

УДК 533.6.011.6

DOI: [10.26102/2310-6018/2025.48.1.045](https://doi.org/10.26102/2310-6018/2025.48.1.045)

## Анализ влияния газодинамических процессов на температурную стратификацию в устройстве энергоразделения с учетом закона Бернулли и эффекта Джоуля-Томсона

А.Ф. Матвеев✉, В.Н. Ковальногов

*Ульяновский государственный технический университет, Ульяновск,  
Российская Федерация*

**Резюме.** Статья предоставляет анализ ряда газодинамических процессов, влияющих на эффективность работы устройства газодинамической температурной стратификации. Актуальность исследования обусловлена необходимостью более точного описания процессов газодинамической температурной стратификации в устройствах энергоразделения, что имеет значение для повышения эффективности теплообменных и аэродинамических систем. Данная статья направлена на выявление закономерностей перераспределения энергии в потоке с учетом закона Бернулли и эффекта Джоуля-Томсона, а также на анализ их влияния на температурные градиенты внутри устройства газодинамической температурной стратификации. Методом исследования является математическое моделирование, выполненное в среде STAR-CCM+, позволяющее комплексно рассмотреть особенности течения газа, изменение скорости, давления и температуры в системе. В статье представлены результаты численного эксперимента, раскрыты механизмы влияния основных газодинамических эффектов на температурную стратификацию, выявлены ключевые зависимости между входными параметрами устройства и характеристиками потока, обоснована возможность целенаправленной оптимизации энергоразделения. Выведены математические модели, дополненные уравнениями, учитывающими роль закона Бернулли и эффекта Джоуля-Томсона. Рассмотрены соответствующие уравнения. Материалы статьи представляют практическую ценность для разработки и совершенствования энергоразделительных устройств, оптимизации рабочих процессов в газодинамических системах и повышения эффективности температурной стратификации в аэродинамических установках для использования в реальном секторе экономики.

**Ключевые слова:** газодинамическая температурная стратификация, устройство энергоразделения, математическое моделирование, STAR-CCM+, закон Бернулли, эффект Джоуля-Томсона.

**Благодарности:** Исследование выполнено при поддержке мегагранта Правительства РФ, соглашение № 075-15-2021-584.

**Для цитирования:** Матвеев А.Ф., Ковальногов В.Н. Анализ влияния газодинамических процессов на температурную стратификацию в устройстве энергоразделения с учетом закона Бернулли и эффекта Джоуля-Томсона. *Моделирование, оптимизация и информационные технологии*. 2025;13(1). URL: <https://moitvvt.ru/ru/journal/pdf?id=1855> DOI: 10.26102/2310-6018/2025.48.1.045

## Analysis of the influence of gas dynamic processes on temperature stratification in an energy separation device, taking into account Bernoulli's law and Joule-Thomson effect

A.F. Matveev✉, V.N. Kovalnogov

*Ulyanovsk State Technical University, Ulyanovsk, the Russian Federation*

**Abstract.** The article provides an analysis of a number of gas-dynamic processes affecting the efficiency of the gas-dynamic temperature stratification device. The relevance of the study is due to the need for a more accurate description of the processes of gas-dynamic temperature stratification in energy separation devices, which is important for improving the efficiency of heat exchange and aerodynamic systems. This article is aimed at identifying patterns of energy redistribution in the flow, taking into account the Bernoulli law and the Joule-Thomson effect, as well as analyzing their impact on temperature gradients inside the gas-dynamic temperature stratification device. The study employs mathematical modeling conducted within the STAR-CCM+ framework, enabling a thorough exploration of gas flow characteristics, as well as variations in velocity, pressure, and temperature throughout the system. The article presents the results of a numerical experiment, reveals the mechanisms of influence of the main gas-dynamic effects on temperature stratification, identifies key dependencies between the input parameters of the device and the flow characteristics, and substantiates the possibility of targeted optimization of energy separation. Mathematical models are derived, supplemented by equations that take into account the role of Bernoulli's law and the Joule-Thomson effect. The corresponding equations are considered. The materials of the article are of practical value for the development and improvement of energy separation devices, optimization of working processes in gas-dynamic systems and increasing the efficiency of temperature stratification in aerodynamic installations for use in the real sector of the economy.

**Keywords:** gas dynamic temperature stratification, energy separation device, mathematical modeling, STAR-CCM+, Bernoulli's law, Joule-Thomson effect.

**Acknowledgments:** The study was supported by the Russian Government mega-grant, agreement No. 075-15-2021-584.

**For citation:** Matveev A.F., Kovalnogov V.N. Analysis of the influence of gas dynamic processes on temperature stratification in an energy separation device, taking into account Bernoulli's law and Joule-Thomson effect. *Modeling, Optimization and Information Technology*. 2025;13(1). (In Russ.). URL: <https://moitvvt.ru/ru/journal/pdf?id=1855> DOI: 10.26102/2310-6018/2025.48.1.045

## Введение

Газодинамическая температурная стратификация представляет собой одно из перспективных направлений в области управления тепловыми потоками и повышения энергоэффективности. Этот процесс основан на разделении газового потока на зоны с различными температурными характеристиками, что позволяет создавать термически неоднородные области в системе. Такой подход находит применение в теплообменных устройствах, энергетических установках, объектах транспортной инфраструктуры и других технических решениях, требующих эффективного управления тепловыми и энергетическими параметрами. Температурная стратификация играет ключевую роль в процессах теплообмена, предоставляя возможность управления распределением тепла и использования градиентов температуры и давления. Эти явления вызывают научный интерес, поскольку позволяют повысить энергоэффективность систем. Газодинамические процессы, обеспечивающие температурную стратификацию, представляют собой перспективную основу для современных разработок в области теплотехники, аэродинамики и энергетики. Причины возникновения температурной стратификации разнообразны. В некоторых ситуациях она возникает из-за нарушения равновесия тепловых потоков, обусловленного как теплопередачей, так и выделением энергии в процессе действия вязкостных сил. В иных случаях определяющее влияние оказывают вихревые потоки, колебания давления или акустические колебания. Такие процессы находят широкое применение в безмашинных технологиях создания перепада температур, что прокладывает путь к новым возможностям их использования в инженерных системах. Скорость теплопередачи между газовым потоком и поверхностью, которую он обтекает, зависит от разницы между температурой

восстановления газа и температурой стенки. Этот процесс обусловлен искажением профиля температуры торможения газа в пограничном слое, возникающим из-за неравенства тепловых потоков, созданных силами трения и отводом тепла через теплопроводность. В работе [1] проведен численный и аналитический анализ процессов температурной стратификации газа в сверхзвуковом потоке. Получены решения для различных режимов течения, включая ламинарный и турбулентный. Установлено, что одним из ключевых факторов, определяющих степень температурной стратификации, является скорость газа в дозвуковом участке потока. Вычислены профили распределения температуры торможения в пределах пограничного слоя. Показано, что экстремальные значения температуры торможения, как минимум, так и максимум, располагаются в области сверхзвукового течения. В исследовании [2] проведен анализ методов повышения эффективности газодинамической температурной стратификации в дисперсном потоке. Рассмотрено влияние продольных ребер, расположенных на теплообменной поверхности в зоне дозвукового течения, на интенсификацию процессов тепло- и массообмена. В работе [3] представлены результаты численного моделирования турбулентного пограничного слоя на проницаемой поверхности в условиях сверхзвукового течения газа. Выявлены ранее не изученные эффекты температурной стратификации, возникающие в зоне формирования газовой завесы. На примере газовой смеси водород-ксенон ( $H_2-Xe$ ) продемонстрировано, что температура стенки в области газовой завесы может быть ниже температуры вдуваемого газа ( $H_2$ ). Установлено, что данный эффект определяется геометрическими параметрами системы, в частности, длиной и количеством проницаемых участков поверхности. Проведен ряд экспериментальных исследований [4, 5], доказывающих работоспособность газодинамического метода энергоразделения. Управление температурной стратификацией требует точного контроля за движением среды, ее термодинамическими параметрами и процессами теплообмена. Современные разработки в области проектирования технических устройств, использующих температурную стратификацию, базируются на глубоком понимании физических процессов, происходящих в газовых потоках. Методология проектирования таких систем включает инновационные подходы, позволяющие эффективно использовать температурные градиенты для управления распределением тепла и энергии. В работе [6] проведен сравнительный анализ двух различных конструкций устройств энергоразделения. Установлено, что сверхзвуковой поток, проходящий через устройство энергоразделения, достигает значительно повышенной температуры на выходе, тогда как дозвуковой поток, напротив, характеризуется заметным понижением температуры. В исследовании [7] проведен анализ различных подходов к повышению эффективности процесса газодинамической температурной стратификации. В качестве методов интенсификации теплоотдачи рассмотрено использование развитых теплообменных поверхностей, в частности, продольных ребер, расположенных на стенках тракта дозвукового течения. Дополнительно исследовано влияние введения дисперсной фазы в газовый поток, а также эффект закрутки потока, направленный на улучшение теплообменных характеристик и повышение эффективности температурной стратификации. В работе [8] представлены результаты исследования процессов газодинамического энергоразделения при истечении газовой смеси с низким числом Прандтля из каскадно расположенных труб Леонтьева. Разработаны и проанализированы прямоточные конструкции двух- и трехкаскадных труб энергоразделения, проведен сравнительный анализ их эффективности, выявлены их преимущества и ограничения. На основе численного моделирования выполнена оценка эффективности метода энергоразделения в каскадных трубах Леонтьева с центральным телом, со сдвинутыми критическими сечениями сверхзвуковых сопел и теплоизолирующими вставками, что позволило определить

ключевые параметры, влияющие на распределение энергии в потоке. В работе [9] на основе одномерной модели проанализировано влияние коэффициента восстановления температуры на величину разности температур торможения на входе и выходе из устройства. Дополнительно разработаны и проанализированы двумерные численные модели сверхзвукового турбулентного обтекания обратной ступеньки, что позволило детально исследовать особенности теплообменных процессов и аэродинамических характеристик данного течения.

Стратифицированные потоки обладают уникальными свойствами, включая возможность формирования термически неоднородных зон и управления тепловыми потоками в сложных системах. Таким образом, газодинамическая температурная стратификация открывает новые перспективы для разработки энергоэффективных технологий, улучшения характеристик теплообменных устройств и создания инновационных систем управления тепловыми потоками. Научное исследование этой области остается актуальным вызовом, требующим комплексного подхода и использования современных методов моделирования и анализа. Температурная стратификация газа в устройствах играет ключевую роль в их эффективности. Для ее формирования важно учитывать газодинамические процессы, включая увеличение скорости газа, адиабатическое расширение и термодинамические эффекты.

Целью настоящей работы являются исследования устройства газодинамической температурной стратификации, проведение компьютерного эксперимента исследований и анализ его результатов.

### Математическая модель, описывающая движение газа из внешнего канала устройства газодинамической температурной стратификации

Объектом исследования является устройство газодинамической температурной стратификации (УГТС), подробно рассмотренное в работе [10], реализующее газодинамический метод энергоразделения, рассмотренный в работе [11]. Эффект основан на энергоразделении в пограничном слое сжимаемого газа. В ходе исследования с использованием системы автоматизированного проектирования (САПР) Компас-3D создана трехмерная модель УГТС. Схема устройства представлена на Рисунке 1.

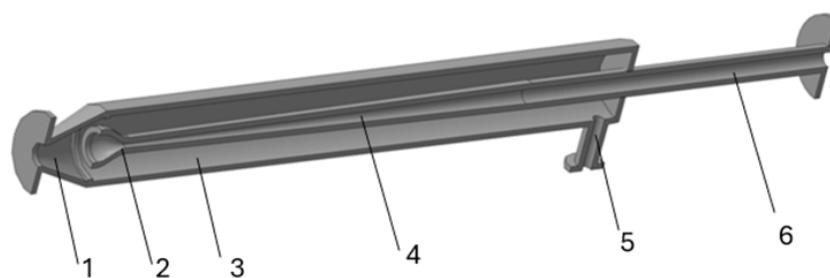


Рисунок 1 – УГТС: 1 – разделительная камера, 2 – сверхзвуковое сопло, 3 – внешний дозвуковой канал, 4 – внутренний сверхзвуковой канал, 5 – выходной патрубок дозвукового канала, 6 – выходной патрубок сверхзвукового канала

Figure 1 – UGTS: 1 – separation chamber, 2 – supersonic nozzle, 3 – external subsonic channel, 4 – internal supersonic channel, 5 – outlet pipe of the subsonic channel, 6 – outlet pipe of the supersonic channel

В ходе поиска решений по оптимизации УГТС (Рисунок 1) для повышения эффективности выявлено, что движение газового потока из патрубка 6 имеет

особенность, а именно, движение происходит с учетом закона Бернулли<sup>1</sup> для сжимаемого газа, который описывает перераспределение энергии в потоке, а также эффекта Джоуля-Томсона<sup>2</sup>, оказывающего влияние на локальные изменения температуры. Совместный учет этих факторов позволяет оптимизировать работу устройства.

Математическая модель (ММ), используемая для численного анализа, объединяет набор дифференциальных уравнений, которые воспроизводят динамику движения газа и тепловые процессы, включая явления в пограничном слое, чтобы вычислить характеристики теплоотдачи и восстановления для высокоскоростных газовых и дисперсных течений. Дополнительно модель охватывает уравнения, позволяющие оценить теплопередачу между дозвуковыми и сверхзвуковыми потоками в УГТС.

Система дифференциальных уравнений, моделирующих динамику газа и процессы теплообмена в УГТС:

– дифференциальное уравнение движения (momentum equation):

$$\rho \left( \frac{du}{d\tau} + u \frac{du}{dx} + v \frac{du}{dy} \right) = \frac{d}{dy} \left[ (\mu + \mu_T) \frac{du}{dy} \right] - \frac{dp}{dx} + s_v, \quad (1)$$

– уравнения состояния (state equation):

$$\rho = \frac{p}{RT}, \quad (2)$$

– дифференциальное уравнение неразрывности (continuity equation):

$$\frac{d(\rho u)}{dx} + \frac{d(\rho v)}{dy} = 0, \quad (3)$$

– дифференциальное уравнение энергии (energy equation):

$$\rho \cdot c \left( \frac{dT}{d\tau} + u \frac{dT}{dx} + v \frac{dT}{dy} \right) = \frac{d}{dy} \left[ (\lambda + \lambda_T) \frac{dT}{dy} \right] + (\mu + \mu_T) \left( \frac{du}{dy} \right)^2 + u \frac{dp}{dx} + q_v, \quad (4)$$

где  $\rho$  – плотность, кг/м<sup>3</sup>;  $p$  – давление потока, Па;  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности,  $\mu$  – динамический коэффициент вязкости, Па·с; Дж/м·К;  $u$  – продольная составляющая скорости, м/с;  $v$  – поперечная составляющая скорости, м/с;  $\tau$  – время, с;  $x$  – продольная координата, м;  $y$  – поперечная координата, м;  $\lambda_T$  – коэффициент турбулентного переноса теплоты, Дж/кг·К;  $\mu_T$  – коэффициент турбулентного переноса количества движения, Дж/м·К;  $T$  – термодинамическая температура потока, К;  $s_v$  – член, описывающий степень влияния внутренних источников на перераспределение количества движения, Па/м;  $q_v$  – член, описывающий степень воздействия внутренних тепловых источников на процесс теплообмена, Вт/м<sup>3</sup>.

### Параметры расчетной области. Конфигурация решателя

Созданная в САПР геометрическая модель, согласно Рисунку 1, импортирована с использованием CFD-пакета STAR-CCM+<sup>3</sup> в указанный программный комплекс.

Генератор поверхностной сетки выполнен с применением метода разбиения – треугольник с выполнением измельчений кривой, измельчением близости и созданием выровненной сетки. Режим работы генератора автоматической сетки –

<sup>1</sup> Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Том 6. Гидродинамика. Москва: Наука, Главная редакция физико-математической литературы; 1986. 736 с.

<sup>2</sup> Румер Ю.Б., Рывкин М.Ш. Термодинамика, статистическая физика и кинетика. Москва: Наука; 1977. 552 с.

<sup>3</sup> Тьюториал: Введение в STAR-CCM+. Саровский Инженерный Центр. URL: [https://www.saec.ru/wp-content/uploads/2018/06/2f2d8b2\\_0eedfcb28e9c48698201a86d2818ff76.pdf](https://www.saec.ru/wp-content/uploads/2018/06/2f2d8b2_0eedfcb28e9c48698201a86d2818ff76.pdf) (дата обращения: 24.01.2025).



последовательный. Контроль вычислительных ошибок в моделировании газодинамических процессов в УГТС может быть обеспечен за счет анализа сеточной сходимости, позволяющего оптимизировать параметры расчетной сетки для достижения заданной точности определения параметров течения газа, включая распределение скорости, давления и температуры, при приемлемых затратах машинного времени в пакете STAR-CCM+.

При моделировании газодинамических процессов в УГТС в пакете STAR-CCM+ используется ряд численных методов, обеспечивающих точность и стабильность расчетов. Декомпозиция на континуум позволяет разбиение расчетной области на контрольные объемы, что необходимо для корректного описания течения газа. Применение метода дистанции сетки с пределом размера дерева обеспечивает адаптивное уточнение расчетной сетки, позволяя детализировать области с резкими градиентами скорости, давления и температуры. Использование неявно сопряженного решателя повышает устойчивость вычислений и способствует корректному моделированию сложных течений, включая сверхзвуковые режимы. Для описания турбулентных эффектов, характерных для высокоскоростных потоков, применяется модель турбулентности k-ε, обеспечивающая надежную аппроксимацию турбулентных характеристик. Комплексное применение данных методов позволяет достоверно воспроизводить процессы температурной стратификации и энергоразделения в УГТС при оптимальном расходе вычислительных ресурсов.

Задано опорное значение длин для всех относительных размеров сетки 0,001 м, с увеличением базового размера точность расчетов снижается, а с уменьшением идет рост временных затрат. В рамках указанного базового размера проведено 5 тыс. итераций во время эксперимента.

### Результаты исследования

Проведено численное исследование УГТС в пакете STAR-CCM+. Результаты расчетов энергоразделения, скорости, температуры представлены в Таблицах 1, 2, демонстрируют достаточное согласование с данными работы [12].

Результат распределения температуры, согласно полученной сцены скаляров УГТС, отображен на Рисунке 2.



Рисунок 2 – Сцена скаляров температуры УГТС  
 Figure 2 – Scene of UGTS temperature scalars

Согласно полученным в ходе компьютерного эксперимента результатам, распределение температуры по всей геометрии УГТС соответствует Рисунку 2. Входные и выходные параметры представлены в Таблице 1.

Таблица 1 – Параметры распределения температуры в УГТС  
Table 1 – Parameters of temperature distribution in UGTS

Наименование	Температура потока газа на входе, К	Температура потока газа на выходе, К	Результат
Разделительная камера	300	300	Без изменений
Внешний дозвуковой канал	300	280	Понижение температуры
Внутренний сверхзвуковой канал (вместе с соплом)	300	310	Рост температуры
Выходной патрубок дозвукового канала	280	270	Понижение температуры
Выходной патрубок сверхзвукового канала	310	310	Без изменений

Стоит подчеркнуть, что в ходе компьютерного моделирования с УГТС в качестве исследуемого объекта был выбран дисперсный поток метана ( $CH_4$ ), при этом учитывалась вариация теплоемкости в зависимости от температуры.

Согласно полученному результату, при проведенном компьютерном эксперименте цифрового двойника УГТС установлено, что в выходном патрубке дозвукового канала образуется более холодный поток, чем во внешнем дозвуковом канале, тем самым повышая эффективность УГТС за счет разницы температур при энергоразделении потока. Проведен анализ данного явления.

Согласно картине распределения температуры вдоль стенки (Рисунок 3а) и картине распределения температуры на выходе из дозвукового канала (Рисунок 3б) установлены следующие параметры: температура газа возле стенки дозвукового канала составляет 300 К, температура газа возле стенки сверхзвукового канала (снаружи) составляет 280 К, внутри сверхзвукового потока температура достигает до 317 К. Визуализировано (Рисунок 3а) и установлено температурное разделение газового потока, что подтверждает наличие эффекта температурной стратификации в УГТС согласно работе [10, 11, 13].

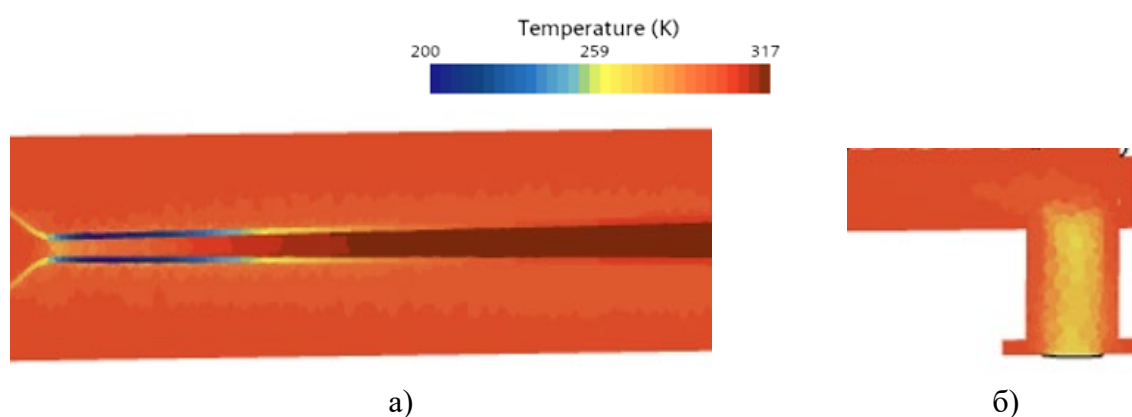


Рисунок 3 – Картина распределения температуры: а) вдоль стенки; б) на выходе из дозвукового патрубка

Figure 3 – Temperature distribution pattern: a) along the wall; b) at the outlet of the subsonic pipe

Также на зоне перехода между внешним дозвуковым каналом и выходным патрубком этого канала (Рисунок 3б) отчетливо прослеживается втягивание более холодной области дозвукового потока внутрь полости патрубка, сопровождаемое дальнейшим

снижением температуры, как указано в Таблице 1. Для дополнительной оценки полученного результата проанализирована сцена векторов скорости в УГТС согласно Рисунку 4.



Рисунок 4 – Сцена векторов скорости УГТС  
Figure 4 – Scene of UGTS velocity vectors

Согласно полученным в ходе компьютерного эксперимента результатам, распределение скорости по всей геометрии УГТС соответствует Рисунку 4. Входные и выходные параметры представлены в Таблице 2.

Таблица 2 – Параметры векторов скорости в УГТС  
Table 2 – Parameters of velocity vectors in UGTS

Наименование	Скорость потока газа на входе, м/с	Скорость потока газа на выходе, м/с	Результат
Разделительная камера	до 170	до 170	Без изменений
Внешний дозвуковой канал	до 170	до 150	Понижение скорости
Внутренний сверхзвуковой канал (вместе с соплом)	до 170	до 200	Рост скорости с прохождением через сверхзвук в сопле
Сверхзвуковое сопло	до 170	до 390	Рост скорости до сверхзвуковой
Выходной патрубок дозвукового канала	до 150	до 417	Рост скорости
Выходной патрубок сверхзвукового канала	до 200	до 200	Без изменений

Согласно полученным результатам (Таблица 2), при проведенном компьютерном эксперименте цифрового двойника УГТС установлено, что скорость внутреннего канала после сопла Лавалья является сверхзвуковой, внешнего кольцевого канала дозвуковой. Проанализируем ключевые процессы, лежащие в основе возникновения данного эффекта в изучаемом УГТС. Ускорение газового потока на выходе из дозвукового канала (в зоне выходного патрубка) связано с падением давления и плотности, что приводит к адиабатическому охлаждению. Это способствует созданию температурных градиентов между дозвуковым и сверхзвуковым каналами.



При выходе газа из дозвукового кольцевого канала в область с меньшим давлением происходит его расширение. Газ увеличивает объем, и согласно закону сохранения массы, выраженному в виде следующего уравнения:

$$m = \rho \cdot A \cdot V = const, \quad (5)$$

где  $m$  – массовый расход, кг/с;  $\rho$  – плотность газа, кг/м<sup>3</sup>;  $A$  – площадь сечения, м<sup>2</sup>;  $V$  – скорость, м/с.

Газодинамические особенности такого течения показывают, что площадь поперечного сечения внешнего дозвукового кольцевого канала превышает площадь поперечного сечения выходного патрубка, это означает, что при постоянном массовом расходе  $m = const$  поток газа испытывает сужение при переходе из кольцевого канала в выходной патрубок. Согласно уравнению (5), если плотность газа  $\rho$  изменяется незначительно (что характерно для дозвукового режима), то уменьшение площади сечения  $A_{\text{вых}} < A_{\text{кольц}}$  приводит к увеличению скорости потока:

$$V_{\text{вых}} = \frac{A_{\text{кольц}}}{A_{\text{вых}}} V_{\text{кольц}}. \quad (6)$$

Если плотность  $\rho$  уменьшается из-за расширения, то скорость  $V$  должна увеличиться, чтобы уравнение оставалось верным. Таким образом, при прочих равных условиях, газ ускоряется при переходе из кольцевого канала в выходной патрубок.

При падении давления на выходе часть энергии газа (включая внутреннюю энергию) преобразуется в кинетическую. Это типичный эффект, наблюдаемый в газодинамических системах. Чем больше перепад давления между каналом и окружающей средой, тем выше скорость на выходе.

Рассмотрен эффект Джоуля-Томсона, который связан с изменением температуры газа при его расширении в условиях постоянной энтальпии. Он зависит от величины, известной как коэффициент Джоуля-Томсона ( $\mu_{JT}$ ):

$$\mu_{JT} = \left( \frac{\partial T}{\partial P} \right)_H, \quad (7)$$

где  $\left( \frac{\partial T}{\partial P} \right)_H$  – частная производная температуры по давлению при неизменной энтальпии, характеризующая изменение температуры газа при вариации давления (К/Па)  $\mu_{JT} > 0$  – газ испытывает охлаждение. Это характерно для большинства реальных газов при температурах выше критической. При охлаждении газа его плотность падает, что может косвенно повлиять на увеличение скорости.

Эффект Джоуля-Томсона вызывает незначительное охлаждение газа, которое усиливает температурное разделение в сочетании с другими процессами. Эффект Джоуля-Томсона в основном влияет на температуру газа, а не напрямую на его скорость. Основное влияние эффекта на скорость может быть косвенным через изменения плотности.

Перепад давления между дозвуковым каналом является ключевым фактором для ускорения газа, что способствует преобразованию внутренней энергии в кинетическую. Рассмотрен Закон Бернулли для сжимаемого газа, который подтверждает, что основное охлаждение газа в рассматриваемом явлении связано с адиабатическим расширением, где внутренняя энергия преобразуется в кинетическую. Закон Бернулли, изначально сформулированный для несжимаемых жидкостей, устанавливает зависимость между скоростью потока и давлением: увеличение скорости сопровождается снижением давления, и наоборот. Однако при анализе сжимаемых сред, таких как газы, необходимо учитывать изменения плотности и температуры, что приводит к модификации классического уравнения Бернулли. Для сжимаемого газа уравнение Бернулли

принимает более сложную форму, учитывающую изменения плотности и температуры. В общем виде для стационарного потока идеального газа уравнение можно записать как:

$$\frac{v^2}{2} + \int \frac{\partial p}{\rho} + gz = \text{const}, \quad (8)$$

где  $v$  – скорость потока, м/с;  $p$  – давление, Па;  $\rho$  – плотность, кг/м<sup>3</sup>;  $g$  – ускорение свободного падения, м/с<sup>2</sup>;  $z$  – высота, м.

Температурные изменения (Таблица 1) являются результатом как расширения, так и минимального эффекта Джоуля-Томсона. Снижение плотности газа на выходе способствует увеличению скорости потока, что усиливает температурный градиент между внутренним и внешним каналами устройства.

Форма интеграла  $\int \frac{\partial p}{\rho}$  варьируется в зависимости от специфики протекающего термодинамического процесса. Для адиабатического процесса с показателем адиабаты  $\gamma$ :

$$\frac{v^2}{2} + \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{p}{\rho} + gz = \text{const}, \quad (9)$$

где  $\gamma$  – показатель адиабаты, постоянная для данного газа величина, равная отношению теплоемкостей газа, определенных при постоянном давлении и постоянном объеме (безразмерная величина).

Уравнение (5) показывает, что при увеличении скорости потока  $v$  давление  $p$  и плотность  $\rho$  уменьшаются, что соответствует преобразованию внутренней энергии газа в кинетическую.

Для реальных потоков газа необходимо учитывать потери механической энергии (вязкости, трения и местных сопротивлений), что приводит к следующему виду:

$$\frac{v_1^2}{2} + \int_{p_1}^{p_2} \frac{\partial p}{\rho} + gz_1 = \frac{v_2^2}{2} + gz_2 + h_{\text{пот}}, \quad (10)$$

где  $v_1, v_2$  – скорости газа в разных сечениях, м/с;  $z_1, z_2$  – высота над уровнем отсчета, м;  $p_1, p_2$  – давление в соответствующих точках, Па;  $h_{\text{пот}}$  – удельные потери энергии, Дж/кг.

Удельные потери энергии вызваны:

– трением на стенках устройства (уравнение Дарси-Вейсбаха):

$$h_{\text{тр}} = f \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g}, \quad (11)$$

где  $f$  – коэффициент трения Дарси (безразмерная величина),  $L$  – длина трубопровода, м;  $D$  – гидравлический диаметр трубопровода, м;

– местными сопротивлениями (сужение, изгиб):

$$h_{\text{м}} = \Sigma \zeta \frac{v^2}{2g}, \quad (12)$$

где  $\zeta$  – коэффициент местного сопротивления (для сужений, изгибов) (безразмерная величина).

Добавление потерь позволяет учесть влияние вязкости и турбулентности, что особенно важно для инженерных расчетов трубопроводов.

Таким образом, модифицированное уравнение Бернулли с интегралом и потерями наиболее точно описывает течение реального сжимаемого газа.

Для учета эффекта Джоуля-Томсона и закона Бернулли в системе уравнений газодинамики необходимо добавить поправки, связанные с изменением температуры при изменении давления, а также перераспределение энергии в потоке. Для этого проведем модификацию уравнений (1)–(4).

Модифицированное уравнение неразрывности примет следующий вид:

$$\frac{d(\rho u)}{dx} + \frac{d(\rho v)}{dy} + \frac{d\rho}{dT} \mu_{JT} \frac{dT}{dx} + \lambda \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dx} = 0, \quad (13)$$

где  $\lambda \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dx}$  – дополнительный член добавлен в уравнение неразрывности для учета влияния градиента давления на перераспределение плотности, м<sup>2</sup>/с;  $\frac{d\rho}{dT} \mu_{JT} \frac{dT}{dx}$  – дополнительный член, учитывающий изменение плотности при изменении давления, кг/(м<sup>2</sup>·с).

Модифицированное уравнение движения примет следующий вид:

$$\rho \left( \frac{du}{dt} + u \frac{du}{dx} + v \frac{du}{dy} \right) = \frac{d}{dy} \left[ (\mu + \mu_T) \frac{du}{dy} \right] - \frac{d\rho}{dx} + s_v - \mu_{JT} \frac{dT}{dx} \frac{d\rho}{dx} + \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dx}, \quad (14)$$

где  $\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dx}$  – дополнительный член добавлен в уравнение движения для учета влияния градиента давления на ускорение потока;  $\mu_{JT} \frac{dT}{dx} \frac{d\rho}{dx}$  – дополнительный член для учета изменения температуры из-за изменения давления.

Модифицированное уравнение энергии примет следующий вид:

$$\rho \cdot c \left( \frac{dT}{dt} + u \frac{dT}{dx} + v \frac{dT}{dy} \right) = \frac{d}{dy} \left[ (\lambda + \lambda_T) \frac{dT}{dy} \right] + (\mu + \mu_T) \left( \frac{du}{dy} \right)^2 + u \frac{d\rho}{dx} + q_v - \mu_{JT} \frac{dT}{dx} \frac{d\rho}{dx} + \alpha \frac{dv}{dx} v, \quad (15)$$

где  $\alpha \frac{dv}{dx} v$  – дополнительный член добавлен в уравнение энергии для учета влияния изменения скорости потока на температуру газа, кг/(м<sup>2</sup>·с);  $\mu_{JT} \frac{dT}{dx} \frac{d\rho}{dx}$  – дополнительный член для учета изменения температуры из-за изменения давления, кг/(м<sup>2</sup>·с<sup>2</sup>).

Модифицированное уравнение состояния примет следующий вид:

$$\rho = \frac{p}{RT} + \mu_{JT} \frac{dT}{dx} \frac{d\rho}{dx} + \zeta \frac{1}{RT} v \frac{dv}{dx}, \quad (16)$$

где  $\mu_{JT} \frac{dT}{dx} \frac{d\rho}{dx}$  – дополнительный член корректирует зависимость плотности от температуры и давления, кг/(м<sup>2</sup>·с<sup>2</sup>);  $\zeta \frac{1}{RT} v \frac{dv}{dx}$  – дополнительный член добавлен в уравнение состояния для учета влияния градиента скорости на плотность, 1/К.

### Проверка усовершенствованной ММ по критерию непротиворечивости

Для проверки адекватности ММ процесса или явления, согласно [14], необходимо удостовериться в соблюдении двух ключевых свойств: точности и непротиворечивости. Все добавленные члены физически, в соответствии с требованием точности, обоснованы и соответствуют законам термодинамики и газовой динамики, включая эффект Джоуля-Томсона и связи между давлением, температурой и плотностью. Эти члены корректно описывают изменения температуры и плотности, вызванные различными физическими эффектами. Также в соответствии с требованием непротиворечивости модифицированные уравнения согласуются друг с другом, поскольку они учитывают изменения температуры, давления и плотности в рамках одного газодинамического процесса. Все дополнительные члены логично интегрируются в уравнения, обеспечивая совместимость с принципами сохранения массы, импульса и энергии.

В целом результаты экспериментов демонстрируют достаточное согласование с известными работами [12, 15]. В ходе компьютерных экспериментов получено хорошее приближение к верификационной модели.

## Выводы

В работе представлены результаты математического моделирования газового потока в УГТС. Исследование включает компьютерное моделирование, направленное на анализ рабочих характеристик системы. В рамках исследования разработаны модифицированные ММ, учитывающие влияние закона Бернулли и эффекта Джоуля-Томсона при течении газа в кольцевом внешнем канале. Закон Бернулли, применительно к сжимаемому газу, отражает перераспределение энергии в потоке, тогда как эффект Джоуля-Томсона обуславливает локальные изменения температуры. Их совместное рассмотрение способствует повышению точности расчетов и оптимизации функционирования УГТС, обеспечивая эффективное энергоразделение. Основным фактор увеличения скорости газа и его охлаждения связан с перераспределением энергии, описываемым законом Бернулли. Влияние эффекта Джоуля-Томсона менее значительно, однако его воздействие проявляется в локальном снижении температуры, что оказывает дополнительное влияние на процесс температурной стратификации. При переходе газового потока из внешнего дозвукового кольцевого канала в выходной патрубок, уменьшение площади поперечного сечения приводит к увеличению скорости и одновременному снижению давления, что соответствует закономерностям, предсказанным законом Бернулли. Газодинамические характеристики данного участка играют ключевую роль в процессах энергоразделения и температурной стратификации, определяя распределение скорости, давления и температуры в системе. Впервые проведена количественная оценка комбинированного влияния эффекта Джоуля-Томсона и перераспределения энергии в соответствии с законом Бернулли на формирование температурных градиентов в УГТС. В результате численного моделирования выявлены взаимосвязи между входными параметрами устройства и характеристиками газового потока. Проведенный анализ послужил основой для разработки рекомендаций по оптимизации давления, температуры и скорости, что способствует повышению эффективности процессов температурной стратификации и совершенствованию рабочих характеристик УГТС.

## СПИСОК ИСТОЧНИКОВ / REFERENCES

1. Волчков Э.П., Макаров М.С. Газодинамическая температурная стратификация в сверхзвуковом потоке. *Известия Российской академии наук. Энергетика*. 2006;(2):19–31.  
Volchkov E.P., Makarov M.S. Gasdynamic Temperature Stratification in a Supersonic Flow. *Proceedings of the Russian Academy of Sciences. Power Engineering*. 2006;(2):19–31. (In Russ.).
2. Фокеева Е.В., Ковальногов Н.Н. Повышение эффективности газодинамической температурной стратификации в дисперсном потоке\*. *Тепловые процессы в технике*. 2010;2(8):338–341.
3. Макарова М.С. Оптимизация температуры проницаемой стенки при вдуве инородного газа. *Тепловые процессы в технике*. 2012;4(7):291–296.
4. Здитовец А.Г., Виноградов Ю.А., Стронгин М.М. Экспериментальное исследование безмашинного энергоразделения воздушных потоков в трубе Леонтьева. *Тепловые процессы в технике*. 2015;7(9):397–404.  
Zditovets A.G., Vinogradov Yu.A., Strongin M.M. Experimental Investigation of Air Flow Energy Separation in Leontiev Tube. *Thermal Processes in Engineering*. 2015;7(9):397–404. (In Russ.).
5. Leontiev A.I., Zditovets A.G., Kiselev N.A., Vinogradov Yu.A., Strongin M.M. Experimental Investigation of Energy (Temperature) Separation of a High-Velocity Air

- Flow in a Cylindrical Channel with a Permeable Wall. *Experimental Thermal and Fluid Science*. 2019;105:206–215. <https://doi.org/10.1016/j.expthermflusci.2019.04.002>
6. Рудник Р.С., Матвеев А.Ф., Ковальногов В.Н., Шеркунов В.В. Эффективность теплового разделения в различных конфигурациях трубы Леонтьева. *Инженерный вестник Дона*. 2024;(11):852–865.  
Rudnik R.S., Matveev A.F., Kovalnogov V.N., Sherkunov V.V. Efficiency of Heat Separation in Various Configurations of the Leontiev Pipe. *Engineering Journal of Don*. 2024;(11):852–865. (In Russ.).
  7. Цветова Е.В., Ковальногов В.Н., Федоров Р.В. Исследование эффективности комплексных методов интенсификации теплоотдачи при газодинамической температурной стратификации. *Вестник Ульяновского государственного технического университета*. 2020;(2–3):24–28.  
Tsvetova E.V., Kovalnogov V.N., Fedorov R.V. Study of Efficiency of Integrated Methods of Intensification of Heat Transfer in Gasdynamic Temperature Stratification. *Bulletin of Ulyanovsk State Technical University*. 2020;(2–3):24–28. (In Russ.).
  8. Макаров М.С., Макарова С.Н., Наумкин В.С. Газодинамическое энергоразделение в двух- и трехкаскадных трубах Леонтьева с изолирующей вставкой. В сборнике: *Труды седьмой Российской национальной конференции по теплообмену: Том 1, 22–26 октября 2018 года, Москва, Россия*. Москва: Издательский дом МЭИ; 2018. С. 205–209.
  9. Хазов Д.Е., Медвецкая Н.В. Способы повышения эффективности трубы Леонтьева. *Тепловые процессы в технике*. 2023;15(12):543–553.  
Khazov D.E., Medvetskaya N.V. Methods to Increase Leontiev Tube Efficiency. *Thermal Processes in Engineering*. 2023;15(12):543–553. (In Russ.).
  10. Бурцев С.А. Исследование путей повышения эффективности газодинамического энергоразделения. *Теплофизика высоких температур*. 2014;52(1):14–21. <https://doi.org/10.7868/s0040364414010062>  
Burtsev S.A. Exploring Ways to Improve Efficiency of Gasdynamic Energy Separation. *High Temperature*. 2014;52(1):12–18. <https://doi.org/10.1134/S0018151X14010064>
  11. Ковальногов Н.Н., Выбор оптимальных параметров процесса газодинамической температурной стратификации в сверхзвуковом газовом потоке. *Известия высших учебных заведений. Авиационная техника*. 2010;(3):28–31.  
Koval'nogov N.N. Choice of Optimal Parameters of a Gasdynamic Temperature Stratification Process in the Supersonic Gas Flow. *Russian Aeronautics*. 2010;53(3):283–288. <https://doi.org/10.3103/S1068799810030074>
  12. Бурцев С.А. Исследование устройства температурной стратификации при работе на природном газе. *Наука и образование: научное издание Московского государственного технического университета им. Н.Э. Баумана*. 2004;(9):1–21.  
Burtsev S.A. Investigation of the Operation of Temperature Lamination Device Working on the Natural Gas. *Nauka i obrazovanie: nauchnoe izdanie Moskovskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta im. N.E. Baumana*. 2004;(9):1–21. (In Russ.).
  13. Леонтьев А.И. Способ температурной стратификации газа и устройство для его осуществления (Труба Леонтьева): заявл. 23.05.1996; опубл. 10.03.1998. Патент № 2106581 Российская Федерация, F25B9/02.10.03.1998.
  14. Кубланов М.С. Проверка адекватности математических моделей. *Научный вестник Московского государственного технического университета гражданской авиации*. 2015;(211):29–36.  
Kublanov M.S. Check of the Mathematical Model Adequacy. *Civil Aviation High Technologies*. 2015;(211):29–36. (In Russ.).



15. Леонтьев А.И., Бурцев С.А., Визель Я.М., Чижиков Ю.В. Экспериментальное исследование газодинамической температурной стратификации природного газа. *Газовая промышленность*. 2002;(11):72–75.

#### ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ / INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

**Матвеев Александр Федорович**, аспирант, **Alexander F. Matveev**, Postgraduate, Ulyanovsk State Technical University, Ulyanovsk, the Russian Federation.  
*e-mail:* [mafuy78@mail.ru](mailto:mafuy78@mail.ru)  
ORCID: [0009-0002-5722-3224](https://orcid.org/0009-0002-5722-3224)

**Ковальногов Владислав Николаевич**, доктор технических наук, профессор, Ульяновский государственный технический университет, Ульяновск, Российская Федерация. **Vladislav N. Kovalnogov**, Doctor of Engineering Sciences, Professor, Ulyanovsk State Technical University, Ulyanovsk, the Russian Federation.  
*e-mail:* [kvn@ulstu.ru](mailto:kvn@ulstu.ru)  
ORCID: [0000-0002-1907-3790](https://orcid.org/0000-0002-1907-3790)

*Статья поступила в редакцию 11.03.2025; одобрена после рецензирования 25.03.2025; принята к публикации 28.03.2025.*

*The article was submitted 11.03.2025; approved after reviewing 25.03.2025; accepted for publication 28.03.2025.*