УДК 621.396
DOI: 10.26102/2310-6018/2025.50.3.015

Моделирование и аппроксимация характеристик рассеяния элементарных отражателей

А.П. Преображенский, Т.В. Аветисян✉, Ю.П. Преображенский

Воронежский институт высоких технологий, Воронеж, Российская Федерация

Резюме. Задачи, связанные с моделированием различных электродинамических объектов, встречаются в радиолокации, проектировании электродинамических устройств, мероприятиях по снижению радиолокационной заметности, разработках антенн и дифракционных структур. В общем случае на основе метода декомпозиции электродинамические объекты могут быть представлены в виде совокупности различных элементарных компонент. Рассеивающие свойства всего объекта определяются рассеивающими характеристиками каждой из компонент. Для определения таких характеристик требуется опираться в общем случае на соответствующие численные методы. Для достаточно ограниченного числа дифракционных структур в литературе приводятся различные аналитические выражения. Они в ряде случаев довольно громоздкие и требуют определенного опыта у исследователей в ходе использования. В работе предлагается проводить аппроксимацию характеристик элементарных отражателей на основе метода наименьших квадратов и полиномов Лагранжа. На основе проведенного исследования были определены значения степеней аппроксимирующих полиномов, которые дают ошибку, которая не превосходит заданную величину. Таким образом, результаты работы могут быть использованы в ходе проектирования дифракционных структур. В заключение отметим, что на основе полученных результатов будет уменьшено время расчетов характеристик рассеяния.

Ключевые слова: моделирование, аппроксимация, метод краевых волн, модальный метод, дифракционная структура.

Для цитирования: Преображенский А.П., Аветисян Т.В., Преображенский Ю.П. Моделирование и аппроксимация характеристик рассеяния элементарных отражателей. *Моделирование, оптимизация и информационные технологии.* 2025;12(3). URL: https://moitvivt.ru/ru/journal/pdf?id=1882 DOI: 10.26102/2310-6018/2025.50.3.015

Modeling and approximation of scattering characteristics of elementary reflectors

A.P. Preobrazhenskiy, T.V. Avetisyan✉, Yu.P. Preobrazhenskiy

Voronezh Institute of High Technologies, Voronezh, the Russian Federation

Abstract. Tasks related to the modeling of various electrodynamic objects are encountered in radar, design of electrodynamic devices, measures to reduce radar visibility, development of antennas and diffraction structures. In general, on the basis of the decomposition method, electrodynamic objects can be represented as a set of various elementary components. The scattering properties of the entire object are determined by the scattering properties of each of the components. To determine such characteristics, it is necessary, in general, to rely on the appropriate numerical methods. For a fairly limited number of diffraction structures, various analytical expressions are given in the literature. In some cases, they are quite bulky and require some experience from researchers in the course of use. The paper proposes to approximate the characteristics of elementary reflectors based on the method of least squares and Lagrange polynomials. On the basis of the study, the values of the powers of approximating polynomials were determined, which give an error that does not exceed the specified value. The results of the work can be used in the design of diffraction structures. Based on the results obtained, the time for calculating scattering characteristics will be reduced.

Keywords: modeling, approximation, edge wave method, modal method, diffraction structure.

For citation: Preobrazhenskiy A.P., Avetisyan T.V., Preobrazhenskiy Yu.P. Modeling and approximation of scattering characteristics of elementary reflectors. *Modeling, Optimization and Information Technology.* 2025;12(3). (In Russ.). URL: https://moitvivt.ru/ru/journal/pdf?id=1882 DOI: 10.26102/2310-6018/2025.50.3.015

Введение

В современной радиолокации проведение проектирования и построения радиолокационных систем возможно лишь при априорном знании характеристик рассеяния электромагнитных волн исследуемых объектов[1] [1]. При определении характеристик рассеяния используются различные методы, в том числе и приближенные [2]. Для представления диаграмм обратного рассеяния (ДОР) может применяться модель в виде локальных источников. То есть, на поверхности объектов наблюдаются немногочисленные участки интенсивного отражения [3, 4]. В рамках подобной модели можно объект сложной формы представить в виде совокупности элементарных отражателей, каждый из которых вносит определенный вклад в рассеянное электромагнитное поле при заданном угле наблюдения.

Простейшим способом описания локального источника является задание его ДОР в виде какой-либо достаточно простой функции, например, полиномом. Учитывая, что в сложном объекте имеется много элементарных отражателей, необходимо обосновать возможность такого представления ДОР отдельных рассеивателей и определить требования к функциям, аппроксимирующим ДОР таких рассеивателей. В дальнейшем в базе данных системы автоматизированного проектирования (САПР) соответствующие коэффициенты аппроксимации можно хранить и использовать для быстрого проектирования электродинамических объектов.

Целью данной работы было проведение анализа методов аппроксимации характеристик рассеяния электромагнитных волн элементарными объектами и выдача рекомендаций по выбору методов аппроксимации.

Материалы и методы

Анализ методов аппроксимации. Для аппроксимации какой-либо сложной функции $f(x)$ могут использоваться различные математические методы.

1. Полиномы Лагранжа (Рисунок 1). Замена функции полиномом имеет смысл получения вместо сложного аналитического выражения более простого [5, 6]. Аппроксимирующий полином имеет n-ю степень. Берутся отсчеты функции $f(x)$ в $n+1$ точках $b_i = f(x_i)$. Аппроксимирующие полиномы имеют вид:

$$n = 1 P(x) = b_0 \frac{x-a_1}{a_0-a_1} + b_1 \frac{x-a_0}{a_1-a_0},$$

$$n = 2 P(x) = b_0 \frac{(x-a_1)(x-a_2)}{(a_0-a_1)(a_0-a_2)} + b_1 \frac{(x-a_0)(x-a_2)}{(a_1-a_0)(a_1-a_2)} + b_2 \frac{(x-a_0)(x-a_1)}{(a_2-a_0)(a_2-a_1)},$$

$$n = 3 P(x) = b_0 \frac{(x-a_1)(x-a_2)(x-a_3)}{(a_0-a_1)(a_0-a_2)(a_0-a_3)} + b_1 \frac{(x-a_0)(x-a_2)(x-a_3)}{(a_1-a_0)(a_1-a_2)(a_1-a_3)} +$$

$$+ b_2 \frac{(x-a_0)(x-a_1)(x-a_3)}{(a_2-a_0)(a_2-a_1)(a_2-a_3)} + b_3 \frac{(x-a_0)(x-a_1)(x-a_2)}{(a_2-a_0)(a_2-a_1)(a_3-a_2)}. \quad (1)$$

И так далее.

[1] Вяхирев В.А., Ращупкина А.А., Каткова В.П., Чаринцев Д.А. Статистическая модель реализации совместного измерения углового параметра и энергии сигнала для цели с доминирующей блестящей точкой: опубл. 29.05.2023. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2023661189.

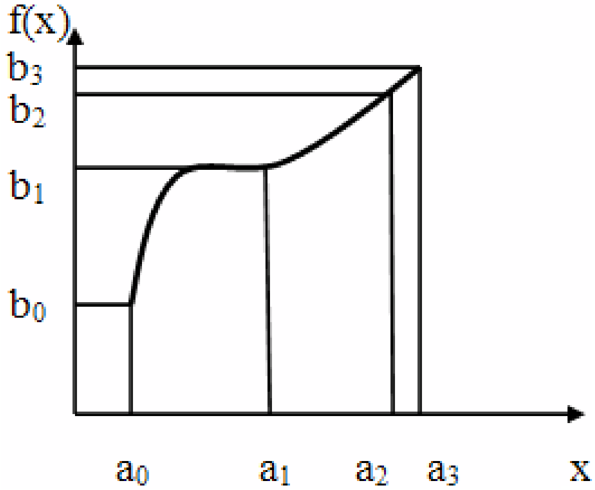

Рисунок 1 – Иллюстрация функции для полиномов Лагранжа
Figure 1 – Illustration of a function for Lagrange polynomials

Значения аргумента x: a_0, a_1, … могут быть распределены как неравномерно, так и находиться в арифметической прогрессии. В последнем случае выражение для полинома записывается в более компактном виде.

2. Полиномы Ньютона. Аппроксимирующий полином имеет n-ю степень [7]. Берутся отсчеты функции $f(x)$ в n+1 точках: $b_i = f(x_i)$. Аппроксимирующие полиномы имеют следующий вид:

$$n = 1P(x) = A_0 + A_1(x - a),$$

$$n = 2P(x) = A_0 + A_1(x - a) + A_2(x - a)(x - a - h),$$

$$n = 3P(x) = A_0 + A_1(x - a) + A_2(x - a)(x - a - h)A_3(x - a)(x - a - h)(x - a - 2h),$$

$$A_0 = b_0, A_1 = (b_1 - b_0)/h, A_2 = (b_2 - 2b_1 - b_0)/(2!\,h^2), A_3 = (b_3 - 2b_3 - b_1)/(3!\,h^3). \quad (2)$$

И так далее.

Полиномы Ньютона могут быть как по нисходящим, так и по возрастающим разностям. При этом доминирующее влияние на поведение аппроксимирующего полинома оказывает или b_0 или b_n (Рисунок 2).

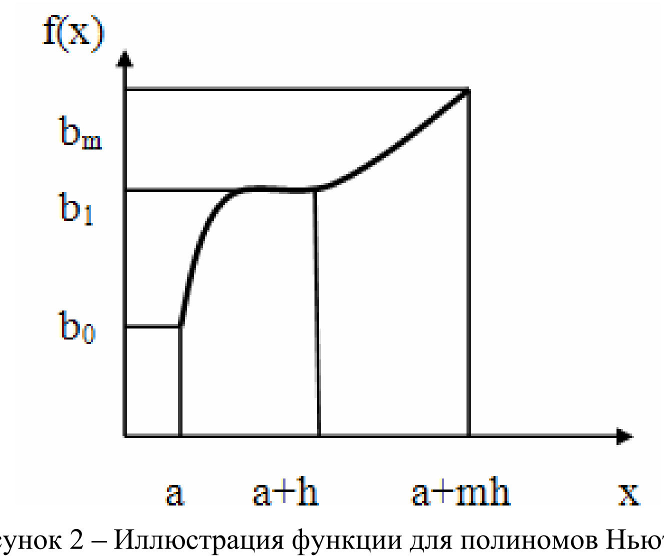

Рисунок 2 – Иллюстрация функции для полиномов Ньютона
Figure 2 – Illustration of a function for Newton polynomials

3. Метод наименьших квадратов (МНК). Берутся отсчеты функции в n точках [8, 9]. При этом рассматривается аппроксимирующий полином степени $S<n$.

$$P(x) = \sum_{i=0}^{s} A_i\, x^{S-i}. \tag{3}$$

Сумма квадратов $\sum_{j=0}^{n}(P(x_j - f(x_j)))$ должна иметь наименьшее возможное значение.

Методы расчета характеристик рассеяния элементарных отражателей. 1) Рассмотрим дифракцию электромагнитной волны на бесконечно тонкой идеально проводящей полосе, имеющей ширину $2a$ и неограниченную длину (рассматривается двумерный случай) (Рисунок 3). Пусть на полосу падает плоская электромагнитная волна под углом α. Поле такой волны [10, 11] можно представить в виде:

$$E = E_0\, exp(jk(x\cos\alpha + y\sin\alpha)),$$
$$H = H_0\, exp(jk(x\cos\alpha + y\sin\alpha)). \tag{4}$$

Рассеянное электромагнитное поле на основе метода краевых волн рассчитывается следующим образом:

$$E_z = -H_\theta = E_{0z}\left(-\frac{cos(ka(\sin\alpha - \sin\theta))}{cos\frac{\alpha+\theta}{2}}\right) + j\,\frac{sin(ka(\sin\alpha - \sin\theta))}{sin\frac{\alpha+\theta}{2}}\frac{exp(j(kr+\pi/4))}{\sqrt{2\pi kr}}, \tag{5}$$

$$E_\theta = H_z = H_{0z}\left(\frac{cos(ka(\sin\alpha - \sin\theta))}{cos\frac{\alpha+\theta}{2}}\right) + j\,\frac{sin(ka(\sin\alpha - \sin\theta))}{sin\frac{\alpha-\theta}{2}}\frac{exp(j(kr+\pi/4))}{\sqrt{2\pi kr}}. \tag{6}$$

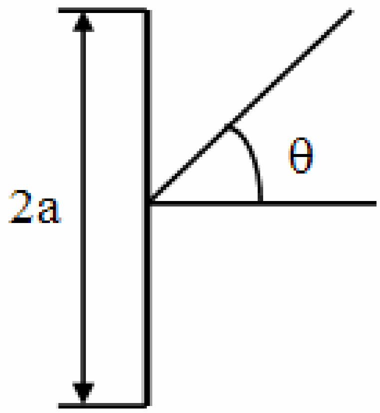

Рисунок 3 – Рассеяние электромагнитных волн на двумерной полоске
Figure 3 – Scattering of electromagnetic waves on a two-dimensional strip

Эти функции справедливы при r>>ka2 и $|\varphi| < \pi/2$, где $k = 2\pi/\lambda$. Кроме того, предполагается, что ka>>1.

2) Рассмотрим дифракцию электромагнитной волны на двумерной полости с размером апертуры a и длиной L (Рисунок 4).

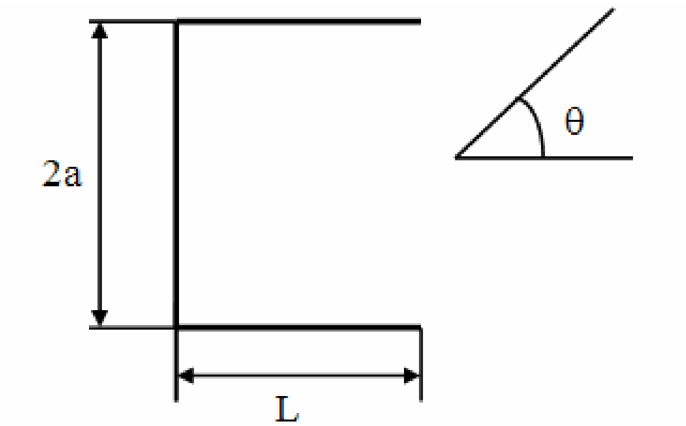

Рисунок 4 – Рассеяние электромагнитных волн на двумерной полой структуре
Figure 4 – Scattering of electromagnetic waves on a two-dimensional hollow structure

Рассеянное электромагнитное поле рассчитываем на основе модального метода [12, 13]:

$$\Omega_m = \begin{cases} \frac{a}{2j}(exp(jua)\,sin\,c\,(ua) - 1), u = m\pi/a \\ (\frac{m\pi}{a})\frac{exp(ju/a)(exp(-jua/2)-(-1)^m jua/2),}{(\frac{m\pi}{a})^2 - u^2} \quad u \neq m\pi/a, \end{cases} \quad (7)$$

$$u = k\,sin\,\theta, \quad (8)$$

$$\alpha_m = \sqrt{\frac{jk}{8\pi}}(\frac{\beta_m}{k} + cos\,\theta)\Omega_m, \quad (9)$$

$$D_m = \sqrt{\frac{8\pi k}{j}}(\frac{1}{\beta_m})\alpha_m \quad (10)$$

– это модальные коэффициенты, которые связаны со входящими в полую структуру модами.

$$C_m = \sum_{n=1}^{N}\sqrt{\frac{\beta_n}{\beta_m}}S_{mn}D_n \quad (11)$$

– это модальные коэффициенты, которые связаны с выходящими из полой структуры модами.

$$\beta_m = \sqrt{k^2 - (\frac{m\pi}{a})^2}, \quad (12)$$

$$A = \sum_{m=1}^{N}\alpha_m C_m, \quad (13)$$

где S_{mn} – матрица рассеяния полой структуры

$$k = 2\pi/\lambda, \quad (14)$$

$$E^{sc} = \frac{exp(-jk\rho)}{\sqrt{\rho}}A \quad (15)$$

– это рассеянное поле.

3) Рассмотрим дифракцию электромагнитных волн [10] на двумерном идеально проводящем клине. Пусть на клин падает электромагнитная волна (Рисунок 5).

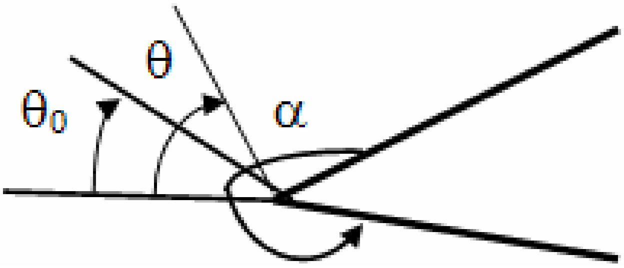

Рисунок 5 – Рассеяние электромагнитных волн на двумерном клине
Figure 5 – Scattering of electromagnetic waves on a two-dimensional wedge

Тогда рассеянное электромагнитное поле, рассчитанное на основе метода краевых токов, определяется следующим образом:

$$E_z = -H_\varphi = E_{0z}\frac{sin\frac{\pi}{n}}{n}\left(\frac{1}{cos\frac{\pi}{n}-cos\frac{(\theta_0-\theta)}{n}}-\frac{1}{cos\frac{\pi}{n}-cos\frac{2\pi-\alpha-\theta_0-\theta}{n}}\right)\frac{exp\,j(kr+\pi/4)}{\sqrt{2\pi kr}}. \quad (16)$$

Результаты

Рассматривалась дифракция электромагнитной волны на бесконечно тонкой идеально проводящей полосе, имеющей ширину $2a$ и неограниченную длину (рассматривается двумерный случай) (Рисунок 3).

Рассеянное электромагнитное поле E_z и E_φ рассчитывается с использованием метода краевых волн. Определяются в рассеянном поле реальная и мнимая часть с применением МНК и полиномов Лагранжа в секторе углов от 0º до 40º. Оценивается ошибка аппроксимации:

$$\varepsilon = \sum_{\theta=\theta_1}^{\theta_2}\sum \frac{|f(\theta)-P(\theta)|}{\Delta\theta|f_{max}||}. \quad (17)$$

Результаты приведены в Таблице 1.

Таблица 1 – Расчет ошибки аппроксимации
Table 1 – Calculation of the approximation error

			θ1–θ2							
	Метод и степень полинома		0–5º	5º–10º	10º–15º	15º–20º	20º–25º	25º–30º	30º–35º	35º–40º
Im(E_φ)	МНК	1	4,6%	1,8%	12,1%	1,4%	9,8%	2,2%	7,8%	3,6%
		2	0,4%	0,6%	0,5%	1,2%	1%	1,1%	0,2%	0,8%
		3	0,04%	0,03%	0,01%	0,03%	0,01%	0,01%	0,1%	0,1%
Re(E_φ)	МНК	1	4%	1,2%	10,7%	3%	7,7%	4,5%	4,5%	5,4%
		2	0,3%	0,5%	0,2%	1%	0,4%	0,8%	0,7%	0,3%
		3	0,2%	0,02%	0,1%	0,06%	0,1%	0,02%	0,06%	0,04%
Im(E_φ)	Лагранж	1	3,7%	1,6%	15,1%	4,4%	11%	6,7%	6,7%	7,9%
		2	0,02%	0,5%	0,4%	1,2%	0,1%	1%	0,2%	0,9%
		3	0,01%	0,2%	0,03%	0,02%	0,05%	0,2%	0,08%	0,09%
Re(E_φ)	Лагранж	1	4,2%	2,5%	17,1%	1,7%	14,1%	2,8%	11,6%	5,1%
		2	0,2%	0,5%	0,2%	0,9%	0,4%	0,8%	0,6%	0,6%
		3	0,01%	0,01%	0,07%	0,05%	0,08%	0,09%	0,05%	0,03%

Видно, что в указанных секторах углов ошибки аппроксимации для рассматриваемых методов будут близкими по значениям. Для приемлемой аппроксимации достаточно использовать полином 2 степени.

Рассмотрим аппроксимацию рассеянного электромагнитного поля для двух бесконечных полосок, которые имеют размер 2*a* и располагаются на расстоянии *d* друг от друга (Рисунок 6).

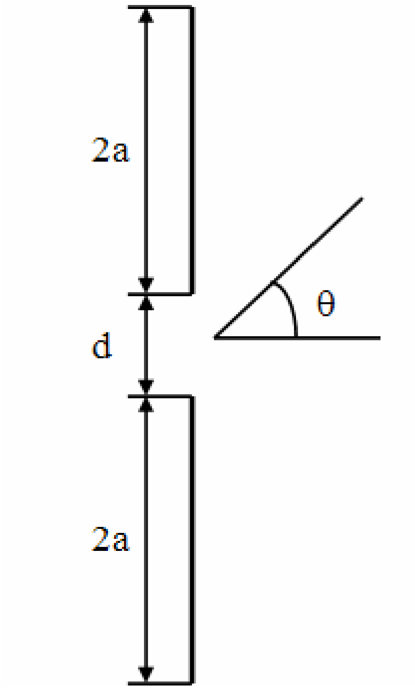

Рисунок 6 – Рассеяние электромагнитных волн на двух двумерных полосках
Figure 6 – Scattering of electromagnetic waves on two two-dimensional strips

Наблюдение ведется в секторе углов $0^\circ \le \theta \le 5^\circ$ (главный лепесток ДОР) при размерах полосок $a = 4\lambda$. Аппроксимация осуществляется на основе МНК, полином рассматривается первой степени $f(x) = C_0 + C_1 x$. Расчеты проводились для реальной и мнимой части E_φ. Также дается оценка ошибки аппроксимации ε.

В Таблице 2 приведены результаты аппроксимации коэффициентов C_0 и C_1 для мнимой составляющей E_φ для двух полосок с размерами $a = 4\lambda$.

Таблица 2 – Результаты аппроксимации коэффициентов C_0 и C_1
Table 2 – The results of the approximation of the coefficients C_0 and C_1

d	a	$(5/4)a$	$(3/2)a$	$(7/4)a$	$2a$	$(9/4)a$	$(5/2)a$	$(11/4)a$	$3a$
C_0	5,192	6,473	8,564	10,734	12,343	13,014	12,709	11,706	10,485
C_1	−1,023	−1,084	−1,162	−1,237	−1,292	−1,318	−1,317	−1,298	−1,274
ε, %	0,25	0,29	0,32	0,32	0,29	0,27	0,26	0,3	0,32

Для одной полоски $C_0 = 7{,}84$, $C_1 = 1{,}11$, $\varepsilon = 0{,}038$. Проводились расчеты $Re(E_\varphi)$ и $Im(E_\varphi)$ при $a = 2\lambda$, 3λ, 4λ, 5λ, 6λ. Было установлено, что для размеров полоски $a \ge 4\lambda$ коэффициенты полинома C_0 и C_1, аппроксимирующего поле, для одной полоски и для двух полосок в указанном секторе углов равны при $d = a/2$.

Однако расчеты продемонстрировали, что при этом ошибка аппроксимации ε для одной полоски и для двух полосок существенно отличаются. Ошибка аппроксимации для двух полосок, когда $2\lambda \leq a \leq 6\lambda$ составляет $\varepsilon = 30$ %.

Рассматривалась дифракция электромагнитных волн на полой структуре с длиной L и размером апертуры a. Рассеянное электромагнитное поле E рассчитывается с использованием модального метода. Определяются в рассеянном поле реальная и мнимая часть с применением МНК в секторе углов от 0º до 40º. Оценивалась ошибка аппроксимации.

Результаты приведены в Таблице 3.

Таблица 3 – Расчет ошибки аппроксимации
Table 3 – Calculation of the approximation error

		θ_1–θ_2							
	Метод и степень полинома	0–5º	5º–10º	10º–15º	15º–20º	20º–25º	25º–30º	30º–35º	35º–40º
$Im(E)$	МНК 1	8,5%	10,6%	14,6%	1,0%	2,0%	12,3%	19,3%	5,3%
	МНК 2	2,7%	2,8%	0,4%	0,2%	0,7%	0,4%	4,3%	1,8%
	МНК 3	0,06%	0,02%	0,04%	0,1%	0,1%	0,1%	2,5%	0,1%
$Re(E)$	МНК 1	13,5%	13,7%	4,4%	6,9%	6,4%	1,0%	10,5%	8,3%
	МНК 2	1,1%	2,0%	3,0%	0,7%	0,4%	0,8%	2,2%	0,3%
	МНК 3	0,3%	0,3%	0,1%	0,4%	0,04%	0,08%	0,6%	0,2%

Видно, что для рассматриваемых углов наблюдения при степени аппроксимирующего полинома, не превосходящей 3, ошибка аппроксимации не превышает 2,5 %.

Рассматривалась дифракция электромагнитных волн на двумерном клине с углом $\alpha = 320$º. Рассеянное электромагнитное поле E рассчитывается с использованием метода краевых волн. Определяются в рассеянном поле реальная и мнимая часть с применением МНК в секторе углов от 0º до 40º. Оценивалась ошибка аппроксимации.

Результаты приведены в Таблице 4.

Таблица 4 – Расчет ошибки аппроксимации
Table 4 – Calculation of the approximation error

		θ_1–θ_2							
	Метод и степень полинома	0–5º	5º–10º	10º–15º	15º–20º	20º–25º	25º–30º	30º–35º	35º–40º
$Im(E)$	МНК 1	0,5%	1,0%	2,0%	8,0%	2,0%	2,0%	1,0%	0,5%
	МНК 2	0,07%	0,09%	0,1%	0,1%	0,1%	0,1%	0,1%	0,1%
	МНК 3	0,001%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,02%	0,01%
$Re(E)$	МНК 1	0,5%	1,0%	2,0%	8,0%	2,0%	2,0%	1,0%	0,5%
	МНК 2	0,07%	0,09%	0,1%	0,1%	0,1%	0,1%	0,1%	0,1%
	МНК 3	0,001%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,02%	0,01%

Видно, что для рассматриваемых углов наблюдения при степени аппроксимирующего полинома, не превосходящей 2, ошибка аппроксимации не превышает 1 %.

Заключение

Полиномы Лагранжа и Ньютона в общем случае дают полиномы n-й степени с одинаковыми коэффициентами при соответствующих степенях переменной. Для использования этих полиномов при аппроксимации функции необходимо брать довольно большое число точек, чтобы степень аппроксимирующего полинома была достаточной для получения искомой точности аппроксимации. В то же время при использовании МНК число точек n может оказаться большим (иногда намного), чем степень аппроксимирующего полинома, что позволит уменьшить время вычислений при сохранении требуемой точности.

Для одного элементарного отражателя (полоска) и двух элементарных отражателей (полоски) могут быть при линейной аппроксимации рассеянного электромагнитного поля одинаковые значения коэффициентов аппроксимации при расстоянии между полосками $d \sim a$. При этом ошибка аппроксимации может быть довольно большой.

Для полой структуры достаточно использовать полином со степенью не выше 3 для получения ошибки аппроксимации не более, чем 2,5 %. Для двумерного клина достаточно использовать полином со степенью не выше 3 для получения ошибки аппроксимации не более, чем 1 %.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ / REFERENCES

1. Кравченко И.С., Мичурин В.В. Метод формирования радиолокационных портретов протяженных объектов. *Радиотехника*. 2021;85(5):28–33. https://doi.org/10.18127/j00338486-202105-03
   Kravchenko I.S., Michurin V.V. Method of Forming Radar Portraits of Extended Objects. *Radioengineering*. 2021;85(5):28–33. (In Russ.). https://doi.org/10.18127/j00338486-202105-03
2. Гуринов А.В., Воронов А.А. О проблемах оценок радиолокационных характеристик объектов. В сборнике: *Современные инструментальные системы, информационные технологии и инновации: сборник научных трудов XVII Международной научно-практической конференции, 17–18 марта 2022 года, Курск, Россия.* Курск: Юго-Западный государственный университет; 2022. С. 151–154.
   Gurinov A.V., Voronov A.A. On the Problems of Assessing the Radar Characteristics of Objects. In: *Sovremennye instrumental'nye sistemy, informatsionnye tekhnologii i innovatsii: sbornik nauchnykh trudov XVII Mezhdunarodnoi nauchno-prakticheskoi konferentsii, 17–18 March 2022, Kursk, Russia.* Kursk: Southwest State University; 2022. P. 151–154. (In Russ.).
3. Пафиков Е.А., Смыляев Д.В., Тычков А.Ю. Методика пространственно-временного моделирования положения блестящих точек объекта с учетом динамики его движения. *Известия Тульского государственного университета. Технические науки.* 2023;(12):265–267.
   Pafikov E.A., Smyshlyaev D.V., Tychkov A.Yu. The Technique of Spatial-Temporal Modeling of the Position Brilliant Points of the Object, Taking into Account the Dynamics of Its Movement. *News of the Tula State University. Technical Sciences.* 2023;(12):265–267. (In Russ.).
4. Меркишин Г.В. Синтез структурного изображения наблюдаемых объектов по бинарным отношениям «блестящих» точек. *Вестник Московского авиационного института*. 2011;18(1):169–174.

5. Агаханов С.А., Баламирзоев А.Г., Рагимханова Г.С., Ризаев М.К. Поведение интерполяционных полиномов Лагранжа по корням полиномов Чебышева функции sign (x) около нуля. *Известия Дагестанского государственного педагогического университета. Естественные и точные науки*. 2020;14(2):5–14.
Agakhanov S.A., Balamirzoev A.G., Ragimkhanova G.S., Rizaev M.K. Behavior of Lagrange's Interpolation Polynomials in the Roots of Chebyshev's Polynomials of the Function Sign (x) near Zero. *Dagestan State Pedagogical University Journal. Natural and Exact Sciences*. 2020;14(2):5–14. (In Russ.).
6. Грецов А.В., Максименко Л.В. Приближение функций на основе преобразования интерполяционного полинома Лагранжа. *Обозрение прикладной и промышленной математики*. 2019;26(2):154–155.
7. Корбут Д.В. Реализация интерполяции при помощи полинома Ньютона в электронных таблицах средствами языка VBA. В сборнике: *Управление информационными ресурсами: материалы XX Международной научно-практической конференции, 29 марта 2024 года, Минск, Беларусь*. Минск: Академия управления при Президенте Республики Беларусь; 2024. С. 454–458.
8. Голованчиков А.Б., Доан М.К., Петрухин А.В., Меренцов Н.А. Сравнение точности аппроксимации экспериментальных данных методом наименьших относительных квадратов с методом наименьших квадратов. *Моделирование, оптимизация и информационные технологии*. 2020;8(1). https://doi.org/10.26102/2310-6018/2020.28.1.042
Golovanchikov A.B., Doan M.K., Petrukhin A.V., Merentsov N.A. Comparison of the Accuracy of Experimental Data Approximation Using the Least Relative Squares Method with the Least Squares Method. *Modeling, Optimization and Information Technology*. 2020;8(1). (In Russ.). https://doi.org/10.26102/2310-6018/2020.28.1.042
9. Голованчиков А.Б., Минь К.Д., Шибитова Н.В. Аппроксимация экспериментальных данных методом наименьших квадратов и методом наименьших относительных квадратов. *Энерго- и ресурсосбережение: промышленность и транспорт*. 2019;(1):42–44.
Golovanchikov A.B., Minh C.D., Shibitova N.V. The Approximation of Experimental Data Using the Least Squares Method and the Least Relative Squares Method. *Energy and Resource Saving: Industry and Transport*. 2019;(1):42–44. (In Russ.).
10. Гарбузов В.В., Шабров С.А. Априорные оценки решения краевой задачи. *Вестник Воронежского института высоких технологий*. 2022;16(1):15–18.
Garbuzov V.V., Shabrov S.A. A Priori Estimates of the Solution of the Boundary Value Problem. *Bulletin of the Voronezh Institute of High Technologies*. 2022;16(1):15–18. (In Russ.).
11. Инденбом М.В., Скуратов В.А. Модальный подход в методе расчета осесимметричных антенных решеток с учетом взаимодействия щелевых излучателей на основе разложения электромагнитного поля по собственным функциям внешней области поверхности антенны. *Радиотехника*. 2021;85(5):117–131. https://doi.org/10.18127/j00338486-202105-00
Indenbom M.V., Skuratov V.A. Modal Approach to the Method of Calculating Axisymmetric Array Antennas Taking into Account Interaction of Slot Elements Based on the Electromagnetic Field Expansion in Terms of the Eigenfunctions of the Outer Region of the Antenna Surface. *Radioengineering*. 2021;85(5):117–131. (In Russ.). https://doi.org/10.18127/j00338486-202105-00
12. Калошин В.А., Луу Д.Т. Решение задачи излучения открытого конца нерегулярного волновода гибридным методом. *Журнал радиоэлектроники*. 2020;(7). https://doi.org/10.30898/1684-1719.2020.7.6

Kaloshin V.A., Luu D.T. Solution of the Problem of Radiation From the Open End of an Irregular Waveguide by the Hybrid Method. *Journal of Radio Electronics*. 2020;(7). (In Russ.). https://doi.org/10.30898/1684-1719.2020.7.6

13. Преображенский А.П. *Моделирование и алгоритмизация анализа дифракционных структур в САПР радиолокационных антенн*. Воронеж; 2007. 248 с.
Preobrazhensky A.P. *Modeling and Analysis of the Diffraction Patterns Algorithmization in CAD of Radar Antennas*. Voronezh; 2007. 248 p. (In Russ.).

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ / INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Преображенский Андрей Петрович, доктор технических наук, профессор, Воронежский институт высоких технологий, Воронеж, Российская Федерация.
e-mail: app@vivt.ru
ORCID: 0000-0002-6911-8053

Andrey P. Preobrazhensky, Doctor of Engineering Sciences, Professor, Voronezh Institute of High Technologies, Voronezh, the Russian Federation.

Аветисян Татьяна Владимировна, преподаватель, Воронежского института высоких технологий, Воронеж, Российская Федерация.
e-mail: vtatyana_avetisyan@mail.ru
ORCID: 0000-0003-3559-6070

Tatiana V. Avetisyan, Lecturer, Voronezh Institute of High Technologies, Voronezh, the Russian Federation.

Преображенский Юрий Петрович, кандидат технических наук, доцент, Воронежский институт высоких технологий, Воронеж, Российская Федерация.
e-mail: petrovich@vivt.ru

Yuri P. Preobrazhensky, Candidate of Engineering Sciences, Associate Professor, Voronezh Institute of High Technologies, Voronezh, the Russian Federation.

Статья поступила в редакцию 15.04.2025; одобрена после рецензирования 17.06.2025; принята к публикации 10.07.2025.

The article was submitted 15.04.2025; approved after reviewing 17.06.2025; accepted for publication 10.07.2025.