

УДК 519.813.7

DOI: [10.26102/2310-6018/2024.47.4.035](https://doi.org/10.26102/2310-6018/2024.47.4.035)

Математическая формализация конфликта агентов при достижении локальных целей

Л.В. Россихина¹, Б.А. Торопов¹, В.Ф. Макаров¹, А.С. Овчинский²

¹Академия управления МВД России, Москва, Российская Федерация

²Московский университет МВД России имени В.Я. Кикотя, Москва, Российская Федерация

Резюме. В статье приведена математическая формализация конфликтного взаимодействия активных агентов, ориентированных на достижение своих локальных целей в процессе достижения общей цели организационной системы. Конфликт рассматривается как столкновение активных агентов из-за одного ресурса, обладание которым позволит достичь локальной цели. Представлены три вида отношений активного агента к данному ресурсу (обладание, безразличие, противодействие) с учетом их полезности в достижении локальной цели. Математически конфликт между агентами определяется установлением связей между элементами множества активных агентов с элементами множества ресурсов, из-за которых возник конфликт. Предложен алгоритм оценки взаимного воздействия активных агентов из-за ресурса в ядре конфликта, основанный на построении двудольного графа «активный агент – ресурс» и графа конфликта в организационной системе. Веса дуг двудольного графа определяются как величины функций полезности ресурса, из-за которого возник конфликт в достижении локальных целей активными агентами. Реализация алгоритма позволяет получить оценку степени столкновения активных агентов из-за одного ресурса и оценку взаимодействия активных агентов в ядре конфликта. Приведен пример выполнения алгоритма.

Ключевые слова: агент, конфликт, ресурс, ядро конфликта, локальная цель, граф, матрица весов графа, организационная система.

Для цитирования: Россихина Л.В., Торопов Б.А., Макаров В.Ф., Овчинский А.С. Математическая формализация конфликта агентов при достижении локальных целей. *Моделирование, оптимизация и информационные технологии.* 2024;12(4). URL: <https://moitvvt.ru/ru/journal/pdf?id=1757> DOI: 10.26102/2310-6018/2024.47.4.035

Mathematical formalization of agent conflict in achieving local goals

L.V. Rossikhina¹, B.A. Toropov¹, V.F. Makarov¹, A.S. Ovchinsky²

¹Academy of Management of the Ministry of Internal Affairs of Russia, Moscow, the Russian Federation

²Moscow University of the Ministry of Internal Affairs of Russia named after V.Ya. Kikot, Moscow, the Russian Federation

Abstract: The article presents a mathematical formalization of the conflict interaction of active agents focused on achieving their local goals in the process of achieving the common goal of the organizational system. The conflict is considered as a clash of active agents over a single resource, the possession of which will allow achieving a local goal. Three types of relations of an active agent to a given resource (possession, non-distinction, opposition) are presented, taking into account their usefulness in achieving a local goal. Mathematically, the conflict between agents is determined by the establishment of links between the elements of the set of active agents with the elements of the set of resources that caused the conflict. An algorithm for evaluating the mutual impact of active agents due to a resource in the core of the conflict is proposed, based on the construction of a bipartite graph "active agent - resource" and a

graph of conflict in the organizational system. The weights of the arcs of a bipartite graph are defined as the values of the utility functions of the resource that caused the conflict in achieving local goals by active agents. The implementation of the algorithm allows to obtain an assessment of the degree of collision of active agents due to a single resource and an assessment of the interaction of active agents in the core of the conflict. An example of the algorithm execution is given.

Keywords: agent, conflict, resource, conflict core, local target, graph, graph weight matrix, organizational system.

For citation: Rossikhina L.V., Toropov B.A., Makarov V.F., Ovchinsky A.S. Mathematical formalization of agent conflict in achieving local goals. *Modeling, Optimization and Information Technology*. 2024;12(4). (In Russ.) URL: <https://moitvvt.ru/ru/journal/pdf?id=1757> DOI: 10.26102/2310-6018/2024.47.4.035

Введение

В настоящее время исследованию отношений, возникающих в ходе взаимодействия в организациях, на основе математического моделирования посвящено немало работ [1–8].

В статье [9] рассмотрены основные типы отношений (содействие, независимость, конфликт), возникающих между активными агентами в процессе достижения общей цели организационной системы. Применение функции полезности для характеристики активных агентов позволило количественно оценить это множество отношений. Сформированная на основании полученных оценок матрица состояния организационной системы позволила выявить ядра конфликтов, возникающих в ходе достижения общей цели.

Однако, говоря об активности агентов организационной системы, необходимо помнить о существовании локальных целей агентов. Поэтому математическая формализация отношений активных агентов в процессе достижения локальных целей является непростой задачей и актуальной, так как активность агентов определяет их способность выбора действий, учитывающих собственные интересы.

Целью исследования является математическая формализация определения конфликта между активными агентами, ориентированными на достижение своих локальных целей в процессе достижения общей цели организационной системы.

Для достижения указанной цели необходимо решить следующие задачи:

- определить формальные и семантические связи между элементами организационной системы в условиях конфликта;
- предложить алгоритм оценки взаимного воздействия активных агентов в ядре конфликта.

Материалы и методы

В работе [10] автор предлагает рассматривать конфликт между активными агентами со своими локальными целями в процессе достижения общей цели организационной системы как столкновение из-за одного ресурса, обладание которым позволит достичь локальную цель.

Под ресурсами следует понимать средства (материальные, энергетические, трудовые и другие), которые необходимы для достижения общей цели системы и локальных целей активными агентами.

При этом можно выделить три вида отношений активных агентов к данному ресурсу:

- отношение обладание R_0 . Активный агент S_i , $i = \overline{1, n}$ для увеличения своей полезности в достижении локальной цели W_i имеет потребность в ресурсе z_k , $z_k \in R_0$;

– отношение безразличия R_B . Ресурс $z_k, z_k \in R_B$ не влияет на полезность активного агента $S_i, i = \overline{1, n}$ и на достижение локальной цели W_i ;

– отношение противодействия R_{Π} . Ресурс $z_k, z_k \in R_{\Pi}$ снижает полезность активного агента $S_i, i = \overline{1, n}$ и противодействует достижению локальной цели W_i .

Таким образом, три отношения (R_O, R_B, R_{Π}) , заданные на множестве Z ресурсов, определяют его структуру для каждого активного агента организационной системы.

Эти отношения обладают следующими свойствами [10]:

– отношение безразличия R_B рефлексивно;

– отношение обладания R_O и отношение противодействия R_{Π} асимметричны, поскольку имеют направленность со стороны активных агентов, вступающих в конфликт $R_O \cap R_O^{-1} = 0$ и $R_{\Pi} \cap R_{\Pi}^{-1} \neq 0$;

– отношение безразличия R_B симметрично, $R_B = R_B^{-1}$;

– структура обладания – безразличия – противодействия транзитивно, если отношения обладания R_O , безразличия R_B , противодействия R_{Π} транзитивны;

– структура обладания – безразличия – противодействия может быть задана отношением $R = R_O \cup R_B \cup R_{\Pi}$.

При этом отношение R обладает следующими свойствами:

– отношение $R = R_O \cup R_B \cup R_{\Pi}$ рефлексивно, так как R_B рефлексивно;

– если R_O, R_B, R_{Π} транзитивны, то отношение R транзитивно;

– если отношение R рефлексивно и транзитивно, то $R = R_O \cup R_B \cup R_{\Pi}$ – отношение квази порядка.

Математическую формализацию определения конфликта между активными агентами $S_i, i = \overline{1, n}$ в процессе достижения своих локальных целей заключается в установлении связей между элементами множества $S = \{S_i\}, i = \overline{1, n}$, то есть в установлении соответствия (1):

$$H_1: S \rightarrow Z, \quad (1)$$

где S – конечное множество активных агентов, вступающих в конфликт, из-за одного вида ресурса; Z – конечное множество ресурсов, из-за которых возник конфликт.

Следовательно, в сопоставлении каждому активному агенту $S_i, i = \overline{1, n}$, интересующих его ресурсов Z и заключается установление соответствия (1).

Если через $A_i \in S$ обозначить подмножество всех активных агентов, для которых обладание ресурсом, из-за которого возник конфликт, обеспечит достижение их локальных целей, то очевидно, что $S = \bigcup_i A_i$.

Таким образом, множество $A \subseteq S$ называется ядром конфликта в $(S, > I)$, если любые два активных агента S_1 и S_2 имеют подобные цели относительно одного ресурса, из-за которого возник конфликт, то есть выполняется условие $S_1 > I S_2$.

$> I$ – бинарное отношение на S , характеризующее отношение подобия. Если $(S_1, S_2) \in > I$, то активный агент S_1 , вступающий в конфликт с активным агентом S_2 из-за одного ресурса, имеет с активным агентом S_2 подобные цели относительно ресурса.

Содержательно выражение (1) можно интерпретировать как установление соответствия каждому активному агенту ресурса, обладание которым позволит достичь локальную цель. Механизм установления соответствия можно представить в виде двудольного графа (Рисунок 1).

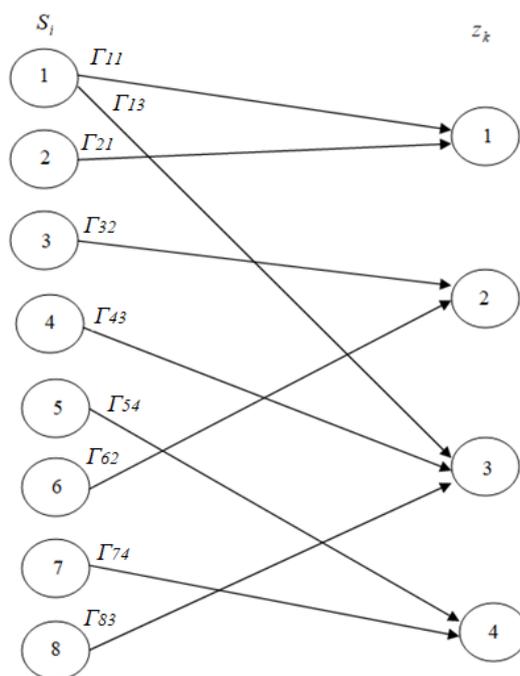


Рисунок 1 – Пример двудольного графа
Figure 1 – Example of a bipartite graph

Вес дуг двудольного графа определяются как значения вещественной функции полезности $\Gamma(S_i)$ активных агентов с учетом обладания ресурсом. То есть при выполнении условия $\Gamma(S_i) > \Gamma(S_j)$ ($>$ – лучше), S_i лучше S_j ($S_i > S_j$).

Таким образом, активный агент S_i обладает ресурсом z_k , из-за которого возник конфликт ($z_k \in R_O$), если (2)

$$\Gamma(S_i, z_k) > \Gamma(S_i, \bar{z}_k), \quad (2)$$

где \bar{z}_k – отсутствие ресурса.

То есть обладание ресурсом z_k , из-за которого возник конфликт, увеличивает общую полезность достижения цели W_i активным агентом S_i в смысле критерия Γ .

Аналогично, активный агент S_i безразличен к ресурсу z_k , ($z_k \in R_B$), если (3)

$$\Gamma(S_i, z_k) = \Gamma(S_i, \bar{z}_k). \quad (3)$$

Ресурс z_k противодействует активному агенту S_i достичь локальной цели W_i , ($z_k \in R_{II}$), если (4)

$$\Gamma(S_i, z_k) < \Gamma(S_i, \bar{z}_k). \quad (4)$$

Учитывая сказанное можно предложить алгоритм оценки взаимного воздействия активных агентов из-за ресурса в ядре конфликта.

Описание алгоритма.

Шаг 1. Построить двудольный граф «активный агент – ресурс». Веса дуг определяют функции полезности $\Gamma(S_i, z_k)$ ($i = \overline{1, n}, k = \overline{1, p}$) ресурса, из-за которого возник конфликт, в достижении локальной цели W_i активным агентом S_i .

Шаг 2. Построить матрицу весов графа конфликта. Вес дуги определяет модуль длины пути в двудольном графе, с учетом того, что длины дуг (i, k) равны Γ_{ik} , а длины дуг (k, i) равны $(-\Gamma_{ik})$.

Шаг 3. Определить величину λ_{ij} степени столкновения активных агентов S_i и S_j из-за ресурса, оказывающего влияние на достижение локальных целей агентов, по формуле (5):

$$\lambda_{ij} = \frac{|l_{ij}|}{\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n |l_{ij}|}, i = \overline{1, n}, j = \overline{1, n}, i \neq j, \quad (5)$$

где l_{ij} – длина пути.

Определить величину λ_i^C степени совместного воздействия активных агентов на активного агента S_i в ходе конфликта за один ресурс, по формуле (6):

$$\lambda_i^C = \frac{\sum_{j=1}^n |l_{ij}|}{\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n |l_{ij}|}. \quad (6)$$

Результаты и обсуждение

Рассмотрим организационную систему, в составе которой находятся восемь активных агентов, вступающих в конфликт за ресурс в процессе достижения своих локальных целей. В Таблице 1 приведены значения функции полезности активных агентов с учетом обладания ресурсом.

Таблица 1 – Исходные данные

Table 1 – Initial data

	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8
z_1	20	10						
z_2			12			11		
z_3	16			24				10
z_4					17		8	

Установление соответствия между активными агентами и ресурсами представлено на Рисунке 2.

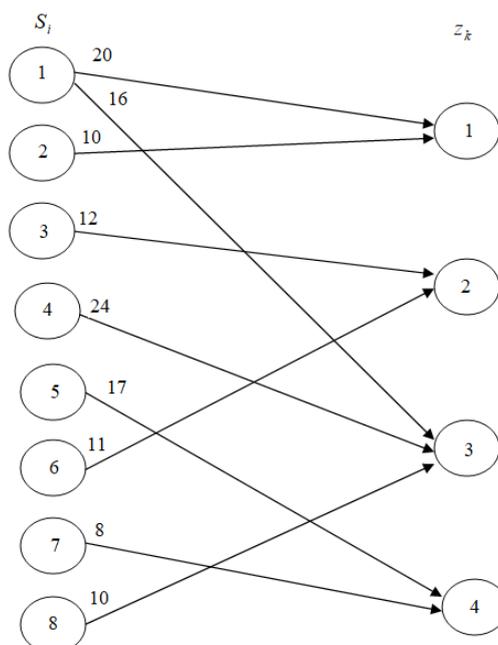


Рисунок 2 – Двудольный граф «активный агент – ресурс»
Figure 2 – Bipartite graph "active agent – resource"

Построим общий граф конфликта (Рисунок 3), вес дуг которого определим как длину пути в двудольном графе (Рисунок 2).

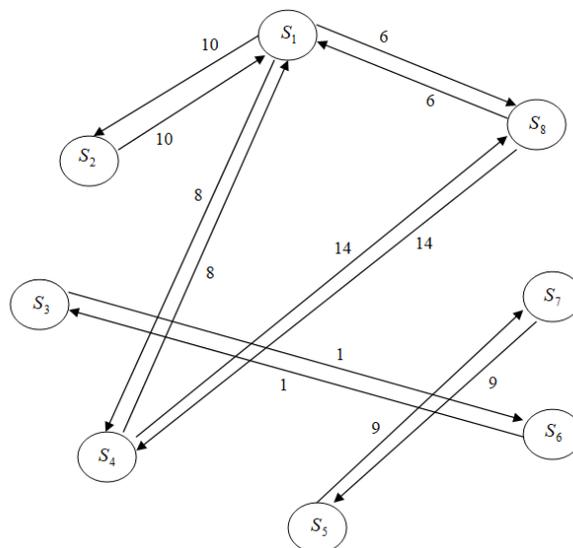


Рисунок 3 – Общий граф конфликта
Figure 3 – The general graph of the conflict

Весы дуг графа приведем в Таблице 2.

Таблица 2 – Матрица весов графа
Table 2 – The matrix of graph weights

	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8
S_1		10		8				6
S_2	10							
S_3								
S_4	8							14
S_5							9	
S_6			1					
S_7					9			
S_8	6			14				
λ^C	25	10,4	1,05	22,9	9,4	1,05	9,4	20,8

Значения степени воздействия активного агента на других активных агентов организационной системы в ходе конфликта из-за ресурса рассчитаем по формуле (5). В результате несложных вычислений получим: $\lambda_{12} = 10,4 \%$; $\lambda_{14} = 8,3 \%$; $\lambda_{18} = 6,25 \%$; $\lambda_{21} = 10,4 \%$; $\lambda_{36} = 1,05 \%$; $\lambda_{41} = 8,3 \%$; $\lambda_{48} = 14,6 \%$; $\lambda_{57} = 9,4 \%$; $\lambda_{63} = 1,05 \%$; $\lambda_{75} = 9,4 \%$; $\lambda_{81} = 6,25 \%$; $\lambda_{84} = 14,6 \%$.

Величину степени совместного воздействия активных агентов на отдельного агента в ходе конфликта за один ресурс вычислим по формуле (6). Получим: $\lambda_1^C = 25 \%$; $\lambda_2^C = 10,4 \%$; $\lambda_3^C = 1,05 \%$; $\lambda_4^C = 22,9 \%$; $\lambda_5^C = 9,4 \%$; $\lambda_6^C = 1,05 \%$; $\lambda_7^C = 9,4 \%$; $\lambda_8^C = 20,8 \%$.

Анализ полученных результатов показал, что наибольшее столкновение из-за ресурса, обладание которым влияет на достижение локальных целей активных агентов, происходит между четвертым активным агентом S_4 и восьмым S_8 . При этом наибольшее воздействие в ядре конфликта оказывается на первого активного агента S_1 .

Таким образом, на примере рассмотрена реализация алгоритма оценки взаимного воздействия активных агентов друг на друга из-за одного ресурса в ядре конфликта.

Заключение

Данная работа является продолжением математического моделирования отношений агентов организационной системы, включающего математическую формализацию отношений активных агентов и разработку подходов их количественной оценки

В статье приведена математическая формализация отношений активных агентов, ориентированных на достижение локальных целей в процессе достижения общей цели организационной системы, основанных на их отношении к одному ресурсу.

Установлены формальные и семантические связи между элементами рассматриваемой системы.

Предложен алгоритм оценки взаимного воздействия активных агентов в ядре конфликта в процессе достижения локальных целей.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ / REFERENCES

1. Wieviorka M. Social conflict. *Current Sociology*. 2013;61(5-6):696–713. <https://doi.org/10.1177/0011392113499487>
2. Liu J., Yu C., Li C., Han J. Cooperation or Conflict in Doctor-Patient Relationship? An Analysis From the Perspective of Evolutionary Game. *IEEE Access*. 2020;8:42898–42908. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2020.2977385>
3. Ismaili S., Fidanova S. Application of Intuitionistic Fuzzy Sets for Conflict Resolution Modeling and Agent Based Simulation. *International Journal BIOautomation*. 2019;23(2):175–184. <https://doi.org/10.7546/ijba.2019.23.2.000544>
4. Skowron A., Ramanna S., Peters J.F. Conflict Analysis and Information Systems: A Rough Set Approach. In: *Rough Sets and Knowledge Technology: First International Conference, RSKT 2006: Proceedings, 24–26 July 2006, Chongqing, China*. Berlin, Heidelberg: Springer; 2006. pp. 233–240. https://doi.org/10.1007/11795131_34
5. Сысоев Д.В. Методы анализа канонических корреляционных плеяд в отношениях конфликта в социальных группах. *Информационные технологии в строительных, социальных и экономических системах*. 2020;(4):9–14.
Sysoev D.V. Methods for analyzing canonical correlation pleiades in conflict relationships in social groups. *Information technologies in construction, social and economic systems*. 2020;(4):9–14. (In Russ.).
6. Хвостов А.А., Журавлев А.А., Журавлев Е.А., Сысоев Д.В. Математическая модель динамики конфликта на основе Марковской цепи. *Информационные технологии в строительных, социальных и экономических системах*. 2019;(3-4):30–35.
Khvostov A.A., Zhuravlev A.A., Zhuravlev E.A., Sysoev D.V. Mathematical model of conflict dynamics based on Markov chain. *Information technologies in construction, social and economic systems*. 2019;(3-4):30–35. (In Russ.).
7. Burkov V.N., Enaleev A.K., Korgin N.A. Incentive Compatibility and Strategy-Proofness of Mechanisms of Organizational Behavior Control: Retrospective, State of the Art, and Prospects of Theoretical Research. *Automation and Remote Control*. 2021;82(7):1119–1143. <https://doi.org/10.1134/S0005117921070018>
8. Бурков В.Н., Буркова И.В., Даулбаева З.М., Ходунов А.М. Механизмы стимулирования при разных типах поведения агентов. В сборнике: *Управление развитием крупномасштабных систем MLSD'2019: Материалы двенадцатой*

- международной конференции, 01–03 октября 2019 года, Москва, Россия. Москва: Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова Российской академии наук; 2019. С. 1184. <https://doi.org/10.25728/mlsd.2019.1.1184>*
9. Россихина Л.В., Бецов А.В., Макаров В.Ф., Кондратьев В.Д. Математическое моделирование отношений агентов организационной системы. *Моделирование, оптимизация и информационные технологии*. 2024;12(4). <https://doi.org/10.26102/2310-6018/2024.47.4.001>
Rossikhina L.V., Betskov A.V., Makarov V.F., Kondratiev V.D. Mathematical modeling of relations between agents of an organizational system. *Modeling, Optimization and Information Technology*. 2024;12(4). (In Russ.). <https://doi.org/10.26102/2310-6018/2024.47.4.001>
10. Сысоев В.В. *Конфликт. Сотрудничество. Независимость: Системное взаимодействие в структурно-параметрическом представлении*. Москва: Московская академия экономики и права; 1999. 151 с.
Sysoev V.V. *Conflict. Cooperation. Independence. Moscow: Moscow Academy of Economics and Law; 1999. 151 p. (In Russ.)*.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ / INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Россихина Лариса Витальевна, доктор технических наук, профессор Академии управления МВД России, Москва, Российская Федерация.

e-mail: rossihina_lv@mail.ru

ORCID: [0000-0002-4822-8819](https://orcid.org/0000-0002-4822-8819)

Larisa V. Rossikhina, Doctor of Technical Sciences, Professor at the Academy of Management of the Ministry of Internal Affairs of Russia, Moscow, the Russian Federation.

Торопов Борис Андреевич, кандидат технических наук, доцент кафедры Академии управления МВД России, Москва, Российская Федерация.

e-mail: torbor@mail.ru

Boris A. Toropov, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of the Academy of Management of the Ministry of Internal Affairs of Russia, Moscow, the Russian Federation.

Макаров Валерий Федорович, доктор технических наук, профессор, Академия управления МВД России, Москва, Российская Федерация.

e-mail: ovorta@mail.ru

Valery F. Makarov, Doctor of Technical Sciences, Professor, Academy of Management of the Ministry of Internal Affairs of Russia, Moscow, the Russian Federation.

Овчинский Анатолий Семенович, доктор технических наук, профессор, Московский университет МВД России имени В.Я. Кикотя, Москва, Российская Федерация.

e-mail: o4506179@yandex.ru

Anatoly S. Ovchinsky, Doctor of Technical Sciences, Professor, Moscow University of the Ministry of Internal Affairs of Russia named after V.Ya. Kikot, Moscow, the Russian Federation.

Статья поступила в редакцию 29.11.2024; одобрена после рецензирования 12.12.2024; принята к публикации 20.12.2024.

The article was submitted 29.11.2024; approved after reviewing 12.12.2024; accepted for publication 20.12.2024.