

УДК 519.863:004.023

DOI: [10.26102/2310-6018/2024.46.3.011](https://doi.org/10.26102/2310-6018/2024.46.3.011)

Разработка генетического алгоритма решения одноэтапной транспортной задачи с фиксированными доплатами

Ю.В. Бондаренко¹✉, И.В. Горошко², А.А. Пензенский¹

¹Воронежский государственный университет, Воронеж, Российская Федерация

²Университет прокуратуры Российской Федерации, Москва, Российская Федерация

Резюме. Управление сложными логистическими процессами современных предприятий требует разработки адекватных математических моделей, позволяющих рассчитать оптимальные планы перевозки. Одной из таких моделей является транспортная задача с фиксированными доплатами, особенностью которой является нелинейность функции цели. Настоящее исследование посвящено разработке генетического алгоритма решения транспортной задачи с фиксированными доплатами. Основу исследования составляет проведенный анализ существующих подходов к решению различных модификаций транспортных задач. Особенностью предлагаемого алгоритма является формирование на каждом из этапов хромосом, удовлетворяющих ограничениям задачи, что позволяет сократить время решения. В исследовании подробно представлены шаги алгоритма формирования начальной популяции, кроссинговера и мутации, адаптированные к условиям транспортной задачи с фиксированными доплатами. В основу формирования начальной популяции положен подход случайного выбора пары «поставщик-потребитель», что обеспечивает ее достаточное разнообразие. Оператор кроссинговера реализуется посредством разработки алгоритма, основанного на делении по модулю двух сумм генов родителей и последующем перераспределении остатков от деления между потомками. Алгоритм мутации хромосомы основан на изменении плана перевозок для случайно выбранных строк и столбцов при сохранении допустимости особи. Для проведения вычислительного эксперимента разработан программный продукт на языке Python, приведен демонстрационный пример расчета. Результаты проведенных расчетов для группы сельхозпроизводителей позволили сделать выводы о практической значимости предлагаемого алгоритма и выявили возможности его использования для решения многоэтапных транспортных задач, актуальных для крупных производственных и логистических компаний.

Ключевые слова: транспортная задача, транспортная задача с фиксированными доплатами, генетический алгоритм, хромосома, мутация, кроссинговер, эвристический алгоритм, план перевозок, оптимизация.

Для цитирования: Бондаренко Ю.В., Горошко И.В., Пензенский А.А. Разработка генетического алгоритма решения транспортной задачи с фиксированными доплатами. *Моделирование, оптимизация и информационные технологии*. 2024;12(3). URL: <https://moitvvt.ru/ru/journal/pdf?id=1624> DOI: 10.26102/2310-6018/2024.46.3.011

Development of a genetic algorithm for solving a one-stage transport problem with fixed surcharges

Yu.V. Bondarenko¹✉, I.V. Goroshko², A.A. Penzenskiy¹

¹Voronezh State University, Voronezh, the Russian Federation

²University of Prosecutor's Office of the Russian Federation, Moscow, the Russian Federation

Abstract. Managing complex logistics processes of modern enterprises requires the development of adequate mathematical models that make it possible to calculate optimal transportation plans. One of these models is the transport problem with fixed surcharges, the feature of which is the nonlinearity of

the goal function. This study is devoted to the development of a genetic algorithm for solving a transport problem with fixed surcharges. The basis of the study is the analysis of existing approaches to solving various modifications of transport problems. A feature of the proposed algorithm is the formation at each stage of chromosomes that satisfy the constraints of the problem, which allows reducing the solution time. The study presents in detail the steps of the algorithm for forming the initial population, crossing over and mutation, adapted to the conditions of the transport problem with fixed surcharges. The formation of the initial population is based on the approach of randomly selecting a “supplier-consumer” pair, which ensures its sufficient diversity. The crossing over operator is implemented by developing an algorithm based on dividing modulo two the sum of the genes of the parents and subsequent redistribution of the remainders from the division between the descendants. The chromosome mutation algorithm is based on changing the transportation plan for randomly selected rows and columns while maintaining the admissibility of the individual. To conduct a computational experiment, a software product was developed in Python, and a demonstration example of the calculation is given. The results of the calculations for a group of agricultural producers allowed us to draw conclusions about the practical significance of the proposed algorithm and identified the possibilities of its use for solving multi-stage transport problems that are relevant for large manufacturing and logistics companies.

Keywords: transport problem, transport problem with fixed surcharges, genetic algorithm, chromosome, mutation, crossing over, heuristic algorithm, transportation plan, optimization.

For citation: Bondarenko Yu.V., Goroshko I.V., Penzeskiy A.A. Development of a genetic algorithm for solving a one-stage transport problem with fixed surcharges. *Modeling, Optimization and Information Technology*. 2024;12(3). URL: <https://moitvvt.ru/ru/journal/pdf?id=1624> DOI: 10.26102/2310-6018/2024.46.3.011 (In Russ.).

Введение

Характерной особенностью функционирования современных предприятий является стремление к глобализации, расширению пространственных связей и процессов взаимодействия. В связи с этим огромное внимание в компаниях уделяется проблемам организации цепи поставок. В современном мире транспортные перевозки представляют собой тщательно организованный последовательный процесс, управление которым, в силу его масштабности, невозможно без применения математических методов и информационных технологий.

Одной из широко известных классических задач оптимизации процесса перевозок является транспортная задача [1]. Функция цели транспортной задачи является линейной, а при ее формировании учитывается стоимость перевозки единицы однородной продукции от поставщика к потребителю. Линейная функция цели и линейная система ограничений дали исследователям возможность рассматривать и решать данную задачу как задачу линейного программирования. Сложность логистических процессов в практике современных предприятий привела к потребностям учета дополнительных условий при оптимизации перевозок, что повлекло появление различных модификаций и расширений классической транспортной задачи [2–5]. Одним из таких расширений является транспортная задача с фиксированными доплатами (ТЗФД) [1, 3]. Практический интерес к решению ТЗФД в настоящем исследовании вызван потребностью одного из агропромышленных холдингов в оптимизации транспортной логистики. Среди важных особенностей перевозок группы компаний является наличие фиксированных доплат за перевозку продукции, которые не зависят от объема перевозимой продукции. К таким доплатам при разных условиях относятся: стоимость дизельного топлива, стоимость проезда по платным участкам дороги, оплата работы водителя транспортного средства и т. д.

С математической точки зрения фиксированные доплаты приводят к изменению функции цели транспортной задачи – добавлению фиксированных доплат за проезд от поставщика к потребителю при условии, что такая доставка будет выбрана. Функция цели в ТЗФД является нелинейной, разрывной. Для решения таких NP-сложных задач широко применяются приближенные методы [1, 3], среди которых одним из наиболее известных является метод Балинского [1]. Вычислительные эксперименты, проводимые с решением ТЗФД алгоритмом Балинского, позволили, при всех его преимуществах, выявить ряд недостатков. Первый из них связан с тем, что метод дает хорошие приближения при сравнительно низких значениях переменных затрат по сравнению с фиксированными, что не всегда соответствует потребностям практики. Ко второму недостатку следует отнести сложность его адаптации к изменению функции цели, например, добавлению условно постоянных затрат.

Генетический алгоритм (ГА) выбран в настоящем исследовании для решения ТЗФД как универсальный алгоритм, допускающий без существенных изменений логики, возможность расширения для различных модификаций ТЗФД, которые возникают в практике компаний. Общие понятия и подходы к разработке генетических алгоритмов достаточно широко представлены в работах [6–9]. Возможность применения генетических алгоритмов для решения задач перевозки, их преимущества обоснованы в работах [9–14].

Целью настоящего исследования является совершенствование процессов перевозки в компании посредством разработки и программной реализации генетического алгоритма решения транспортной задачи с фиксированными доплатами, особенностью которого является формирование на каждом этапе хромосом, удовлетворяющих системе ограничений.

Отметим, что этапов предлагаемого алгоритма соответствует общей схеме генетического алгоритма. Однако, в классических генетических алгоритмах при создании популяции, скрещивании и мутации, как правило, не учитываются ограничения, накладываемые на хромосомы [6]. В отличие от этого, на каждом этапе предлагаемого алгоритма формируются особи, заведомо удовлетворяющие ограничениям транспортной задачи, что в условиях большого количества поставщиков и потребителей позволяет сократить время работы алгоритма.

В статье разработаны и описаны подробные алгоритмы каждого этапа ГА решения ТЗФД. При этом окончательный выбор подхода к реализации этапов из разработанных возможных вариантов осуществлялся на основе вычислительного эксперимента с последующим анализом генетического разнообразия, наследования генов, изменения функции приспособленности наилучших хромосом каждого поколения и т. д.

Для практической реализации алгоритма разработан программный продукт на языке Python, приведен демонстрационный пример расчета.

Постановка и математическая модель транспортной задачи с фиксированными доплатами

Пусть имеется m пунктов производства однородной продукции $A_1, A_2, \dots, A_i, \dots, A_m$. В каждом пункте производства A_i ($i = 1, \dots, m$) имеется запас товара в объеме a_i , предназначенный для отгрузки любому из n потребителей $B_1, B_2, \dots, B_j, \dots, B_n$. Спрос на товар каждого пункта потребления B_j известен и составляет величину b_j .

Поскольку каждая открытая транспортная задача может быть сведена к закрытой транспортной задаче, без ограничения общности будем полагать, что выполнены условия баланса спроса и предложения:

$$\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j.$$

Стоимость перевозки продукции из пункта производства A_i в пункт потребления B_j складывается из двух видов затрат:

- C_{ij} – стоимость перевозки единицы продукции (переменные затраты);
- F_{ij} – фиксированная доплата за доставку продукции (постоянные затраты).

При этом фиксированная плата F_{ij} взимается только в том случае, когда из A_i в B_j осуществляется поставка продукции в ненулевом объеме.

Транспортная задача с фиксированными доплатами (ТЗФД) заключается в отыскании такого плана перевозок товара, при котором обеспечивается потребность всех потребителей с минимальными суммарными затратами, связанными с транспортировкой продукции.

Для формального описания ТЗФД вводятся переменные x_{ij} – объем продукции, перевозимой из A_i в пункт потребления B_j , на основании которых формируется план (матрица) перевозок $X = (x_{ij})_{i,j=1,\overline{n}}$. Стоимость перевозки продукции в количестве x_{ij} определяется как функция $D_{ij}(x_{ij}) = \begin{cases} 0, & \text{если } x_{ij} = 0, \\ C_{ij} \cdot x_{ij} + F_{ij}, & \text{если } x_{ij} > 0. \end{cases}$

В описанных выше обозначениях закрытая транспортная задача с фиксированными доплатами имеет следующий вид [1]:

$$Z(X) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n D_{ij}(x_{ij}) \rightarrow \min, \quad (1)$$

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i, & i = 1, \dots, m, \\ \sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j, & j = 1, \dots, n, \\ x_{ij} \geq 0, & i = 1, \dots, m, \quad j = 1, \dots, n \end{cases} . \quad (2)$$

План перевозки X , удовлетворяющий соотношениям (2), называется допустимым. Особенностью задачи (1)–(2) является то, что функция цели $Z(X)$ является нелинейной, разрывной, что делает невозможным ее решение методами, применяемыми для решения классической транспортной задачи (например, методом потенциалов).

В работе [1] обосновано, что в случае целочисленных значений величин a_i и b_j решением задачи будет план перевозок $X^* = (x_{ij}^*)$ с целочисленными значениями x_{ij}^* , что позволяет рассматривать задачу (1)–(2) как целочисленную.

Генетический алгоритм решения транспортной задачи с фиксированными доплатами

В качестве хромосом генетического алгоритма решения ТЗФД примем допустимые планы перевозок, которые можно представить как в матричной, так и векторной форме. Каждый ген в хромосоме является целым или, в общем случае, вещественным числом и соответствует количеству продукции x_{ij} , перевозимой из конкретного пункта производства A_i в конкретный пункт потребления B_j .

Переход от более удобной для транспортной задачи матричной формы представления плана перевозок $X = (x_{ij})_{i=1,\overline{m}; j=1,\overline{n}}$ к более привычному для ГА

представлению хромосомы в векторной форме осуществляется посредством формирования массива размерности $1 \times (m \cdot n)$ следующего вида:

$$\tilde{X} = (\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_{mn}) = (x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1n}; x_{21}, \dots, x_{2n}; \dots; x_{m1}, \dots, x_{mn}). \quad (3)$$

Каждый ген матрицы X с индексами (i, j) получает в векторе (3) номер $k = (i - 1) \cdot n + j$. Обратно – каждому индексу k в векторе (3) соответствует пара индексов (i, j) матрицы перевозок $X = (x_{ij})_{i=1, \dots, m; j=1, \dots, n}$, где $i = \left[\frac{k-1}{n} \right] + 1$, $j = \left\{ \frac{k-1}{n} \right\} + 1$. При этом $\left[\frac{k-1}{n} \right]$ и $\left\{ \frac{k-1}{n} \right\}$ означают целую и дробную части целочисленного деления (деления по модулю n) числа $k - 1$ на n .

Следуя общему подходу [6], генетический алгоритм решения ТЗФД будем представлять в виде последовательности следующих этапов:

- инициализация, заключающаяся в создании начальной популяции;
- оценка – процесс получения данных о приспособленности особей популяции на основе оценочной функции;
- отбор родителей (репродукция) – выбор пар особей из популяции так, что более приспособленные особи получают больше наследников;
- воспроизведение (кроссинговер), заключающийся в создании новых особей путем комбинирования родительских генов;
- мутация – внесение случайных изменений в генетический материал наследников;
- исключение части хромосом из популяции так, чтобы размер популяции оставался постоянным.

Алгоритм представляет собой итерационный процесс, в котором для каждого нового поколения повторяются последовательно все этапы, начиная с оценки. Останов алгоритма происходит по одному из двух критериев: число поколений достигло наперед заданного значения; модуль разности между максимальными значениями индекса приспособленности особей двух подряд идущих поколений не превосходит наперед заданную малую величину.

Рассмотрим особенности каждого этапа ГА применительно к решению транспортной задачи с фиксированными доплатами.

На этапе инициализации необходимо сформировать начальную популяцию – получить определенное количество (Q) допустимых особей, различающихся наборами хромосом – планами перевозки. Для получения генетического разнообразия начальной популяции приведем алгоритм формирования особи.

Алгоритм 1. Алгоритм формирования особи начальной популяции ТЗФД

Шаг 0. Полагаем $J = \{1, 2, \dots, m \times n\}$ – множество индексов генов в хромосоме (3).

Шаг 1. Генерируется случайное число $k \in J$.

Шаг 2. Рассчитываются индексы $i = \left[\frac{k-1}{n} \right] + 1$, $j = \left\{ \frac{k-1}{n} \right\} + 1$.

Шаг 3. Полагаем $x_{ij} = \min\{a_i, b_j\}$, $a_i := a_i - x_{ij}$, $b_j := b_j - x_{ij}$

Шаг 4. Исключаем k из множества J , полагая $J := J \setminus \{k\}$. Если $J \neq \emptyset$, переход к шагу 1, иначе – допустимая в транспортной задаче хромосома X сформирована, конец алгоритма.

Алгоритм позволяет сформировать хромосому (план перевозок), удовлетворяющую допустимому множеству (2) ТЗФД, и повторяется до тех пор, пока не будет получено заданное число Q особей начальной популяции.

Таким образом, будем полагать, что сформирована начальная популяция хромосом $P_0 = \{X_1, X_2, \dots, X_Q\}$. Оценка приспособленности хромосом осуществляется на основе значений функции цели $Z(X)$ ТЗФД (1)–(2). Однако, поскольку целевой критерий направлен на достижение минимального значения данной функции, необходимо сформировать индекс приспособленности, наибольшее значение которого соответствует лучшей хромосоме ТЗФД. Выбор аналитического вида и параметров индекса приспособленности зависит от характера решаемой проблемы. Проведенные вычислительные эксперименты с разными типами функций показали, что для решения ТЗФД в качестве индекса приспособленности может быть выбрана экспоненциальная функция следующего вида:

$$\tilde{z}(X) = e^{-\alpha \cdot Z(X)},$$

где параметр α является положительным числом.

После испытаний с различными значениями параметра α и реальными данными конкретного предприятия, в настоящем исследовании выбрано $\alpha = 0,00005$, которое хорошо подошло для отделения хороших генотипов от плохих.

Вероятность выбора копий (хромосом) вычисляется по следующей формуле:

$$p(X_q) = \frac{\tilde{z}(X_q)}{\sum_{k=1}^Q \tilde{z}(X_k)}, q = 1, \dots, Q. \quad (4)$$

Выбор хромосом, которые примут участие в создании новой популяции, предлагается осуществлять методом рулетки [6–8], а их количество определяется как параметр K и, в общем случае, задается пользователем.

Для формирования интервалов секторов рулетки каждой хромосоме поставим в соответствие сумму вероятностей:

$$cp(X_q) = \sum_{i=1}^q p(X_i), q = 1, \dots, Q.$$

Таким образом, отрезок $[0, 1]$ разбивается на следующие интервалы:

$$[0, cp(X_1)], cp(X_1), cp(X_2), \dots, cp(X_{Q-1}), cp(X_Q).$$

Соответственно, для кругового сектора рулетки данные интервалы определяют долю каждого сектора.

Для отбора родителей генерируется значение R случайного числа, равномерно распределенного на отрезке $[0, 1]$, и выбирается хромосома X_i , удовлетворяющая условию:

$$cp(X_{i-1}) < R \leq cp(X_i).$$

Повторение такой процедуры отбора особей (родителей) K раз обеспечивает получение заданного числа родителей. При этом наиболее приспособленные генотипы могут быть выбраны несколько раз, а слабые не выбраны ни разу.

Следующий шаг – это операция скрещивания или кроссинговера. Для его реализации рассмотрим произвольную пару родителей X^1, X^2 , для которых необходимо сформировать пару потомков X^{11}, X^{22} . Приведем шаги алгоритма, особенностью которого является получение потомков, удовлетворяющих допустимому множеству ТЗФД (2).

Алгоритм 2. Алгоритм кроссинговера для ТЗФД

Шаг 1. Формирование массивов $S = (s_{ij})_{i=\overline{1,m}, j=\overline{1,n}}$ и $V = (v_{ij})_{i=\overline{1,m}, j=\overline{1,n}}$ по следующему правилу: $s_{ij} = (x_{ij}^1 + x_{ij}^2) \div 2$; $v_{ij} = (x_{ij}^1 + x_{ij}^2) \bmod 2$.

Таким образом, в массив S заносятся целые части результатов целочисленного деления суммы генов родителей на 2, в массив V – остатки от деления. При этом $v_{ij} \in \{0, 1\}$.

Полагаем:

$$a'_i = a_i - \sum_{j=1}^n s_{ij}, i = 1, \dots, m;$$

$$b'_j = b_j - \sum_{i=1}^m s_{ij}, j = 1, \dots, n.$$

Шаг 2. Формирование массивов V' и V'' размерности $m \times n$, удовлетворяющих следующим свойствам:

$$\sum_{j=1}^n v'_{ij} + \sum_{j=1}^n v''_{ij} = \sum_{j=1}^n v_{ij}, \text{ для всех } i = 1, \dots, m;$$

$$\sum_{i=1}^m v'_{ij} + \sum_{i=1}^m v''_{ij} = \sum_{i=1}^m v_{ij}, \text{ для всех } j = 1, \dots, n.$$

При этом $v'_{ij}, v''_{ij} \in \{0, 1\}$, для всех $i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n$.

Для этого воспользуемся следующими шагами:

Шаг 2.1. Заполняем массивы V' и V'' нулями, полагаем $w = 1, l = 1$.

Шаг 2.2. Просматриваем массив V по строкам сверху вниз, направо начиная с элемента v_{wl} до тех пор, пока не найдется элемент $v_{ij} = 1$. Если таких элементов нет, то переход к шагу 3, иначе – переход к шагу 2.3.

Шаг 2.3. Проверяем, если выполняются условия:

$$\sum_{j=1}^n v'_{ij} + 1 \leq a'_i, \sum_{i=1}^m v'_{ij} + 1 \leq b'_j,$$

то заменяем v'_{ij} на $v'_{ij} + 1$.

В противном случае заменяем v''_{ij} на $v''_{ij} + 1$.

Шаг 2.4. Если $i = m, j = n$, то переход к шагу 3. Иначе полагаем $w = i, l = j$ и переходим к шагу 2.2.

Шаг 3. Формирование потомков: $X^{11} = S + V', X^{12} = S + V''$. Останов.

Сформированные потомки (все или определенная доля из них) подвергаются мутации.

Для описания алгоритма мутации рассмотрим хромосому $X = (x_{ij})_{i=1, \dots, m, j=1, \dots, n}$.

Алгоритм 3. Алгоритм мутации для ТЗФД

Шаг 0. Пусть $X = (x_{ij})_{i=1, \dots, m, j=1, \dots, n}$ – хромосома, подлежащая мутации. Задаем число строк s и число столбцов r , определяющих гены, подлежащие изменению.

Шаг 1. Генерируются случайные множества индексов строк и столбцов:

$$\tilde{I} = \{i_1, i_2, \dots, i_s\} \subseteq \{1, 2, \dots, m\};$$

$$\tilde{J} = \{j_1, j_2, \dots, j_r\} \subseteq \{1, 2, \dots, n\}.$$

Шаг 2. Вычисляются суммы элементов выбранных строк и столбцов хромосомы X :

$$\tilde{a}_i = \sum_{j \in \tilde{J}'} x_{ij}, \text{ для всех } i \in \tilde{I};$$

$$\tilde{b}_j = \sum_{i \in \tilde{I}'} x_{ij}, \text{ для всех } j \in \tilde{J}.$$

Шаг 3. Алгоритмом формирования особи начальной популяции ТЗФД (алгоритмом 1) отыскивается допустимая хромосома $\tilde{X} = (\tilde{x}_{ij})$ в транспортной задаче

размерности $s \times r$, пункты производства и потребления в которой определены множествами \tilde{I} и \tilde{J} соответственно, а запасы и потребности – величинами \tilde{a}_i и \tilde{b}_j , где $i \in \tilde{I}, j \in \tilde{J}$.

Шаг 4. В исходной хромосоме X заменяем элементы x_{ij} с индексами $i \in \tilde{I}, j \in \tilde{J}$ на элементы \tilde{x}_{ij} . Таким образом, мутация хромосомы получена. Конец алгоритма.

На последнем этапе генетического алгоритма вычисляется значение индекса приспособленности для каждой новой особи популяции, полученной алгоритмом 2 или алгоритмом 3. В следующую популяцию переходят Q особей с наибольшим значением индекса приспособленности. Заметим, что вместо индекса приспособленности для отбора особей может использоваться непосредственно функция цели (1). В таком случае отбираются особи с наименьшими значениями функции цели.

В качестве приближенного решения ТЗФД принимается хромосома из последней популяции ГА с наименьшим значением функции цели (1).

Программная реализация и пример расчета

Для проведения вычислительного эксперимента разработан программный продукт на языке Python. Для реализации алгоритма использованы библиотеки:

- библиотека NumPy, используемая для работы с многомерными массивами;
- библиотека random, применяемая для генерации случайных чисел;
- библиотека math.

На входе программы вводятся следующие данные: количество поставщиков; количество потребителей; запасы товара; спрос потребителей; матрица переменных затрат на перевозку; матрица фиксированных доплат; размер популяции; число поколений; размер участка мутации. На выходе представляется приближенное решение ТЗФД и значение функции цели.

Рассмотрим результаты работы программы для конкретного числового примера.

Пусть в ТЗФД число пунктов производства $m = 4$, а число пунктов потребления $n = 5$.

Запасы товара и спрос со стороны потребителей задаются наборами $a = (48, 30, 27, 20)$ и $b = (18, 27, 42, 12, 26)$.

Матрицы переменных затрат и фиксированных доплат:

$$C = \begin{pmatrix} 100 & 200 & 100 & 150 & 300 \\ 350 & 175 & 215 & 340 & 415 \\ 290 & 153 & 315 & 349 & 276 \\ 144 & 337 & 428 & 234 & 166 \end{pmatrix}; \quad D = \begin{pmatrix} 393 & 222 & 157 & 352 & 418 \\ 290 & 384 & 519 & 440 & 327 \\ 276 & 193 & 214 & 347 & 520 \\ 295 & 319 & 456 & 178 & 210 \end{pmatrix}.$$

На Рисунке 1 показано окно ввода исходной информации для данного примера.

Для размера популяции в 500 особей и 50 поколений в результате работы генетического алгоритма получена следующая лучшая хромосома (план перевозок), которая и принимается за приближенное решение ТЗФД:

$$\tilde{X} = \begin{pmatrix} 18 & 0 & 18 & 12 & 0 \\ 0 & 6 & 24 & 0 & 0 \\ 0 & 21 & 0 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 20 \end{pmatrix}.$$

Значение функции цели $Z(\tilde{X}) = 22569$.


```

Введите количество поставщиков: 4
Введите количество потребителей: 5
Введите запас товара у 1-ого поставщика: 48
Введите запас товара у 2-ого поставщика: 30
Введите запас товара у 3-ого поставщика: 27
Введите запас товара у 4-ого поставщика: 20
Введите объем спроса 1-ого потребителя: 18
Введите объем спроса 2-ого потребителя: 27
Введите объем спроса 3-ого потребителя: 42
Введите объем спроса 4-ого потребителя: 12
Введите объем спроса 5-ого потребителя: 26
Введите 1 строку матрицы переменных затрат на перевозку из 5 элементов:
100 200 100 150 300
Введите 2 строку матрицы переменных затрат на перевозку из 5 элементов:
350 175 215 340 415
Введите 3 строку матрицы переменных затрат на перевозку из 5 элементов:
290 155 315 349 276
Введите 4 строку матрицы переменных затрат на перевозку из 5 элементов:
144 337 428 234 166
Введите 1 строку матрицы фиксированных доплат из 5 элементов:
393 222 157 352 418
Введите 2 строку матрицы фиксированных доплат из 5 элементов:
290 384 519 440 327
Введите 3 строку матрицы фиксированных доплат из 5 элементов:
276 193 214 347 520
Введите 4 строку матрицы фиксированных доплат из 5 элементов:
295 319 456 178 210
Введите размер популяции: 100
Введите количество поколений: 10
    
```

Рисунок 1 – Окно ввода данных
Figure 1 – Data entry window

На Рисунке 2 показано окно вывода результатов расчета.

```

Лучшее значение Z на 5-ой итерации: 22569
Соответствующее значение допустимого плана X:
18 0 18 12 0
0 6 24 0 0
0 21 0 0 6
0 0 0 0 20
    
```

Рисунок 2 – Окно вывода результатов
Figure 2 – Results window

Поясним работу алгоритмов 2 и 3, реализующих этапы генетического алгоритма. Пусть, например, получены следующие родители:

$$X^1 = \begin{pmatrix} 18 & 27 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 30 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 12 & 15 \\ 0 & 0 & 9 & 0 & 11 \end{pmatrix}; X^2 = \begin{pmatrix} 18 & 27 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 7 & 23 \\ 0 & 0 & 27 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 15 & 5 & 0 \end{pmatrix}.$$

Сформируем пару потомков алгоритмом 2.

На первом шаге алгоритма получаем массивы S и V :

$$S = \begin{pmatrix} 18 & 27 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 15 & 3 & 11 \\ 0 & 0 & 13 & 6 & 7 \\ 0 & 0 & 12 & 2 & 5 \end{pmatrix}; V = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Соответственно, векторы $a' = (1, 1, 1, 1)$; $b' = (0, 0, 1, 1, 2)$.

На шаге 2 алгоритма получаем следующие массивы V' и V'' :

$$V' = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad V'' = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

На шаге 3 получаются следующие потомки:

$$X^{11} = \begin{pmatrix} 18 & 27 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 15 & 4 & 11 \\ 0 & 0 & 13 & 6 & 8 \\ 0 & 0 & 12 & 2 & 6 \end{pmatrix}; \quad X^{22} = \begin{pmatrix} 18 & 27 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 15 & 3 & 12 \\ 0 & 0 & 14 & 6 & 7 \\ 0 & 0 & 12 & 3 & 5 \end{pmatrix}.$$

Пример работы алгоритма 3 (мутация) рассмотрим на особи X^{11} . Для мутации выберем строки 1, 2, 3 и столбцы 1, 2, 3. Таким образом, $\tilde{I} = \tilde{J} = \{1, 2, 3\}$.

Во фрагменте хромосомы:

$$\begin{pmatrix} 18 & 27 & 2 \\ 0 & 0 & 15 \\ 0 & 0 & 13 \end{pmatrix}$$

подсчитываем суммы строк и столбцов: $\tilde{a}_1 = 47, \tilde{a}_2 = 15, \tilde{a}_3 = 13, \tilde{b}_1 = 18, \tilde{b}_2 = 27, \tilde{b}_3 = 30$.

На шаге 3 алгоритма получаем мутированный фрагмент хромосомы:

$$\tilde{X} = \begin{pmatrix} 18 & 12 & 17 \\ 0 & 15 & 0 \\ 0 & 0 & 13 \end{pmatrix}.$$

Соответственно, мутация хромосомы X^{11} имеет следующий вид:

$$\tilde{X}^{11} = \begin{pmatrix} 18 & 12 & 17 & 0 & 1 \\ 0 & 15 & 0 & 4 & 11 \\ 0 & 0 & 13 & 6 & 8 \\ 0 & 0 & 12 & 2 & 6 \end{pmatrix}.$$

Заметим, что для демонстрации работы алгоритма выбран пример небольшой размерности. Для реальных предприятий размер хромосом может существенно превышать данные значения, что не потребует изменения или корректировки его шагов.

Заключение

В настоящей статье представлен разработанный генетический алгоритм решения транспортной задачи с фиксированными доплатами. В общую схему генетического алгоритма встроены алгоритмы реализации каждого этапа – формирования начальной популяции, кроссинговера и мутации. Особенностью предлагаемых алгоритмов является формирование хромосом, удовлетворяющих допустимому множеству ТЗФД, что позволяет избежать получение и последующий отбор заведомо неподходящих решений. При формировании алгоритма осуществлялись многочисленные вычислительные расчеты, связанные с анализом получаемых решений и проверкой требований наследования хромосом наиболее приспособленных родителей и при этом достижение достаточного разнообразия популяции и т. д. В статье описана программная реализация полученного ГА, на примерах проведены разъяснения этапов алгоритма.

Следует отметить, что представленный в работе алгоритм не исключает возможности существования иных подходов к решению транспортной задачи с

фиксированными доплатами, дополняя базу эвристических алгоритмов для возможности дальнейшего выбора на практике наиболее эффективного для конкретной задачи. Тестирование и подбор параметров данного алгоритма на практике осуществлялся на данных конкретной компании и показал свои преимущества в качестве и скорости решения. Формирование других подходов к решению ТЗФД (например, алгоритма прямого отжига), последующее проведение сравнительного анализа алгоритмов, а также построение ГА решения многоэтапной транспортной задачи являются направлениями дальнейших исследований.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ / REFERENCES

1. Корбут А.А., Финкельштейн Ю.Ю. *Дискретное программирование*. Москва: Наука; 1969. 368 с.
Korbut A.A., Finkel'shtein Yu.Yu. *Diskretnoe programmirovaniye*. Moscow: Nauka; 1969. 368 p. (In Russ.).
2. Димов Ю.С., Лукьянов Н.Д. Применение генетического алгоритма для решения трипланарной транспортной задачи. *Вестник Иркутского государственного технического университета*. 2016;(7):73–79. <https://doi.org/10.21285/1814-3520-2016-7-73-79>
Dimov Yu., Lukyanov N. Genetic algorithm application for solving a multi-index transportation problem. *Vestnik Irkutskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta = Proceedings of Irkutsk State Technical University*. 2016;(7):73–79. (In Russ.). <https://doi.org/10.21285/1814-3520-2016-7-73-79>
3. Чернышова Г.Д., Чигодаева А.С. Задачи транспортного типа с разрывными целевыми функциями. *Вестник Воронежского государственного университета. Серия: Системный анализ и информационные технологии*. 2016;(2):65–69.
Chernyshova G.D., Chigodaeva A.S. The tasks of transport-typed with discontinuous objective function. *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Sistemnyi analiz i informatsionnye tekhnologii = Proceedings of Voronezh State University. Series: Systems Analysis and Information Technologies*. 2016;(2):65–69. (In Russ.).
4. Кумари А., Босе Т., Гупта Г., Бала Р. Модифицированный метод поиска решения сбалансированных транспортных задач: метод степенного ранга. *Вычислительные технологии*. 2024;29(2):62–68. (На англ.). <https://doi.org/10.25743/ICT.2024.29.2.005>
Kumari A., Bose T., Gupta G., Bala R. Modified method for finding the solution of balanced transportation problems: a power rank method. *Vychislitel'nye tekhnologii = Computational Technologies*. 2024;29(2):62–68. <https://doi.org/10.25743/ICT.2024.29.2.005>
5. Волхонская Е.Е. Задача оптимального назначения автономных транспортных средств в производственно-логистической системе. *Вестник Самарского государственного технического университета. Серия: Технические науки*. 2023;31(2):20–30. <https://doi.org/10.14498/tech.2023.2.2>
Volhonskaya E.E. The problem of optimal assignment of autonomous vehicles in production-logistics system. *Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. Seriya: Tekhnicheskie nauki = Vestnik of Samara State Technical University. Technical Sciences Series*. 2023;31(2):20–30. (In Russ.). <https://doi.org/10.14498/tech.2023.2.2>
6. Гладков Л.А., Курейчик В.В., Курейчик В.М. *Генетические алгоритмы*. Москва: Физматлит; 2010. 366 с.

- Gladkov L.A., Kureichik V.V., Kureichik V.M. *Geneticheskie algoritmy*. Moscow: Fizmatlit; 2010. 366 p. (In Russ.).
7. Вирсански Э. *Генетические алгоритмы на Python*. Москва: ДМК Пресс; 2020. 286 с.
Viranski E. *Hands-On Genetic Algorithms with Python*. Moscow: DMK Press; 2020. 286 p. (In Russ.).
 8. Саймон Д. *Алгоритмы эволюционной оптимизации*. Москва: ДМК Пресс; 2020. 940 с.
Saimon D. *Evolutionary Optimization Algorithms*. Moscow: DMK Press; 2020. 940 p. (In Russ.).
 9. Загинайло М.В., Фатхи В.А. Генетический алгоритм как эффективный инструмент эволюционных алгоритмов. *Инновации. Наука. Образование*. 2020;(22):513–518.
Zaginailo M.V., Fatkhi V.A. Geneticheskii algoritm kak effektivnyi instrument evolyutsionnykh algoritmov. *Innovatsii. Nauka. Obrazovanie*. 2020;(22):513–518. (In Russ.).
 10. Гусев П.Ю., Гусев К.Ю., Вахмин С.Ю. Применение генетических алгоритмов в оптимизации планировочных решений производственных подразделений машиностроительных предприятий. *Вестник Воронежского государственного технического университета*. 2019;15(2):22–28. <https://doi.org/10.25987/VSTU.2019.15.2.003>
Gusev P.Yu., Gusev K.Yu., Vahmin S.Yu. Application of genetic algorithms in optimization of planning decisions of industrial divisions of machine-building enterprises. *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta = Bulletin of Voronezh State Technical University*. 2019;15(2):22–28. (In Russ.). <https://doi.org/10.25987/VSTU.2019.15.2.003>
 11. Шитов А.Е., Журавлев И.А. Исследование работы генетического алгоритма в процессе производственно-хозяйственной деятельности. *Наукосфера*. 2021;(12-1):236–240. <https://doi.org/10.5281/zenodo.5788763>
Shitov A.E., Zhuravlev I.A. Investigation of the work of the genetic algorithm in the process of industrial and economic activity. *Naukosfera*. 2021;(12-1):236–240. (In Russ.). <https://doi.org/10.5281/zenodo.5788763>
 12. Скворцов С.В., Дьяков М.С. Ускорение генетического алгоритма решения транспортной задачи средствами многопоточного программирования. *Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета*. 2023;(84):99–107. <https://doi.org/10.21667/1995-4565-2023-84-99-107>
Skvortsov S.V., Dyakov M.S. Acceleration of genetic algorithm for transportation problem solution by means of multithreading programming. *Vestnik Ryazanskogo gosudarstvennogo radiotekhnicheskogo universiteta = Vestnik of Ryazan State Radio Engineering University*. 2023;(84):99–107. (In Russ.). <https://doi.org/10.21667/1995-4565-2023-84-99-107>
 13. Altiparmak F., Gen M., Lin L., Paksoy T. A genetic algorithm approach for multi-objective optimization of supply chain networks. *Computers & Industrial Engineering*. 2006;51(1):196–215. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2006.07.011>
 14. Khalili-Damghani K., Tavana M., Santos-Arteaga F.J., Ghanbarzad-Dashti M. A customized genetic algorithm for solving multi-period cross-dock truck scheduling problems. *Measurement*. 2017;108:101–118. <https://doi.org/10.1016/j.measurement.2017.05.027>

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ / INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Бондаренко Юлия Валентиновна, доктор технических наук, доцент, профессор Воронежского государственного университета, Воронеж, Российская Федерация.
e-mail: bond.julia@mail.ru
ORCID: [0000-0002-5442-9123](https://orcid.org/0000-0002-5442-9123)

Yulia V. Bondarenko, Doctor of Technical Sciences, Associate Professor, Professor of Voronezh State University, Voronezh, the Russian Federation.

Горошко Игорь Владимирович, доктор технических наук, профессор, заведующий отделом правовой статистики и информационного обеспечения прокурорской деятельности Университета прокураторы Российской Федерации, Москва, Российская Федерация.
e-mail: garrygo@mail.ru
ORCID: [0000-0002-0749-992X](https://orcid.org/0000-0002-0749-992X)

Igor V. Goroshko, Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the Department of Legal Statistics and Information Support for Prosecutor's Activities of the University of Prosecutor's Office of the Russian Federation, Moscow, the Russian Federation.

Пензенский Александр Александрович, магистрант Воронежского государственного университета, Воронеж, Российская Федерация.
e-mail: sashapenzensky@gmail.com

Alexander A. Penzensky, master's student, Voronezh State University, Voronezh, the Russian Federation.

Статья поступила в редакцию 09.07.2024; одобрена после рецензирования 18.07.2024; принята к публикации 23.07.2024.

The article was submitted 09.07.2024; approved after reviewing 18.07.2024; accepted for publication 23.07.2024.