6}$ N/m;

б) curves: 6 – $\sigma=7 \cdot 10^{-6}$ N/m; 7 – $\sigma=8 \cdot 10^{-6}$ N/m; 8 – $\sigma=9 \cdot 10^{-6}$ N/m; 9 – $\sigma=10^{-5}$ N/m;
10 – $\sigma=11 \cdot 10^{-6}$ N/m; 11 – $\sigma=12 \cdot 10^{-6}$ N/m; 12 – $\sigma=13 \cdot 10^{-6}$ N/m

Все вынужденные колебания имеют периодический характер.

На Рисунке 2 представлена кривая, описывающая характер колебаний микрокапельного агрегата с $\sigma = 2 \cdot 10^{-6}$ Н/м в переменном магнитном поле с амплитудой 450 А/м и частотой $f = 1$ Гц. По оси ординат на Рисунке 2 показаны значения отношения полуосей эллипсоида $q(t)$, по оси абсцисс мгновенные значения внешнего поля $H(t)$ в А/м.

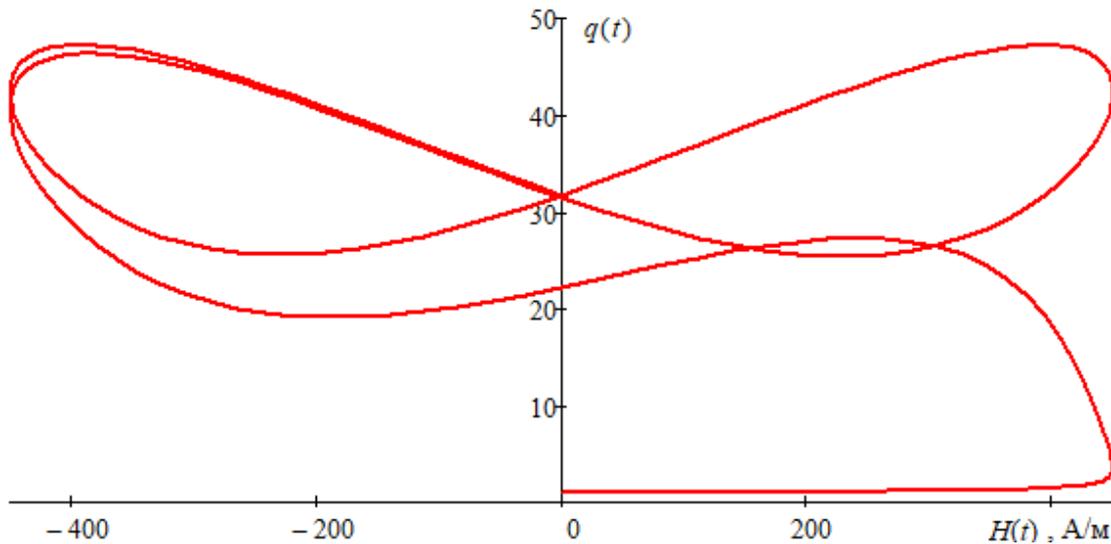


Рисунок 2 – Зависимость $q(t)$ от $H(t)$ для микрокапельного агрегата с $\sigma = 2 \cdot 10^{-6}$ Н/м
Figure 2 – Dependence of $q(t)$ on $H(t)$ for a microdroplet unit with $\sigma = 2 \cdot 10^{-6}$ N/m

Результаты на Рисунке 1а соответствуют сильно удлинённым агрегатам. Наибольшее отношение полуосей $q(t) = a/b = 47,3$ получено при $\sigma = 2 \cdot 10^{-6}$ Н/м (кривая 1). По мере увеличения σ отношение максимальное значение $q(t) = a/b$ уменьшается. Кривая 2 на Рисунке 1а, полученная при $\sigma = 3 \cdot 10^{-6}$ Н/м, расположена ниже, чем кривая 1, мгновенные значения $q(t)$ соответствуют интервалу $17,3 \leq q(t) \leq 39,2$. Кривая 3, полученная при $\sigma = 4 \cdot 10^{-6}$ Н/м, расположена ниже, чем кривая 2 и значения $q(t)$ соответствуют интервалу $12,6 \leq q(t) \leq 34$. При $\sigma = 5 \cdot 10^{-6}$ Н/м (кривая 4) получены значения $q(t)$ в интервале $9,6 \leq q(t) \leq 30,2$. На кривой (5) представлены значения $q(t)$ в интервале $7,4 \leq q(t) \leq 27,2$. Вынужденные колебания, соответствующие кривым 1–5 (Рисунок 1а), и кривым 6–12 (Рисунок 1б) происходят без возврата к сферической форме. Мгновенные значения $q(t) = a/b$ на кривых 11 и 12 не превышают 10.

Как видно из Рисунков 1 и 2 в течение периода изменения поля агрегаты все время находятся в удлинённом состоянии, а колебания происходят относительно стационарной удлинённой формы.

При дальнейшем увеличении $\sigma > 14 \cdot 10^{-6}$ Н/м (Рисунок 3) форма агрегата является вытянутой вдоль поля, но отношение $q(t) = a/b$ уже не превышает 3. На Рисунке 3 показаны вынужденные колебания при $\sigma = 15 \cdot 10^{-6}$ Н/м (кривая 1) и $\sigma = 16 \cdot 10^{-6}$ Н/м (кривая 2), мгновенные значения отношения полуосей соответствуют интервалу $1,2 \leq q(t) \leq 2,4$. При $\sigma = 16 \cdot 10^{-6}$ Н/м интервал изменения $q(t) = a/b$ уменьшается до значений $1,1 \leq q(t) \leq 2,2$. Форма кривых на Рисунке 2 близка к синусоидальной.

В течение периода форма агрегата дважды проходит через максимум, частота колебаний агрегата равна $2f$. Это подтверждает справедливость предположения о линейном характере намагничивания в слабом поле, так как пондеромоторная сила магнитного поля, растягивающая агрегат, пропорциональная $F \sim \chi H \nabla H$ изменяется с частотой $2f$.

В таблице 1 приведены максимальные и минимальные значения $q(t)$ и их разность.

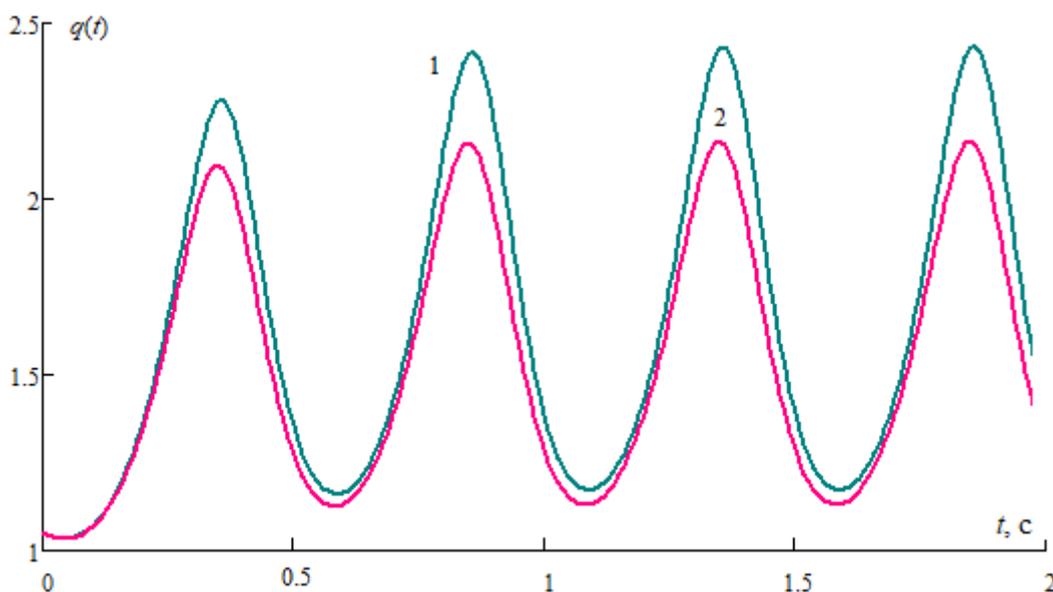


Рисунок 3 – Зависимость $q(t)$ от напряженности магнитного поля $H(t)$ при $\sigma = 15 \cdot 10^{-6}$ Н/м (кривая 1) и $\sigma = 16 \cdot 10^{-6}$ Н/м (кривая 2)

Figure 3 – Dependence of $q(t)$ on the magnetic field strength $H(t)$ at $\sigma = 15 \cdot 10^{-6}$ N/m (curve 1) and $\sigma = 16 \cdot 10^{-6}$ N/m (curve 2)

Таблица 1 – Максимальные и минимальные значения $q(t)$ и их разность
Table 1 – Maximum and minimum values of $q(t)$ and their difference

$\sigma \cdot 10^{-6}$, Н/м	max $q(t)$	min $q(t)$	$\Delta q(t)$
2	47,263	25,607	21,656
3	39,241	17,392	21,849
4	34,032	12,592	21,440
5	30,237	9,553	20,684
6	27,225	7,373	19,852
7	24,701	5,806	18,895
8	22,463	4,622	17,841
9	20,310	3,719	16,591
10	18,098	3,037	15,061
11	15,526	2,502	13,024
12	12,130	2,057	10,073
13	5,310	1,462	3,848
14	2,952	1,510	1,442
15	2,433	1,173	1,260
16	2,164	1,130	1,034
17	1,989	1,102	0,887
18	1,864	1,082	0,782
19	1,768	1,068	0,701
20	1,693	1,057	0,636

На Рисунке 4 показана зависимость максимальных и минимальных значений $q(t)$ у вытянутого вдоль поля агрегата от σ .

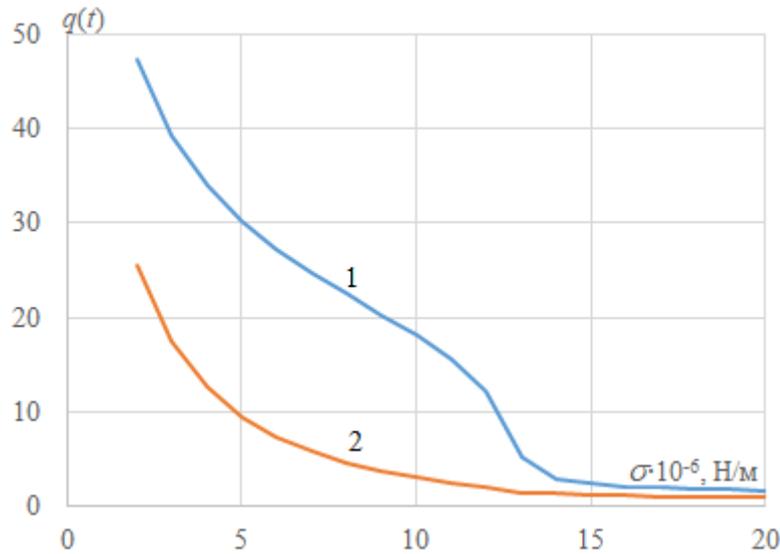


Рисунок 4 – Зависимость $\max q(t)$ – кривая 1 и $\min q(t)$ – кривая 2 от σ при $H_0 = 450 \text{ A/m}$
 Figure 4 – Dependence of $\max q(t)$ – curve 1 and $\min q(t)$ – curve 2 on σ at $H_0 = 450 \text{ A/m}$

Из Рисунка 4 видно, что при $\sigma = 13 \cdot 10^{-6} \text{ H/m}$ амплитуда колебаний агрегата резко уменьшается. Это обусловлено тем, что амплитуда магнитного поля $H_0 = 450 \text{ A/m}$ меньше значения порогового поля H_1 .

При увеличении σ возрастают поверхностные силы, препятствующие удлинению, в то же время магнитные силы в вычислительных экспериментах остаются одинаковыми. Для сохранения баланса между растягивающими силами и силами, препятствующими удлинению, требуется увеличить магнитное поле. Но при выбранной в вычислительном эксперименте амплитуде поля $H_0=450 \text{ A/m}$ показано, что величина $q(t) = a/b$ с ростом σ может уменьшаться на порядок. Это позволяет сделать вывод о возможности подавления колебаний при $\sigma > 16 \cdot 10^{-6} \text{ H/m}$.

Обсуждение

Благодаря высокой чувствительности границы раздела между микрокапельными агрегатами и окружающей их магнитной жидкостью слабой концентрации к изменениям внешнего магнитного поля колебания большой амплитуды могут быть получены даже в слабом магнитном поле.

При исследовании свойств межфазной границы с помощью сеточных методов обычно приходится вводить ограничения на величину деформации агрегатов. Например, в работе [11] отношение осей не должно было быть больше 2.

В то же время для практических задач при разработке умных новых материалов интерес представляют большие деформации, получение заостренных торцов и управление свойствами межфазной границы в широких пределах изменения формы.

Поэтому математическая модель, основанная на предположениях о том, что форма микрокапельного агрегата может быть представлена как вытянутый вдоль магнитного поля эллипсоид вращения, а намагничивание в слабом поле носит линейный характер может оказаться пригодной для численных расчетов в случае, если не надо вводить предположения о малых изменениях формы агрегатов и ограничения на малые изменения рабочих параметров.

Заключение

Предложенная модель адекватно описывает колебания агрегатов в переменном магнитном поле частотой 1 Гц, так как результаты вычислительного и натурального [9] экспериментов удовлетворительно согласуются.

На примере образцов, у которых $\sigma > 16 \cdot 10^{-6}$ Н/м, показано, что увеличение межфазного натяжения приводит к подавлению вынужденных колебаний торцов сильно удлиненных микрокапельных агрегатов.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ / REFERENCES

1. Jackson B.A., Terhune K.J., King L.B. Ionic liquid ferrofluid interface deformation and spray onset under electric and magnetic stresses. *Physics of Fluids*. 2017;29(6):064105-1–064105-10. <https://doi.org/10.1063/1.4985141>
2. Afkhami S., Tyler A.J., Renardy Y., Renardy M., St. Pierre T.G., Woodward R.C., Riffle J.S. Deformation of a hydrophobic ferrofluid droplet suspended in a viscous medium under uniform magnetic fields. *Journal of Fluid Mechanics*. 2010;663:358–384. <https://doi.org/10.1017/S0022112010003551>
3. Rowghanian P., Meinhart C.D., Campàs O. Dynamics of ferrofluid drop deformations under spatially uniform magnetic fields. *Journal of Fluid Mechanics*. 2016;802:245–262. <https://doi.org/10.1017/jfm.2016.447>
4. Братухин Ю.К., Лебедев А.В. Вынужденные колебания капли магнитной жидкости. *Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики*. 2002;121(6):1298–1305.
Bratukhin Yu.K., Lebedev A.V. Forced oscillations of a magnetic liquid drop. *Zhurnal Eksperimental'noi i Teoreticheskoi Fiziki = Journal of Experimental and Theoretical Physics*. 2002;94(6):1114–1120. <https://doi.org/10.1134/1.1493163>
5. Bacri J.-C., Salin D. Dynamics of the shape transition of a magnetic ferrofluid drop. *Journal de Physique Lettres*. 1983;44(11):415–420. <https://doi.org/10.1051/jphyslet:019830044011041500>
6. Гладких Д.В., Диканский Ю.И. Особенности взаимодействия магнитной жидкости, имеющей микрокапельную структуру, с переменным магнитным полем. *Журнал технической физики*. 2006;76(8):13–18.
Gladkikh D.V., Dikanskij Yu.I. Interaction of a droplet magnetic fluid with a variable magnetic field. *Zhurnal tekhnicheskoi fiziki = Technical Physics*. 2006;51(8):976–980. <https://doi.org/10.1134/S1063784206080032>
7. Afkhami S., Renardy Y. Ferrofluids and magnetically guided superparamagnetic particles in flows: a review of simulations and modeling. *Journal of Engineering Mathematics*. 2017;107(1):231–251. <https://doi.org/10.1007/s10665-017-9931-9>
8. Romanenko M.G., Shagrova G.V., Drozdova V.I. Computer Simulation System for Oscillations of Magnetizable Microdroplets Taking Into Account the Dependence of the Interfacial Tension on the Strength of an External Magnetic Field. *Journal of Mathematical Sciences*. 2022;260(2):210–218. <https://doi.org/10.1007/s10958-022-05685-3>
9. Дроздова В.И., Кушнарв В.В., Шагрова Г.В. О вынужденных колебаниях микрокапельных агрегатов в магнитных жидкостях. *Коллоидный журнал*. 2006;68(2):166–171.
Drozdova V.I., Kushnarev V.V., Shagrova G.V. On forced oscillations of microdroplet aggregates in magnetic fluids. *Kolloidnyi zhurnal = Colloid Journal*. 2006;68(2):142–147. <https://doi.org/10.1134/S1061933X06020049>

10. Drozdova V.I., Shagrova G.V., Romanenko M.G. The Effect of Interface Tension on Forced Oscillations of Elongated Microdroplet Aggregates in Magnetic Fluids. *Journal of Nano- and Electronic Physics*. 2014;6(3):03013-1–03013-3.
11. Штоколова М.Н., Якутенюк В.А. Численное моделирование колебаний невязкой капли под действием поверхностного натяжения. *Оптика атмосферы и океана*. 2007;20(7):609–613.
Shtokolova M.N., Yakutenok V.Ya. Numerical simulation of nonviscous drop oscillations under acting of the surface tension. *Optika atmosfery i okeana = Atmospheric and Oceanic Optics*. 2007;20(7):609–613. (In Russ.).

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ / INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Романенко Марина Геннадьевна, кандидат технических наук, доцент кафедры информационных систем и технологий, Северо-Кавказский Федеральный Университет, Ставрополь, Российская Федерация.
e-mail: romarina216@mail.ru

Marina G. Romanenko, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor at the Department of Information Systems and Technologies, Institute of Digital Development, North-Caucasus Federal University, Stavropol, the Russian Federation.

Дроздова Виктория Игоревна, доктор физико-математических наук, профессор, зав кафедрой информационных систем и технологий, Северо-Кавказский Федеральный Университет, Ставрополь, Российская Федерация.
e-mail: victoria_drozdova@rambler.ru
ORCID: [0000-0003-3925-4860](https://orcid.org/0000-0003-3925-4860)

Victoria I. Drozdova, Doctor of Physico-Mathematical Sciences, professor, head of department of Information Systems and Technologies, Institute of Digital Development, North-Caucasus Federal University, Stavropol, the Russian Federation.

Шагрова Галина Вячеславовна, доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры информационных систем и технологий, Северо-Кавказский Федеральный Университет, Ставрополь, Российская Федерация.
e-mail: shagrovagv@mail.ru
ORCID: [0000-0001-5642-5612](https://orcid.org/0000-0001-5642-5612)

Galina V. Shagrova, Doctor of Physico-Mathematical Sciences, Professor at the Department of Information Systems and Technologies, of Digital Development, North-Caucasian Federal University, Stavropol, the Russian Federation.

Статья поступила в редакцию 01.05.2024; одобрена после рецензирования 13.05.2024; принята к публикации 21.05.2024.

The article was submitted 01.05.2024; approved after reviewing 13.05.2024; accepted for publication 21.05.2024.