Моделирование, оптимизация и информационные технологии.
Научный журнал №4(7) http://moit.vivt.ru/ **2014**

УДК 33(043)

С.А. Баркалов, И.В. Буркова, Н.А. Канаева

ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОЙ ДИВЕРСИФИКАЦИИ В РАЗЛИЧНЫЕ ОТРАСЛИ

ФГБУН " Институт проблем управления
им. В.А. Трапезникова РАН"
Воронежский ГАСУ

Рассматриваются различные модели диверсификации в родственные и неродственные отрасли при разных организационных формах, суть которых состоит в инвестировании и объединении средств организаций. Даются постановки и методы решения задач оптимальной диверсификации для выпуклого, дискретного и невыпуклого случаев.

Ключевые слова: модель диверсификации, отрасль, инвестиции

Введение

Термин диверсификации (от лат. diversus - разный и facere - делать) имеет несколько смыслов:

1) расширение ассортимента, изменение вида продукции, производимой предприятием, фирмой, освоение новых видов производств с целью повышения эффективности производства, получения экономической выгоды, предотвращения банкротства. Такую диверсификацию называют диверсификацией производства;
2) распределение вкладываемых в экономику денежных капиталов между разнообразными объектами с целью снижения риска потерь и в надежде получить более высокий доход. Такую диверсификацию именуют диверсификацией кредитов;
3) материальная диверсификация — освоение новых форм и сфер деятельности.

В настоящей работе, исходя из принципов организационного управления, рассматриваются диверсификация производства и материальная диверсификация.

Как следует из буквального перевода термина, в нём содержится элемент действия, т.е. по сути, диверсификация представляет собой один из видов управления. Другая составляющая термина — разнообразие действий, т.е. разнообразие всех элементов процесса управления. Тот факт, что механизмы диверсификации являются основными управленческими актами на этапе внедрения инновационных технологий в социальные и экономические системы, подтверждается значительным вниманием, которое уделяется данному вопросу в практике стратегического менеджмента. В литературе имеется большое количество ссылок на практическое применение процедур диверсификации.

Термин "диверсификация" являет собой активно используемое слово в статьях и в реальной экономической и управленческой деятельности, в речах политиков и установках государственной политики. Распространённые определения в литературе: диверсификация – это одновременное развитие многих, не связанных друг с другом, видов производства и услуг; государственная политика, направленная на создание современной структуры народнохозяйственного комплекса; комплексное многоотраслевое развитие; расширение ассортимента и модификаций одной и той же продукции

В то же время операциям диверсификации как механизмам принятия решений в литературе по математическому моделированию, теории управления и принятия решений не уделяется должного внимания. Возможно это связано с тем, что диверсификация вполне эффективна, когда наблюдается синергетический эффект при соединении, объединении, приобретении, слиянии и поглощении активных элементов. И терминов, и понятий: синергетика и коалиция – оказывается достаточным для работ исследователей.

Однако имеются характерные особенности этого механизма, связанные с тем, что диверсификация включает в себя акты трансформации, преобразования и добавления структурных нововведений в существующее течение технических, технологических, социальных и экономических процессов.

В работе предполагается, что достаточно адекватным является описание поведения активного управляемого элемента или системы в виде модели оптимизации нелинейного и линейного программирования. В этих понятиях наряду с выбором управлений - управляемых параметров и переменных, оперирующая сторона или ЛПР совершает и качественный акт организационного управления, меняя структуру управляемой системы, добавляя к исходной модели инициатора диверсификации описание новых активных элементов, связей и переменных.

Различные модели диверсификации рассматриваются во многих работах, постановки и ссылки содержатся в работах [1,2]. В настоящей работе рассматривается модель диверсификации, суть которой состоит в инвестировании и объединении средств организаций с целью получения большего дохода, чем при инвестировании этих средств в свою организацию.

Постановка инвестиционной модели

Организация (лидер) может инвестировать средства в размере R_1 по n направлениям. Обозначим $f_i(x_i)$ доход организации при инвестировании x_i единиц средств в *i*-е направление. Суммарный доход составит

$$F(x) = \sum_i f_i(x_i),\ x_i \ge 0,\ \sum_{i=1}^{n} x_i \le R_1. \tag{1}$$

Другая организация (ведомая) также может инвестировать R_2 единиц ресурсов по m направлениям. Обозначим $\varphi_j(y_j)$ доход ведомой организации при инвестировании y_j единиц средств в *j*-е направление. Суммарный доход составит

$$\Phi(y) = \sum_j \varphi_j(y_j),\ y_i \ge 0,\ \sum_{j=1}^{m} y_j \le R_2. \tag{2}$$

Рассмотрим механизм диверсификации, при котором организация-лидер инвестирует часть Δ своих средств в ведомую организацию. Обозначим $F_{\max}(R_1 - \Delta)$ – максимум дохода (1) при инвестициях $R_1 - \Delta$, $\Phi_{\max}(R_2 + \Delta)$ максимум дохода (2) при инвестициях $R_2 + \Delta$.

Задача. Определить часть средств $0 \le \Delta \le R_1$, максимизирующую суммарный доход

$$F_{\max}(R_1 - \Delta) + \Phi_{\max}(R_2 + \Delta). \tag{3}$$

Выпуклый случай

Пусть функции f_i и φ_j являются функциями Кобба-Дугласа.

$$f_i(x_i) = \frac{1}{\alpha} x_i^{\alpha} r_i^{1-\alpha}, \quad 0 < \alpha < 1;$$

$$\varphi_j(y_j) = \frac{1}{\beta} y_j^{\beta} q_j^{1-\beta}, \quad 0 < \beta < 1.$$

Полагаем, что технологические ресурсы r_i, q_j столь различны, что не могут передаваться, а капитальные ресурсы x_i, y_j передаваться могут.

Легко показать, что оптимальное распределение инвестиций $R_1 - \Delta$ и $R_2 + \Delta$ имеет вид

$$x_i = \frac{r_i}{H}(R_1 - \Delta), \quad i = \overline{1,n}, \quad H = \sum_i r_i,$$

$$y_j = \frac{q_j}{S}(R_2 + \Delta), \quad j = \overline{1,m}, \quad S = \sum_j q_j \,.$$

Соответственно

$$F_{\max}(R_1 - \Delta) = \frac{1}{\alpha}(R_1 - \Delta)^{\alpha} H^{1-\alpha},$$

$$\Phi_{\max}(R_2 + \Delta) = \frac{1}{\beta}(R_2 + \Delta)^{\beta} S^{1-\beta}.$$

Рассмотрим задачу определения величины Δ, максимизирующей

$$\frac{1}{\alpha}(R_1 - \Delta)^{\alpha} H^{1-\alpha} + \frac{1}{\beta}(R_2 + \Delta)^{\beta} S^{1-\beta}.$$

Решение задачи оптимизации может находиться в трёх точках: в точке $\Delta = 0$, в точке $\Delta = \Delta^{opt}$, и в точке $\Delta = R_1$.

В точке $\Delta = \Delta^{opt}$, $0 < \Delta^{opt} < R_1$ выполняются условия оптимальности:

$$\left(\frac{S}{R_2 + \Delta^{opt}}\right)^{1-\beta} = \left(\frac{H}{R_1 - \Delta^{opt}}\right)^{1-\alpha}, \text{ если } 0 < \Delta^{opt} < R_1.$$

Поскольку это уравнение с одним неизвестным, оно легко решается.

В точке $\Delta = 0$ значение оптимизируемой функции равняется

$$\frac{1}{\alpha} R_1^{\alpha} H^{1-\alpha} + \frac{1}{\beta} R_2^{\beta} S^{1-\beta}.$$

В точке $\Delta = R_1$ значение оптимизируемой функции равняется

$$\frac{1}{\beta}(R_2 + R_1)^{\beta} S^{1-\beta}.$$

Сравнивая значения функции в трёх точках , легко получить решение задачи.

В частном случае, если $\alpha = \beta$, имеем

$$S(R_1 - \Delta) = H(R_2 + \Delta);$$

$$\Delta = \frac{SR_1 - HR_2}{S + H}.$$

При этом если $\frac{H}{R_1} \ge \frac{S}{R_2}$, то $\Delta = 0$.

Если определить эффективность производства как отношение суммы технологических ресурсов к капиталу, то можно сделать вывод: если эффективность лидера $\frac{H}{R_1}$ выше эффективности ведомого $\frac{S}{R_2}$, то диверсификация не выгодна.

Дискретный случай

Пусть инвестиционный портфель лидера состоит из n проектов с эффектами a_i и затратами $c_i, i=\overline{1,n}$. Инвестиционный портфель ведомого состоит из m проектов с эффектами b_j и затратами d_j, $j=\overline{1,m}$. Решение **задачи** состоит из двух этапов. На первом этапе решаются две задачи о ранце.

Первая задача. Максимизировать

$$\sum_i a_i x_i \to \max \tag{4}$$

при ограничении

$$\sum_i c_i x_i \le Y_1, \quad 0 \le Y_1 \le R_1, \quad x_i = \{0;1\}. \tag{5}$$

Вторая задача. Максимизировать

$$\sum_j b_j y_j \to \max \tag{6}$$

при ограничении

$$\sum_j d_j y_j \le Y_2, \quad R_2 \le Y_2 \le R_1 + R_2, \; y_j = \{0;1\}. \tag{7}$$

Обозначим $A(Y_1)$ оптимальное значение (4) как функцию от Y_1, $B(Y_2)$ – оптимальное значение (6) как функцию от Y_2. Заметим, что для получения зависимостей $A(Y_1)$ и $B(Y_2)$ достаточно решить по одной задаче о ранце для $Y_1 = R_1$ и $Y_2 = R_1 + R_2$, поскольку при этом мы получаем решения для всех меньших значений Y_1 и Y_2.

На втором этапе решается задача максимизации

$$A(Y_1) + B(Y_2) \to \max \tag{8}$$

при ограничении

$$Y_1 + Y_2 \le R_1 + R_2; \quad Y_1 \le R_1; \quad Y_2 \ge R_2. \tag{9}$$

Эта задача решается перебором Y_1 от 0 до R_1 (или Y_2 от R_1 до $R_1 + R_2$).

Пример. Пусть $n=4, m=4$. Данные о проектах приведены в табл. 1 (лидер) и табл. 2 (ведомый).

Таблица 1

i	1	2	3	4
a_i	12	6	8	5
c_i	6	4	8	10

Таблица 2

j	1	2	3	4
b_j	18	10	6	7
d_j	6	4	3	7

Примем $R_1 = 20,\ R_2 = 5$. Решаем первую задачу: максимизировать

$$12x_1 + 6x_2 + 8x_3 + 5x_4$$

при ограничении

$$6x_1 + 4x_2 + 8x_3 + 10x_4 \le 20.$$

Задачу решаем методом дихотомического программирования [3]. Зависимость $A(Y_1)$ приведена в табл. 3.

Таблица 3

Y_1	0	4	6	10	14	18
A	0	6	12	18	20	26

Решаем вторую задачу: максимизировать

$$18y_1 + 10y_2 + 6y_3 + 7y_4$$

при ограничении

$$6y_1 + 4y_2 + 3y_3 + 7y_4 \le 25.$$

Решение задачи приведено в табл. 4.

Таблица 4

Y_2	0	3	4	6	9	10	13	17	20
B	0	6	10	18	24	28	34	35	41

Второй этап. Составляем табл. 5.

Таблица 5

$Y_1; A$	18; 26	14; 20	10; 18	6; 12	4; 6
$Y_2; B$	6; 18	10; 28	13; 34	17; 35	20; 41
$A + B$	44	48	52	47	47

Оптимальному варианту соответствует $Y_1 = 10, Y_2 = 13$, т.е. лидер инвестирует ведомую организацию $Y_2 - R_2 = 8$ единиц. На оставшиеся средства лидер реализует проекты 1 и 2. Ведомая организация на средства $Y_2 = 13$ единиц реализует проекты 1, 2 и 3. Суммарный эффект составляет 52 единицы. Заметим, что в отсутствии диверсификации суммарный эффект составлял 33 единицы.

Невыпуклый случай

Пусть инвестиционный портфель лидера по-прежнему состоит из n проектов, а портфель ведомой организации состоит из m проектов с выпуклыми зависимостями $\varphi_j(y_j)$ (рис. 1).

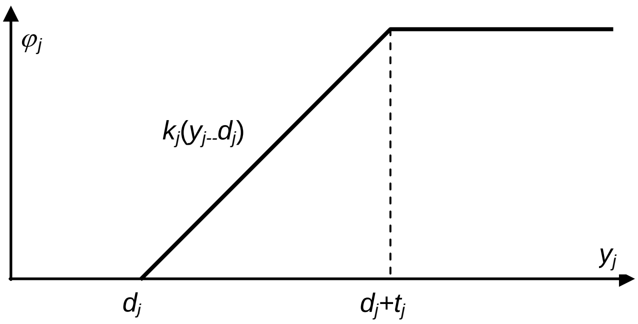

Рис. 1

$$\varphi_j(y_j) = \begin{cases} 0, & y_j \le d_j; \\ k_j(y_j - d_j), & d_j < y_j \le d_j + t_j. \end{cases} \qquad (10)$$

Содержательно зависимость (10) означает, что инвестиции идут на строительство объекта j (при этом доход равен 0), а затем на его эксплуатацию с доходом k_j на единицу затрат (t_j – максимально возможные инвестиции на эксплуатацию объекта). Поскольку (10) – выпуклые функции, то задача оптимизации для ведомой организации является задачей невыпуклого программирования. Для решения задачи приведем полезное свойство оптимального решения.

Теорема 1. *Существует такое оптимальное решение задачи ведомой организации, что не более одного объекта из принятых к реализации эксплуатируется с инвестициями менее* t_j.

Доказательство теоремы 1. Предположим, что в оптимальном решении

$$t_j\ 0 < y_j - d_j < t_j \quad \text{и} \quad 0 < y_s - d_s < t_s, \text{ причем } k_j \ge k_s.$$

В этом случае увеличиваем y_j за счет уменьшения y_s (доход при этом не уменьшается). Возможны два варианта: либо $y_j = d_j + t_j$, либо $y_s = 0$. Теорема доказана.

Теорема 1 позволяет предложить эффективный алгоритм решения задачи. Пусть проект *j* эксплуатируется с инвестициями меньше t_j. В этом случае остальные проекты либо не включаются в программу, либо включаются с максимальными инвестициями $(d_j + t_j)$. Для них мы получаем задачу о ранце, рассмотренную в предыдущем пункте. Обозначим $B_j(Y_2)$ – решение соответствующей задачи о ранце без проекта *j*. Определяем для каждого Y_2

$$B(Y_2) = \max_{y_j} \left[B_j(Y_2 - y_j) + \varphi_j(y_j) \right]. \qquad (11)$$

На основе таблиц $A(Y_1)$ и $B(Y_2)$ определяем оптимальное решение, как описано в п. 3. Перебирая все *m* проектов, выбираем лучший вариант.

Постановка задачи при объединении технологий и ресурсов

Диверсификация в форме присоединения к Лидеру

Рассмотрим здесь задачу о присоединении Ведомого производства 2 к Лидеру – производству 1.

Если возникнет такая возможность или высказывается предположение о целесообразности такой бизнес-операции, перед Лидером в таком случае встаёт задача оценки её эффективности. Будем считать, что Лидер, рассуждая о проведении операции по диверсификации собственного производства, проводит некоторым образом преобразование своей модели принятия решения и создаёт модель управления диверсифицированного производства.

Один из вариантов трансформации модели состоит в том, что Лидер при оценке выигрыша прибегает к операции суммирования функций выигрыша и ограничений.

Если операция суммирования для функций выигрыша, как правило, всегда имеет место, поскольку в бизнес-операциях результаты оцениваются в валюте деятельности, то суммирование ограничений отражает суть присоединения только тогда, когда суммируются одни и те же по природе ограничения, поскольку технологические процессы и ресурсные ограничения могут иметь свои специфические особенности. Так что, сохраняя идею присоединения технологических процессов без их коренной трансформации, будем разделять ресурсы на группы возможных к суммированию и несуммируемых.

Кроме того, среди ограничений будем выделять ограничения активные, когда в ограничениях имеет место равенство (их по смыслу относим к числу лимитирующих производство), и неактивные ограничения (т.е. не лимитирующие производство).

Очевидно, что нелимитирующие ресурсы являются в первую очередь кандидатами к обмену или передачи вовне, в частности другие производства, а в общем случае на внешний рынок.

Принимая во внимание проведенные рассуждения, запишем исходную позицию организаций перед принятием решения о диверсификации в виде

Предприятие 1 Лидер

$$f_1(x_1) \to \max,$$
$$g_1(x_1) \le b_1.$$

Предприятие 2 Ведомое

$$f_2(x_2) \to \max,$$
$$g_2(x_2) \le b_2.$$

Оптимальные значения функций цели:

$$f_1^{opt} = \max_{x_1 \subset X_1} f_1(x_1), \qquad f_2^{opt} = \max_{x_2 \subset X_2} f_2(x_2).$$

Отдельные множества ограничений:

$$X_1 = \{x_1 \subset E_{n_1}^{+} \mid g_1(x_1) \le b_1\}, \qquad X_2 = \{x_2 \subset E_{n_2}^{+} \mid g_2(x_2) \le b_2\}.$$

Рассматривая вопрос о рациональности присоединения, приобретения, поглощения, т.е. диверсификации своей организации (производства), инициатор операции Лидер должен построить модель, описывающую конечное состояние новой организации, возникающей в результате его управляющих действий.

Диверсифицированная модель

Если все ресурсы Подсистем могут передаваться (трансферабельны) и суммируемы, тогда в операции диверсификации возможно произвести объединение всех ресурсов, и множество ограничений примет вид

$$X_{div} = \{x_1 \subset E_{n_1}^{+}, x_2 \subset E_{n_2}^{+} \mid g_1(x_1) + g_2(x_2) \le b_1 + b_2\}.$$

Эффект присоединения определится из решения задачи:

$$F^{opt} = \max_{(x_1, x_2) \subset X_{div}} [f_1(x_1) + f_2(x_2)].$$

В работе [3] установлено следующее утверждение для задачи объединения.

Теорема об эффективности диверсификации в общем случае объединения

Рассмотрим сформулированную выше диверсифицированную модель для выпуклых функций и введём необходимые обозначения.

Пусть (x_1^0, x_2^0), λ_0^{opt} — оптимальное решение и оптимальный множитель Лагранжа в объединенной диверсифицированной модели,

x_1^{opt}, λ_1^{opt} и x_2^{opt}, λ_2^{opt} – оптимальные решения и оптимальные множители Лагранжа в задачах для первого и второго участников соответственно.

Доказана ***теорема*** в выпуклом случае.

Если множество Λ_1 оптимальных множителей Лагранжа в задаче для первого участника не пересекается с множеством Λ_2 оптимальных множителей Лагранжа в задаче для второго участника, то имеет место неравенство $F^{opt} > f_1^{opt} + f_2^{opt}$.

Постановка задачи при приобретении ресурсов

Диверсифицированная модель приобретения ресурсов, игровая модель с правом первого хода

Выше описано стартовое положение двух подсистем (игроков). Положим, что Лидер (игрок 1) принимает решение обратиться к Ведомому (игроку 2) с предложением о продаже ему части ресурсов. Эта ситуация описывается теоретико-игровой моделью с правом первого хода.

Первый шаг осуществляет первый игрок Лидер. Он предлагает цену p на приобретаемый объём ресурса y. Ведомый игрок решает оптимизационную задачу о выборе своей стратегии в предлагаемых условиях

$$[(c_2, x_2) + py] \to \max,$$

$$A_2 x_2 \le b_2 - y,$$

$$f_2^{opt}(D) = \max_{\substack{x_2 \subset X_2 \\ y \ge 0}} [(c_2, x_2) + py],$$

$$X_2 = \{x_2 \subset E_{n_2}^{+} \mid A_2 x_2 \le b_2 - y\}.$$

В результате Ведомый игрок формирует оптимальный отклик $y_2^{opt}(p)$.

Лидер решает задачу о выборе своей стратегии (x_1, p) с учётом оптимального ответа Ведомого игрока.

$$[(c_1, x_1) - p y_2^{opt}(p)] \to \max,$$

$$A_1 x_1 \le b_1 + y_2^{opt}(p),$$

$$f_1^{opt}(D) = \max_{x_1 \subset X_1(p)} [(c_1, x_1) - p y_2^{opt}(p)],$$

здесь технологическое множество

$$X_1(p) = \{x_1 \subset E_{n_1}^{+} \mid A_1 x_1 \le b_1 + y_2^{opt}(p),\}.$$

Для завершения описания операции диверсификации необходимо отметить, что игроки должны заключить соглашение о выборе конкретных значений $y_2^{opt}(p)$ в случае неединственности оптимального отклика второго игрока, например, принять условие о его благожелательности в отношении первого игрока.

Эффективность операции определяется условием строгого превышения выигрышей игроков после диверсификации тех выигрышей игроков, которые они имели до операции диверсификации:

$$f_1^{opt}(D) > f_1^{opt},\ f_2^{opt}(D) > f_2^{opt}.$$

Заключение

Опираясь на полученные результаты, можно рассмотреть различные комбинации инвестиционных моделей (выпуклая, дискретная и невыпуклая модели для лидера и такие же для ведомой организации). Всего получается 9 вариантов моделей. Модели объединения, приобретения и поглощения позволяют оценить эффективность различных организационных трансформаций, связанных с диверсификацией производства инициаторов инновационных процессов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Баркалов С.А. Анализ модели диверсификации/ С.А. Баркалов, Ф.И.Ерешко, Н.А. Канаева. // Системы управления и информационные технологии: научно-технический журнал. №1.1 (55) 2014. Москва-Воронеж. Изд-во «Научная книга», 2014. С. 112-117.
2. Баркалов С.А. Прикладные модели в управлении организационными системами / С.А. Баркалов, В.Н. Бурков, В.В. Соколовский, Н.А. Шульженко. Тула, 2002
3. Бурков В.Н. Метод дихотомического программирования в задачах дискретной оптимизации. / В.Н. Бурков, И.В.Буркова. - М.: 2003 (Научное издание / ЦЭМИ РАН), 43 с.
4. Ерешко Ф. И. Схемы диверсификации в управляемых системах/ Ф.И. Ерешко, Н.А.Канаева. // Динамика неоднородных систем. Труды института системного анализа Российской академии наук. - М.: ЛЕНАНД, 2010. Т.53 (4). С. 32-45.
5. Ерешко Ф.И. Принятие решений о диверсификации систем. / Ф.И. Ерешко. // Труды Института системного анализа РАН “Динамика неоднородных систем”. - М.: ЛЕНАНД, 2010. Т. 53(4), С. 107-114.

S.A. Barkalov, I.V. Burkova, N.A. Kanaeva

PROBLEM OF OPTIMAL DIVERSIFICATION IN VARIOUS INDUSTRIES

FGBUN "Institute of Control. Trapeznikov RAS"
Voronezh State University of Architecture and Civil Engineering

In the article reviews various models of diversification in related and unrelated industries at different organizational forms, the essence of which is to invest and the pooling of organizations' resources. The article provides methods of setting and solving optimal diversification for convex, discrete and non-convex cases.

Keywords: model of diversification, department, investments