

УДК 658.5.011

Т.В. Курченкова, О.Ю. Лавлинская  
**МОДЕЛЬ ПОСТАВОК ПРОДУКЦИИ ПРОИЗВОДСТВЕННО-  
ЭКОНОМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ**

*Воронежский институт высоких технологий*

*В статье рассматривается модель поставок продукции от производителя конечному потребителю в рамках функционирования производственно-экономической системы. В представленной модели учитывается возможность переоборудования продукции по требованию заказчика.*

**Ключевые слова:** модель поставок продукции, переоборудование продукции.

Эффективность функционирования любой производственно-экономической системы (ПЭС) определяется качеством процесса планирования поставок различных видов продукции.

В настоящее время актуальной является задача комплектации изделий по требованиям заказчика. Для решения этой задачи необходимо разработать математическую модель планирования поставок комплектующих изделий с учетом требований конъюнктуры. Пусть рассматриваемая ПЭС является дискретной, т.е. все величины, связанные с количеством входной и выходной продукции представимы в виде дискретных переменных. В задачи рассматриваемой ПЭС входит поставка конечному потребителю товаров от производителя как в базовой (неизменной) комплектации, так и после их переоборудования (производства изделий нового вида из закупленных комплектующих, переоснащения готового оборудования взаимозаменяемыми деталями, влияющими на его характеристики и т.п.). Переоборудование продукции ПЭС экономически обоснованно в том случае, когда затраты на переоборудование окупаются прибылью от продажи готовых, полученных в результате, изделий. Целесообразно выделить следующие прибыли ПЭС от сбыта плановой и оперативно закупленной ПЭС продукции [1, 4]:

$$u = x + y. \quad (1)$$

От этих составляющих зависит взаимодействие ПЭС с поставщиками продукции. Первая (программная, плановая,  $x$ ) формируется на основе спроса на различные виды продукции в прошлом периоде планирования и гарантированных поставок потребителю в текущем. Вторая (оперативная,  $y$ ) – вносит изменения в количество закупаемой  $y$  поставщика продукции в зависимости от возникшего ранее не предусмотренного спроса.

Для рассматриваемого нами объекта составляющие  $x$  и  $y$  характеризуются прибылью, полученной ПЭС от реализации плановых или

оперативных поставок соответственно, поэтому можно рассматривать и как сумму  $x$  и  $y$ .

Перечислим и формализуем те числовые показатели, с помощью которых конструируется математическая модель работы ПЭС (структурная модель данного процесса представлена в [2]). Отчетный период, на который осуществляется планирование:  $T$  – количество периодов времени, за которое осуществляется планирование поставок продукции.  $t$  – номер указанного интервала,  $t = 1, \dots, T$ .

Пусть предприятие закупает у поставщиков  $K$  наименований продукции. В результате после производимых операций над продукцией на выходе у предприятия  $L$  наименований продукции ( $L > K$ ).

$A_k$ ,  $k = \overline{1, K}$  – входная продукция предприятия,

$B_\ell$ ,  $\ell = \overline{1, L}$  – выходная продукция предприятия.

Всю продукцию предприятия можно представить состоящей из  $S$  деталей:

$$A_k = (a_{k,1}, a_{k,2}, \dots, a_{k,S}), \quad k = \overline{1, K}, \quad a_{k,s} \in N_0, \quad s = \overline{1, S}, \quad (2)$$

где ( $N_0$  – множество натуральных чисел с нулем).  $a_{k,s}$  – количество  $s$ -х деталей в  $A_k$  продукции.

$$B_\ell = (b_{\ell,1}, b_{\ell,2}, \dots, b_{\ell,S}), \quad \ell = \overline{1, L}, \quad b_{\ell,s} \in N_0, \quad s = \overline{1, S}, \quad (3)$$

где  $b_{\ell,s}$  – количество  $s$ -х деталей  $B_\ell$  продукции.

Любая деталь на предприятии может продаваться как отдельный вид продукции, т.е. можно записать, что  $S < K$  и для простоты выделить в множестве  $A = \{A_k\}_{k=1}^K$  подмножество  $A^0 = \{A_k\}_{k=1}^S$  с первыми  $S$  номерами всех деталей рассматриваемой системы. Т.е.

$$\forall A_k, k = \overline{1, S}: (a_{k,k} = 1) \wedge (a_{k,i} = 0, i \neq k, i \leq S)$$

Оставшееся множество продукции обозначим  $A^1 = A \setminus A^0$ . Размерность множества  $|B| = \ell > k = |A|$ . Выделим в множестве  $B = \{B_\ell\}_{\ell=1}^L$  подмножество с первыми  $K$  номерами видов продукции  $B^A = \{B_\ell\}_{\ell=1}^K$  такое, что  $\forall \ell = \overline{1, K}: A_\ell = B_\ell$ . Множество остальных наименований продукции  $B^2 = \{B_\ell\}_{\ell=K+1}^L$  получаются после преобразований продукции  $A_k, k = \overline{1, K}$ .

Выделим подмножества  $B^0 = \{B_\ell\}_{\ell=1}^S$  и  $B^1 = B^A \setminus B^0$ .

$$B = B^0 \cup B^1 \cup B^2, \quad B^i \cap B^j = \emptyset \text{ для } i \neq j (i, j \in \{0, 1, 2\}).$$

Формализуем процесс получения множества  $B^2$ :

$$\sum_{j=K+1}^L \beta_j B_j = \sum_{i=1}^K \alpha_i A_i - \sum_{g=1}^S \gamma_g A_g, \quad \beta_j, \alpha_i, \gamma_g \in N_0, \quad (4)$$

где  $\alpha_i, \beta_j$  – количество единиц входной и выходной продукции соответственно.  $\gamma_g$  – количество деталей  $g$ -го вида, оказавшихся невостребованными в процессе сборки.

Обозначим  $v_\ell$  – прибыль от продажи единицы  $\ell$ -й продукции потребителю (более подробно рассмотрены в [3]). Для  $i$ -го шага (интервала времени планирования) можно записать, что прибыль от продажи переоборудованной продукции  $f_i(\beta_j^i) = \sum_{j=K+1}^L v_j \beta_j^i B_j$ , где  $\beta_j^i$  – количество полученной продукции  $B_j$  на  $i$ -м шаге. В соответствии с (4) количество продукции  $A_k$  на складе изменилось и стало  $(x_k^+)_{i+1} = (x_k^+)_i + (\gamma_g)_i$ , где  $(x_k^+)_i$  – количество продукции на складе на  $i$ -м шаге,  $(x_k^+)_{i+1}$  – количество продукции на складе на  $i+1$ -м шаге,  $(\gamma_g)_i$  – количество продукции, полученное по формуле (3) для  $i$ -го шага. В общем виде:

$$\begin{aligned} 1: f_1(\beta_j^1) &= \sum_{j=K+1}^L v_j \beta_j^1 B_j, \quad (x_k^+)_1 = x_k^+, \dots \\ i: f_i(\beta_j^i) &= \sum_{j=K+1}^L v_j \beta_j^i B_j, \quad (x_k^+)_i = (x_k^+)_{i-1} + (\gamma_g)_{i-1}, \dots \\ x &= f_T(\beta_j^T) = \sum_{j=K+1}^L v_j \beta_j^T B_j = \sum_{i=1}^T f_i(\beta_j^i) \rightarrow \max. \end{aligned} \quad (5)$$

Определим переменные, касающиеся процесса оперативной переработки продукции на предприятии. Помимо уже перечисленных нами выше, имеются и специфические, касающиеся только рассматриваемого процесса.

Пусть  $\eta_{\ell,s}$  – количество  $s$ -х деталей, необходимых для сборки  $\ell$ -го вида продукции.  $\eta_{\ell,s} \in N_0$ ,  $\ell = \overline{1, L}$ ,  $s = \overline{1, S}$ .

$v_i$  – множество вариантов использования  $s$ -й детали;  $n$  – номер варианта,  $n \in V_i$ ,  $i \in I$ ;

$A_k^+$  ( $k = \overline{1, S}$ ) – множество деталей на складе, из которых собирается выходная продукция;

$A_k^0$  ( $k = \overline{1, S}$ ) – остаток неизрасходованных деталей на складе;

$g_{s,n}$  – количество  $s$ -х деталей, для которых выбран  $n$ -й вариант использования.  $g_{s,n} \in N_0$ ,  $s = \overline{1, S}$ ,  $n \in V_i$

Перечислим ограничения модели:

$$\sum_{n \in V_i} g_{s,n} \leq |A_s^+|, s = \overline{1, S} \quad (6)$$

- объемы производства физически ограничены количеством деталей на складе.

$$\sum_{n \in V_i} \eta_{\ell, s} g_{s,n} = b_{\ell, s} \quad (7)$$

- соотношение количества s-х деталей, требуемых для сборки  $\ell$ -го вида выходной продукции.

$$\sum_{n \in V_i} g_{s,n} \leq A_s^0 + A_s^+, i \in I, s = \overline{1, S} \quad (8)$$

- соотношение расхода деталей на складе.

$$Q_{\Pi} = \sum_{\ell} c_{\ell} |B_{\ell}| - \sum_{n \in V_i} \sum_{s \in S} c_{s,n} g_{s,n} \rightarrow \max$$

- прибыль от сборки выходной продукции

В результате можно записать математическую модель в виде:

$$y = Q_{\Pi} = \sum_{\ell} c_{\ell} |B_{\ell}| - \sum_{n \in V_i} \sum_{s \in S} c_{s,n} g_{s,n} \xrightarrow{g_{s,n} \in N_0} \max$$

$$\sum_{n \in V_i} g_{s,n} \leq |A_s^+|, s = \overline{1, S}, \sum_{n \in V_i} \eta_{\ell, s} g_{s,n} = b_{\ell, s}, \quad (9)$$

$$\sum_{n \in V_i} g_{s,n} \leq A_s^0 + A_s^+, i \in I, s = \overline{1, S}.$$

Полученные модели применимы для описания процесса функционирования ПЭС в условиях изменения конфигурации продукции по требованию заказчика. Решение реализуется методами динамического программирования при планировании работы ПЭС.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Базара М. Нелинейное программирование. Теория и алгоритмы / М. Базара, К Шетти. – М.: Мир, 1982. – 583 с.
2. Курченков О. А. Структурная модель ресурсного взаимодействия производственно-экономических систем / О. А. Курченков, Т. В. Курченкова // Моделирование систем и информационные технологии [Текст]: межвузовский сборник научных трудов. Вып. 5 / Сост. И.Я. Львович, Ю.С. Сербулов; АНОО ВИВТ, Рос-НОУ (ВФ). – Воронеж: Научная книга, 2008. – С. 32-34.

3. Курченкова Т.В. Модели управления поставками и переработкой продукции производственно-экономической системы / Т.В. Курченкова, О.А. Курченков // Моделирование систем и информационные технологии [Текст]: межвузовский сборник научных трудов. Вып. 6 / Сост. И.Я. Львович, Ю.С. Сербулов; ВИВТ АНОО ВПО, РосНОУ (ВФ). – Воронеж: Научная книга, 2009. – С. 159-163.
4. Сербулов Ю.С. Математическая модель оперативного управления поставки сырья на молочные предприятия / XXXII Научная внутривузовская конференция: Тез. докл. и сообщ. / Ю.С. Сербулов.- Воронеж. технол. ин-т. - Воронеж, 1993, т.1. - С.7.

T.V. Kurchenkova, O.Y. Lavlinskaya  
**MODEL OF DELIVERIES OF PRODUCTS TO  
PRODUCTION ECONOMIC SYSTEM**  
*Voronezh institute of high technologies*

*Article contains the model of deliveries of production from the producer to the end user within functioning of productive economic system. Presented model contains a possibility of re-equipment of production on request of the customer.*

**Keywords:** model of deliveries of production, re-equipment of production.