УДК 519.862.6
DOI: 10.26102/2310-6018/2025.49.2.024

Построение регрессионных моделей с переключающимися нелинейными преобразованиями для назначенной объясняющей переменной

М.П. Базилевский

Иркутский государственный университет путей сообщения, Иркутск, Российская Федерация

Резюме. При построении регрессионных моделей нередко приходится прибегать к нелинейным преобразованиям объясняющих переменных. Для этого могут быть использованы как элементарные, так и неэлементарные функции. Делается это потому, что многие закономерности в природе сложны и плохо описываются линейными зависимостями. Обычно преобразования объясняющих переменных в регрессионной модели постоянны для всех наблюдений выборки. Данная работа посвящена построению нелинейных регрессий с переключающимися преобразованиями выбранной объясняющей переменной. При этом для оценки неизвестных параметров регрессии применен метод наименьших модулей. Для формирования правила переключения преобразований использована целочисленная функция «пол». Сформулирована задача частично булевого линейного программирования, решение которой приводит как к идентификации оптимальных оценок нелинейной регрессии, так и к идентификации правила переключения преобразований в зависимости от значений объясняющих переменных. Решена задача моделирования веса фюзеляжа самолета. Построенная предложенным способом нелинейная регрессия с переключающимися преобразованиями оказалась лучше модели с постоянными на всей выборке преобразованиями. Достоинство разработанного механизма построения регрессионных моделей в том, что, благодаря знанию правила переключения преобразований, найденную регрессию можно использовать для прогнозирования.

Ключевые слова: регрессионный анализ, нелинейная регрессия, метод наименьших модулей, задача частично булевого линейного программирования, целочисленная функция «пол», весовая модель фюзеляжа самолета.

Для цитирования: Базилевский М.П. Построение регрессионных моделей с переключающимися нелинейными преобразованиями для назначенной объясняющей переменной. *Моделирование, оптимизация и информационные технологии.* 2025;13(2). URL: https://moitvivt.ru/ru/journal/pdf?id=1893 DOI: 10.26102/2310-6018/2025.49.2.024

Construction of regression models with switching nonlinear transformations for the assigned explanatory variable

M.P. Bazilevskiy

Irkutsk State Transport University, Irkutsk, the Russian Federation

Abstract. Often, when constructing regression models, it is necessary to resort to nonlinear transformations of explanatory variables. Both elementary and non-elementary functions can be used for this. This is done because many patterns in nature are complex and poorly described by linear dependencies. Usually, the transformations of explanatory variables in a regression model are constant for all observations of the sample. This work is devoted to constructing nonlinear regressions with switching transformations of the selected explanatory variable. In this case, the least absolute deviations method is used to estimate the unknown regression parameters. To form the rule for switching transformations, an integer function "floor" is used. A mixed 0–1 integer linear programming problem is formulated. The solution of this problem leads to both the identification of optimal estimates for nonlinear regression and the identification of a rule for switching transformations based on the values of explanatory variables. A problem of modeling the weight of aircraft fuselages is solved using this method. The nonlinear regression constructed with the proposed method using switching transformations turned out to be more accurate than the model using constant transformations over the entire sample. An advantage of the mechanism developed for constructing regression models is that thanks to the knowledge of the rules for switching transformations, the resulting regression can be used for forecasting.

Keywords: regression analysis, nonlinear regression, least absolute deviations method, mixed 0–1 integer linear programming problem, integer function «floor», weight model of aircraft fuselage.

For citation: Bazilevskiy M.P. Construction of regression models with switching nonlinear transformations for the assigned explanatory variable. *Modeling, Optimization and Information Technology*. 2025;13(2). (In Russ.). URL: https://moitvivt.ru/ru/journal/pdf?id=1893 DOI: 10.26102/2310-6018/2025.49.2.024

Введение

Нелинейный регрессионный анализ [1] в настоящее время находит широкое применение при решении самых различных прикладных задач. Так, например, в [2] для исследования точности определения расхождения шкал времени спутников ГЛОНАСС использованы полиномы Чебышева, а также регрессии, включающие полиномиальную, кусочно-линейную и логистическую функции. В [3] при моделировании кредитования банками Республики Беларусь предприятий малого и среднего бизнеса построена степенная, экспоненциальная, логарифмическая и параболическая регрессия. В [4] для установления взаимосвязи между физико-химическими показателями торфов применена регрессия по типу гиперболического тангенса и логистической кривой Ферхюльста. В [5] для расчета коэффициентов скорости колебательных энергообменов применены усложненные полиномиальные регрессии. А в [6] построена двумерная экспоненциальная регрессия содержания никельсодержащего катализатора.

Перечисленные работы объединяет то, что используемые в них уравнения регрессий включают в себя элементарные функции – степенные, показательные, логарифмические, тригонометрические и обратные тригонометрические. Известно, что задача оценки неизвестных параметров регрессионной модели методом наименьших модулей (МНМ) сводится к задаче линейного программирования [7]. Благодаря этому появилось множество нелинейных регрессий, включающих в себя такие неэлементарные функции, как минимум, максимум, модуль, «пол» и «потолок». Так, в [8] исследована задача оценки с помощью МНМ производственной функции Леонтьева, включающей неэлементарную функцию минимум. В [9] предложены индексные регрессии, обобщающие функцию Леонтьева. В [10] предложены многослойные модульные регрессионные модели. В [11] исследованы регрессионные модели, включающие целочисленные функции «пол» и «потолок».

Проведенный литературный анализ показал, что при построении нелинейных регрессий, неважно, с элементарными или с неэлементарными функциями, нелинейное преобразование одной или нескольких переменных всегда остается постоянным в каждом наблюдении выборки. В этой связи возникла идея разработать регрессионную модель, в которой осуществлялось бы по некоторому правилу переключение нелинейных преобразований объясняющих переменных.

Материалы и методы

Пусть требуется исследовать влияние l объясняющих переменных $x_1, x_2, \dots, x_l$ на объясняемую переменную y по известной выборке статистических данных объема n. Допустим, что все эти переменные принимают значения y_i, x_{i1}, …, x_{il}, $i = \overline{1,n}$. Тогда для установления связи между ними можно воспользоваться моделью множественной линейной регрессии [12] следующего вида:

$$y_i = \alpha_0 + \sum_{j=1}^{l} \alpha_j x_{ij} + \varepsilon_i,\ i = \overline{1,n}, \tag{1}$$

где α_0, α_1, …, α_l – неизвестные параметры; ε_1, ε_2, …, ε_n – ошибки регрессии.

Предположим, что k-я объясняющая переменная x_k, $k \in \{1,2,\dots,l\}$, преобразована с помощью p различных элементарных функций $g_1(x_k)$, $g_2(x_k)$, …, $g_p(x_k)$. Тогда от линейной регрессии (1) перейдем к линейной по параметрам, но нелинейной по факторам, регрессионной модели:

$$y_i = \alpha_0 + \sum_{j \in L \backslash k} \alpha_j x_{ij} + \alpha_{k1} g_1(x_{ik}) + \alpha_{k2} g_2(x_{ik}) + \dots + \alpha_{kp} g_p(x_{ik}) + \varepsilon_i,\ i = \overline{1,n}, \tag{2}$$

где $L = \{1,2,\dots,l\}$; α_{kq}, $q = \overline{1,p}$ – неизвестный параметр при q-м преобразовании k-й объясняющей переменной.

Для оценки неизвестных параметров регрессии (2) будем использовать МНМ, суть которого состоит в минимизации суммы модулей её ошибок. Применяя описанный в [7] приём, получим следующую задачу линейного программирования:

$$\sum_{i=1}^{n} (u_i + v_i) \to min, \tag{3}$$

$$y_i = \alpha_0 + \sum_{j \in L \backslash k} \alpha_j x_{ij} + \alpha_{k1} g_1(x_{ik}) + \alpha_{k2} g_2(x_{ik}) + \dots + \alpha_{kp} g_p(x_{ik}) + u_i - v_i,\ i = \overline{1,n}, \tag{4}$$

$$u_i \ge 0,\ v_i \ge 0,\ i = \overline{1,n}, \tag{5}$$

где неотрицательные переменные u_i и v_i, $i = \overline{1,n}$, задаются по правилам

$$u_i = \begin{cases} y_i - \alpha_0 - \sum\limits_{j \in L \backslash k} \alpha_j x_{ij} - \sum\limits_{q=1}^{p} \alpha_{kq} g_q(x_{ik}), \text{ при } y_i - \alpha_0 - \sum\limits_{j \in L \backslash k} \alpha_j x_{ij} - \sum\limits_{q=1}^{p} \alpha_{kq} g_q(x_{ik}) > 0, \\ 0, \text{ в противном случае,} \end{cases}$$

$$v_i = \begin{cases} -\left(y_i - \alpha_0 - \sum\limits_{j \in L \backslash k} \alpha_j x_{ij} - \sum\limits_{q=1}^{p} \alpha_{kq} g_q(x_{ik}) \right), \text{ при } y_i - \alpha_0 - \sum\limits_{j \in L \backslash k} \alpha_j x_{ij} - \sum\limits_{q=1}^{p} \alpha_{kq} g_q(x_{ik}) < 0, \\ 0, \text{ в противном случае.} \end{cases}$$

Решение задачи линейного программирования (3)–(5) дает МНМ-оценки параметров регрессии (2), включающей все p преобразований k-й объясняющей переменной.

Пусть в регрессии (2) в каждом наблюдении должно «срабатывать» только одно преобразование k-й объясняющей переменной. Для организации «переключения» преобразований введем булевы переменные σ_{iq}, $i = \overline{1,n}$, $q = \overline{1,p}$ по правилу:

$$\sigma_{iq} = \begin{cases} 1, \text{ если в } i\text{-м наблюдении срабатывает } q\text{-е преобразование } k\text{-й переменной,} \\ 0, \text{ в противном случае.} \end{cases}$$

Введем ограничения на значения булевых переменных:

$$\sigma_{iq} \in \{0,1\},\ i = \overline{1,n},\ q = \overline{1,p}. \tag{6}$$

Представим ограничения (4) в виде

$$y_i = \alpha_0 + \sum_{j \in L \setminus k} \alpha_j x_{ij} + z_{i1} + z_{i2} + \ldots + z_{ip} + u_i - v_i,\ i = \overline{1,n}, \tag{7}$$

где вспомогательные переменные z_{iq}, $i = \overline{1,n}$, $q = \overline{1,p}$ удовлетворяют условиям

$$z_{iq} = \begin{cases} \alpha_{kq} g_q(x_{ik}), \text{ если в } i\text{-м наблюдении срабатывает } q\text{-е преобразование}, \\ 0, \text{ в противном случае.} \end{cases}$$

Тогда справедливы следующие ограничения:

$$-M(1 - \sigma_{iq}) \le z_{iq} - \alpha_{kq} g_q(x_{ik}) \le M(1 - \sigma_{iq}),\ i = \overline{1,n},\ q = \overline{1,p}, \tag{8}$$

$$-M\sigma_{iq} \le z_{iq} \le M\sigma_{iq},\ i = \overline{1,n},\ q = \overline{1,p}, \tag{9}$$

где M – выбранное исследователем достаточно большое положительное число.

Если $\sigma_{iq} = 0$, то из (8), (9) следует, что $z_{iq} = 0$, а параметр α_{kq} удовлетворяет двойному неравенству $-M \le -\alpha_{kq} g_q(x_{ik}) \le M$. Если же $\sigma_{iq} = 1$, то $z_{iq} = \alpha_{kq} g_q(x_{ik})$, а значение z_{iq} удовлетворяет двойному неравенству $-M \le z_{iq} \le M$.

Для организации срабатывания только одного преобразования k-й объясняющей переменной в каждом наблюдении введем линейные ограничения на значения булевых переменных:

$$\sum_{q=1}^{p} \sigma_{iq} = 1,\ i = \overline{1,n}. \tag{10}$$

Решение задачи частично булевого линейного программирования (ЧБЛП) с целевой функцией (3) и с ограничениями (5)–(10) для выбранных k и M приводит к идентификации как оптимальных по МНМ оценок параметров регрессии (2), так и к выбору оптимального в каждом наблюдении преобразования k-й объясняющей переменной. Однако правило переключения преобразований в наблюдениях не устанавливается, поэтому найденную модель регрессии не получится использовать для прогнозирования значений объясняемой переменной y.

Для решения этой проблемы воспользуемся приемом, предложенным в [11]. Он состоит в дискретизации линейной комбинации объясняющих переменных с помощью целочисленной функции пол [13, 14], обозначаемой скобками $\lfloor\ \rfloor$. Эта функция округляет полученный в скобках результат до ближайшего целого числа в меньшую сторону. Например, $\lfloor 3{,}99 \rfloor = 3$.

Обозначим номер сработавшего в i-м наблюдении преобразования k-й объясняющей переменной как N_i, причем, $1 \le N_i \le p$. Свяжем этот номер со значениями объясняющих переменных следующим соотношением:

$$N_i = \left\lfloor \beta_0 + \sum_{j=1}^{l} \beta_j x_{ij} \right\rfloor,\ i = \overline{1,n}, \tag{11}$$

где $\beta_0, \beta_1, \ldots, \beta_l$ – неизвестные параметры.

В [11] показано, что нелинейное выражение (11) можно заменить линейными ограничениями

$$N_i \le \beta_0 + \sum_{j=1}^{l} \beta_j x_{ij} \le N_i + 1 - \Delta,\ i = \overline{1,n}, \tag{12}$$

где Δ – выбранное исследователем достаточно малое положительное число.

Номер N_i сработавшего в i-м наблюдении преобразования k-й объясняющей переменной связан с булевыми переменными σ_{iq} следующими соотношениями:

$$N_i = 1 \cdot \sigma_{i1} + 2 \cdot \sigma_{i2} + \ldots + p \cdot \sigma_{ip},\ i = \overline{1,n}. \tag{13}$$

Действительно, если, например, $\sigma_{i2} = 1$, то в силу (10) по формуле (13) номер преобразования $N_i = 2$.

Учитывая (13), перепишем (12) в виде

$$\sum_{q=1}^{p} q \cdot \sigma_{iq} \le \beta_0 + \sum_{j=1}^{l} \beta_j x_{ij} \le \sum_{q=1}^{p} q \cdot \sigma_{iq} + 1 - \Delta, i = \overline{1, n}. \quad (14)$$

Таким образом, решение задачи ЧБЛП с целевой функцией (3) и с ограничениями (5)–(10), (14) для выбранных k, M и Δ приводит к идентификации оптимальных по МНМ оценок параметров регрессии (2), а также к идентификации правила выбора оптимального в каждом наблюдении преобразования k-й объясняющей переменной. Знание этого правила дает возможность прогнозировать значения объясняемой переменной y по отсутствующим в выборке наблюдениям.

Результаты экспериментов

В работе [15] приведены данные, по которым с помощью метода наименьших квадратов построена модель массы фюзеляжа самолета. Объем выборки составляет 23. Сначала мы переоценили параметры этой регрессии с помощью МНМ:

$$ln\, y = 0{,}6512 + 2{,}0659\, ln\, x_1 - 0{,}6974\, ln\, x_2 + 1{,}3141\, ln\, x_3, \quad (15)$$

где y – вес конструкции фюзеляжа; x_1 – длина фюзеляжа; x_2 – высота сечения фюзеляжа; x_3 – ширина сечения фюзеляжа. Переменная y измеряется в ньютонах, а факторы x_1, x_2 и x_3 – в метрах. Спецификация этой модели объясняется логарифмированием степенной функции. Для удобства обозначим $Y = ln\, y$ – логарифм веса фюзеляжа.

Сумма модулей ошибок SAE регрессии (15) равна 3,42.

Затем путем комбинирования элементарных функций $\sqrt{x}$, x и $ln\, x$ для преобразований объясняющих переменных в (15) было построено с помощью МНМ 27 возможных регрессий, из которых лучшей по величине SAE оказалась зависимость

$$Y = 2{,}6791 + 0{,}9187\sqrt{x_1} - 0{,}3233 x_2 + 1{,}4285\, ln\, x_3, \quad (16)$$

для которой SAE = 3,22, что ниже, чем у (15).

После чего для выбранных элементарных функций $\sqrt{x}$, x и $ln\, x$ решались задачи ЧБЛП с целевой функцией (3) и с ограничениями (5)–(10), (14). Для этого были назначены параметры $M = 50$, $\Delta = 0{,}00001$. Параметр k, т. е. номер выбранной объясняющей переменной, менялся вручную от 1 до 3. Поскольку результат решения задач зависит от выбора порядка следования элементарных функций, то этот порядок также менялся вручную. Для решения задач ЧБЛП был использован бесплатный оптимизационный решатель LPSolve. Всего было решено 18 задач. Результаты моделирования представлены в Таблице 1. В ней в первом столбце указан номер построенной модели, во втором – выбранный номер объясняющей переменной, в третьем – порядок следования элементарных функций (числу 1 соответствует функция x, 2 – $\sqrt{x}$, 3 – $ln\, x$), в четвертом – значение критерия SAE.

Таблица – Результаты моделирования
Table – Simulation results

№	k	Порядок следования функций	SAE
1	1	1, 2, 3	2,408
2	1	1, 3, 2	2,610
3	1	2, 1, 3	3,015
4	1	2, 3, 1	2,610
5	1	3, 1, 2	3,015

Таблица 1 (продолжение)
Table 1 (continued)

6	1	3, 2, 1	2,408
7	2	1, 2, 3	2,961
8	2	1, 3, 2	2,428
9	2	2, 1, 3	2,920
10	2	2, 3, 1	2,428
11	2	3, 1, 2	2,920
12	2	3, 2, 1	2,961
13	3	1, 2, 3	3,115
14	3	1, 3, 2	2,876
15	3	2, 1, 3	2,818
16	3	2, 3, 1	2,876
17	3	3, 1, 2	2,818
18	3	3, 2, 1	3,115

Из данных Таблицы 1 видно, во-первых, что для любого k смена порядка следования функций на противоположный не влияет на величину SAE. Например, при $k = 2$ величина SAE = 2,428, как в случае следования функций в порядке 1, 3, 2, так и в порядке 2, 3, 1. Во-вторых, лучшими двумя регрессиями признаны модели, для которых величина SAE = 2,408. Первая из них для $k = 1$ и последовательности элементарных функций 1, 2, 3 имеет вид:

$$Y = 3{,}2074 + \begin{bmatrix} 0{,}1486x_1 \\ 0{,}6101\sqrt{x_1} \\ 0{,}8563\, ln\, x_1 \end{bmatrix} - 0{,}007247x_2 + 0{,}557x_3, \quad (17)$$

где номер N преобразования в таблице $\begin{bmatrix} 0{,}1486x_1 \\ 0{,}6101\sqrt{x_1} \\ 0{,}8563\, ln\, x_1 \end{bmatrix}$ определяется по правилу:

$$N = \lfloor 0{,}4857 - 0{,}01943x_1 + 0{,}7414x_3 \rfloor.$$

Вторая из них для $k = 1$ и последовательности элементарных функций 3, 2, 1 имеет вид:

$$Y = 3{,}2074 + \begin{bmatrix} 0{,}8563\, ln\, x_1 \\ 0{,}6101\sqrt{x_1} \\ 0{,}1486x_1 \end{bmatrix} - 0{,}007247x_2 + 0{,}557x_3, \quad (18)$$

где

$$N = \lfloor 3{,}946 - 0{,}05838x_1 + 0{,}1711x_2 \rfloor.$$

Полученные модели (17) и (18), в которых преобразования переменной x_1 переключаются в зависимости от значений всех объясняющих переменных, по величине SAE оказались лучше модели (16), в которой преобразование постоянно. Модели (17) и (18) отличаются друг от друга правилами переключения преобразований, но срабатывания элементарных функций в каждой из них одинаковы. Так, в обоих случаях преобразование x_1 сработало в наблюдениях под номерами 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 12, 13, 14, 15; $\sqrt{x_1}$ – 9, 10, 11, 16, 17, 18, 19, 20; $ln\, x_1$ – 21, 22, 23.

Заключение

В работе сформулирована задача оценки с помощью МНМ параметров нелинейной регрессии, в которой назначенные преобразования выбранной объясняющей переменной переключаются в зависимости от значений всех входных переменных. Для переключения использована целочисленная функция пол. Сформулированная задача сведена к задаче ЧБЛП. В результате ее решения определяются как оптимальные оценки регрессии, так и правило переключения функций, поэтому полученную зависимость можно использовать для прогнозирования объясняемой переменной y. Проведенные в рамках моделирования массы фюзеляжа самолета эксперименты показали, что качество предложенных моделей с переключающимися преобразованиями может быть выше, чем без использования таких переключений. Разработанный математический аппарат можно успешно применять на практике для моделирования сложных нелинейных зависимостей. При этом есть некоторое ограничение его применимости, связанное с выбором большого и малого положительных чисел M и Δ, что свойственно задачам целочисленного программирования. К тому же для решения задач ЧБЛП требуется довольно мощный оптимизационный решатель.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ / REFERENCES

1. Bates D.M., Watts D.G. *Nonlinear Regression Analysis and Its Applications*. New York: Wiley; 1988. 384 p.
2. Черникова О.С., Марарескул Т.А. Исследование точности определения расхождения шкал времени на основе нелинейных регрессионных моделей. *Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика*. 2025;(70):103–112.
   Chernikova O.S., Marareskul T.A. Investigation of Accuracy of Determination of Satellite Clock Bias Based on Nonlinear Regression Models. *Tomsk State University Journal of Control and Computer Science*. 2025;(70):103–112. (In Russ.).
3. Королевич Ю.В. Нелинейные регрессионные модели кредитования банками Республики Беларусь предприятий малого и среднего бизнеса за период 2016−2022 годы. *Экономическая наука сегодня*. 2024;(20):152–167.
   Karalevich Yu.V. Nonlinear Regression Models of Lending Banks of the Republic of Belarus Enterprises Small and Medium Businesses for the Period 2016–2022. *Ekonomicheskaya nauka segodnya*. 2024;(20):152–167. (In Russ.).
4. Кайгородов Е.В., Ларина Г.В., Ялбачева О.А., Техтиеков В.И., Сокруто А.Е. Применение нелинейного регрессионного анализа для установления взаимосвязи между физико-химическими показателями торфов. В сборнике: *Научный вестник Горно-Алтайского государственного университета № 16: сборник статей*. Горно-Алтайск: Горно-Алтайский государственный университет; 2021. С. 42–50.
   Kaigorodov E.V., Larina G.V., Jalbacheva O.A., Tekhtiekov V.I., Sokruto A.E. Application of Nonlinear Regression Analysis for Determining Interdependencies Between Physic-Chemical Parameters of Peats of the Altai Mountains. In: *Nauchnyi vestnik Gorno-Altaiskogo gosudarstvennogo universiteta № 16: sbornik statei*. Gorno-Altaisk: Gorno-Altaisk State University; 2021. P. 42–50. (In Russ.).
5. Исаков А.А., Гориховский В.И., Мельник М.Ю. Модели регрессии для расчета поуровневых коэффициентов скорости колебательных энергообменов. *Вестник Санкт-Петербургского университета. Математика. Механика. Астрономия*. 2024;11(2):332–346. https://doi.org/10.21638/spbu01.2024.207
   Isakov A.A., Gorikhovskii V.I., Melnik M.Yu. Regression Models for Calculating State-To-State Coefficients of the Rate of Vibrational Energy Exchanges. *Vestnik of Saint*

Petersburg University. Mathematics. Mechanics. Astronomy. 2024;11(2):332–346. (In Russ.). https://doi.org/10.21638/spbu01.2024.207

6. Тыртыгин В.Н., Денисковец А.А., Лабутин А.Н. Математико-статистическая модель очистки в высокоградиентном магнитном поле гидрированного жира от суспендированного катализатора. *Известия высших учебных заведений. Химия и химическая технология*. 2021;64(6):83–88. https://doi.org/10.6060/ivkkt.20216406.6410
   Tyrtygin V.N., Deniskovets A.A., Labutin A.N. Mathematical and Statistical Model of Cleaning in a High-Gradient Magnetic Field of Hydrogenated Fat from Suspended Catalyst. *ChemChemTech*. 2021;64(6):83–88. (In Russ.). https://doi.org/10.6060/ivkkt.20216406.6410
7. Wagner H.M. Linear Programming Techniques for Regression Analysis. *Journal of the American Statistical Association*. 1959;54(285):206–212. https://doi.org/10.1080/01621459.1959.10501506
8. Носков С.И. *Технология моделирования объектов с нестабильным функционированием и неопределенностью в данных*. Иркутск: Облинформпечать; 1996. 320 с.
9. Базилевский М.П., Носков С.И. Оценивание индексных моделей регрессии с помощью метода наименьших модулей. *Вестник Российского нового университета. Серия: Сложные системы: модели, анализ и управление*. 2020;(1):17–23. https://doi.org/10.25586/RNU.V9187.20.01.P.017
   Bazilevskiy M.P., Noskov S.I. Estimation of Index Regression Models Using the Least Absolute Deviations. *Vestnik of the Russian New University. Series: Complex Systems: Models, Analysis, Management*. 2020;(1):17–23. (In Russ.). https://doi.org/10.25586/RNU.V9187.20.01.P.017
10. Базилевский М.П. Оценивание неизвестных параметров многослойной модульной регрессии методом наименьших модулей. *Моделирование, оптимизация и информационные технологии*. 2024;12(2). https://doi.org/10.26102/2310-6018/2024.45.2.039
    Bazilevskiy M.P. Unknown Parameters Estimation for Multilayer Modular Regression Using the Least Absolute Deviations Method. *Modeling, Optimization and Information Technology*. 2024;12(2). (In Russ.). https://doi.org/10.26102/2310-6018/2024.45.2.039
11. Базилевский М.П. Оценивание с помощью метода наименьших модулей регрессионных моделей с целочисленными функциями пол и потолок. *International Journal of Open Information Technologies*. 2024;12(10):56–61.
    Bazilevskiy M.P. Estimation Using Least Absolute Deviations Method of Regression Models with Integer Floor and Ceiling Functions. *International Journal of Open Information Technologies*. 2024;12(10):56–61. (In Russ.).
12. Hu Yi., Yu Sh.Ch., Qi X., Zheng W.J., Wang Q., Yao H.Y. An Overview of Multiple Linear Regression Model and Its Application. *Chinese Journal of Preventive Medicine*. 2019;53(6):653–656.
13. Грэхем Р., Кнут Д., Паташник О. *Конкретная математика. Основание информатики*. Москва: Мир; 1998. 703 с.
    Graham R.L., Knuth D.E., Patashnik O. *Concrete Mathematics. A Foundation for Computer Science*. Moscow: Mir; 1998. 703 p. (In Russ.).
14. Wang X. Brief Summary of Frequently-Used Properties of the Floor Function. *IOSR Journal of Mathematics*. 2017;13(5):46–48.
15. Ресулкулыева Г., Серебрянский С.А. Весовая модель конструкции фюзеляжа, крыла и оперения самолета на основе регрессионного анализа. В сборнике: *Управление развитием крупномасштабных систем (MLSD'2022): труды*

Пятнадцатой международной конференции, 26–28 сентября 2022 года, Москва, Россия. Москва: Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН; 2022. С. 918–924. https://doi.org/10.25728/mlsd.2022.0918

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ / INFORMATION ABOUT THE AUTHOR

Базилевский Михаил Павлович, кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры «Математика», Иркутский государственный университет путей сообщения, Иркутск, Российская Федерация.
e-mail: mik2178@yandex.ru
ORCID: 0000-0002-3253-5697

Mikhail P. Bazilevskiy, Candidate of Engineering Sciences, Docent, Associate Professor at the Department of Mathematics, Irkutsk State Transport University, Irkutsk, the Russian Federation.

Статья поступила в редакцию 13.04.2025; одобрена после рецензирования 07.05.2025; принята к публикации 19.05.2025.

The article was submitted 13.04.2025; approved after reviewing 07.05.2025; accepted for publication 19.05.2025.