

УДК 004.942+519.257

DOI: [10.26102/2310-6018/2025.49.2.030](https://doi.org/10.26102/2310-6018/2025.49.2.030)

Статистическая оценка вероятности достижения целевой цены на основе волатильности и доходности на разных таймфреймах

Т.М. Гильмуллин✉, М.Ф. Гильмуллин

Независимые исследователи, Москва, Российская Федерация

Резюме. В статье предложен оригинальный алгоритм статистической оценки вероятности достижения целевой цены на основе анализа доходностей и волатильности с использованием модели случайного блуждания с дрейфом и интеграцией данных разных таймфреймов. Актуальность работы обусловлена необходимостью принятия обоснованных решений в алгоритмической торговле с учетом рыночной неопределенности. Ключевая особенность подхода – агрегирование вероятностей, рассчитанных по данным с разных временных интервалов, с применением байесовского пересчета и взвешенного среднего, где веса определяются динамически в зависимости от волатильности. Также предлагается использование универсальной нечеткой шкалы для качественной интерпретации результатов оценки. Алгоритм включает расчет логарифмических доходностей, тренда и волатильности, а для повышения устойчивости используется очистка данных и фильтрация аномалий модифицированным методом Хампеля. В статье рассматривается пример вычислений с использованием реальных OHLCV-данных и обсуждаются способы возможной верификации точности оценки при наличии исторических наблюдений о достижении целевых уровней. Результаты демонстрируют практическую применимость предложенного метода для оценки реалистичности достижения прогнозных целей, а также для фильтрации торговых сигналов. Разработанный алгоритм может использоваться в риск-менеджменте, при построении торговых стратегий и в системах поддержки экспертных решений на финансовых рынках.

Ключевые слова: статистическая оценка вероятности, целевая цена, доходность, волатильность, случайное блуждание с дрейфом, интеграция таймфреймов, байесовский пересчет, нечеткая логика, логарифмическая доходность, финансовое моделирование.

Для цитирования: Гильмуллин Т.М., Гильмуллин М.Ф. Статистическая оценка вероятности достижения целевой цены на основе волатильности и доходности. на разных таймфреймах. *Моделирование, оптимизация и информационные технологии.* 2025;13(2). URL: <https://moitvvt.ru/ru/journal/pdf?id=1905> DOI: 10.26102/2310-6018/2025.49.2.030

Statistical estimation of the probability of reaching a target price considering volatility and returns across different timeframes

T.M. Gilmullin✉, M.F. Gilmullin

Independent researchers, Moscow, the Russian Federation

Abstract. The article proposes an original algorithm for statistical estimation of the probability of reaching a target price based on the analysis of returns and volatility using a drifted random walk model and integration of data from different timeframes. The relevance of the study stems from the need to make informed decisions in algorithmic trading under market uncertainty. The key feature of the approach is the aggregation of probabilities computed from different time intervals using Bayesian adjustment and weighted averaging, with weights dynamically determined based on volatility. The use of a universal fuzzy scale for qualitative interpretation of the evaluation results is also proposed. The algorithm includes the calculation of logarithmic returns, trend, and volatility, while stability is improved through data cleaning and anomaly filtering using a modified Hampel method. The article

presents a calculation example using real OHLCV data and discusses possible approaches to validating the accuracy of the estimates when historical records of target price attainment are available. The results demonstrate the practical applicability of the proposed method for assessing the feasibility of reaching forecasted targets and for filtering trading signals. The developed algorithm can be used in risk management, trading strategy design, and expert decision support systems in financial markets.

Keywords: statistical probability estimation, target price, return, volatility, random walk with drift, timeframe integration, Bayesian adjustment, fuzzy logic, logarithmic return, financial modeling.

For citation: Gilmullin T.M., Gilmullin M.F. Statistical estimation of the probability of reaching a target price considering volatility and returns across different timeframes. *Modeling, Optimization and Information Technology*. 2025;13(2). (In Russ.). URL: <https://moitvvt.ru/ru/journal/pdf?id=1905> DOI: 10.26102/2310-6018/2025.49.2.030

Введение

Прогнозирование движения цен активов является одной из ключевых задач алгоритмической торговли и риск-менеджмента. Трейдеры и аналитики используют различные методы оценки вероятности достижения целевой цены в будущем, среди которых можно выделить:

- технический анализ – анализ исторических графиков, индикаторов и паттернов;
- фундаментальный анализ – учет макроэкономических факторов, отчетности компаний и рыночных событий;
- стохастические модели – использование случайных процессов, таких как геометрическое броуновское движение;
- методы машинного обучения – использование нейросетей, градиентного бустинга и других алгоритмов для прогнозирования цен.

В статье рассматривается стохастический подход, обоснованный моделью процесса случайного блуждания с дрейфом. Это позволяет использовать статистические данные временных рядов цен пятиминутных и часовых свечей для оценки вероятности достижения определенного ценового уровня, как описано в [1, 2].

В предложенном подходе используются историческая волатильность и доходность, рассчитанные для каждого временного ряда. Также показано, что для интегральной оценки достижимости возможно использовать композицию вероятностей по разным таймфреймам с помощью байесовского пересчета и взвешенного среднего.

Предложенный метод может использоваться как для построения прогноза, так и для оценки существующих прогнозов, полученных другими методами.

Для предварительной очистки данных и выявления отклонений от тренда, а также для повышения точности и устойчивости прогнозов, на практике нами применяется фильтрация аномалий в числовых рядах при помощи модифицированного метода Хампеля [3].

Кроме того, оценка вероятности выполняется не только численными методами, но и с использованием универсальной нечеткой измерительной шкалы лингвистических переменных, что позволяет использовать экспертные оценки в условиях неопределенности [4].

Материалы и методы

В исследовании ставится задача оценки интегральной вероятности $P_{integral}$ достижения активом целевой цены C_{target} от текущей цены C_t на заданном горизонте H свечей с помощью анализа исторических числовых рядов значений цен актива для двух

таймфреймов: пятиминутных $C_{5m}(t)$ и часовых $C_{1h}(t)$. Схематично постановка задачи представлена на Рисунке 1.

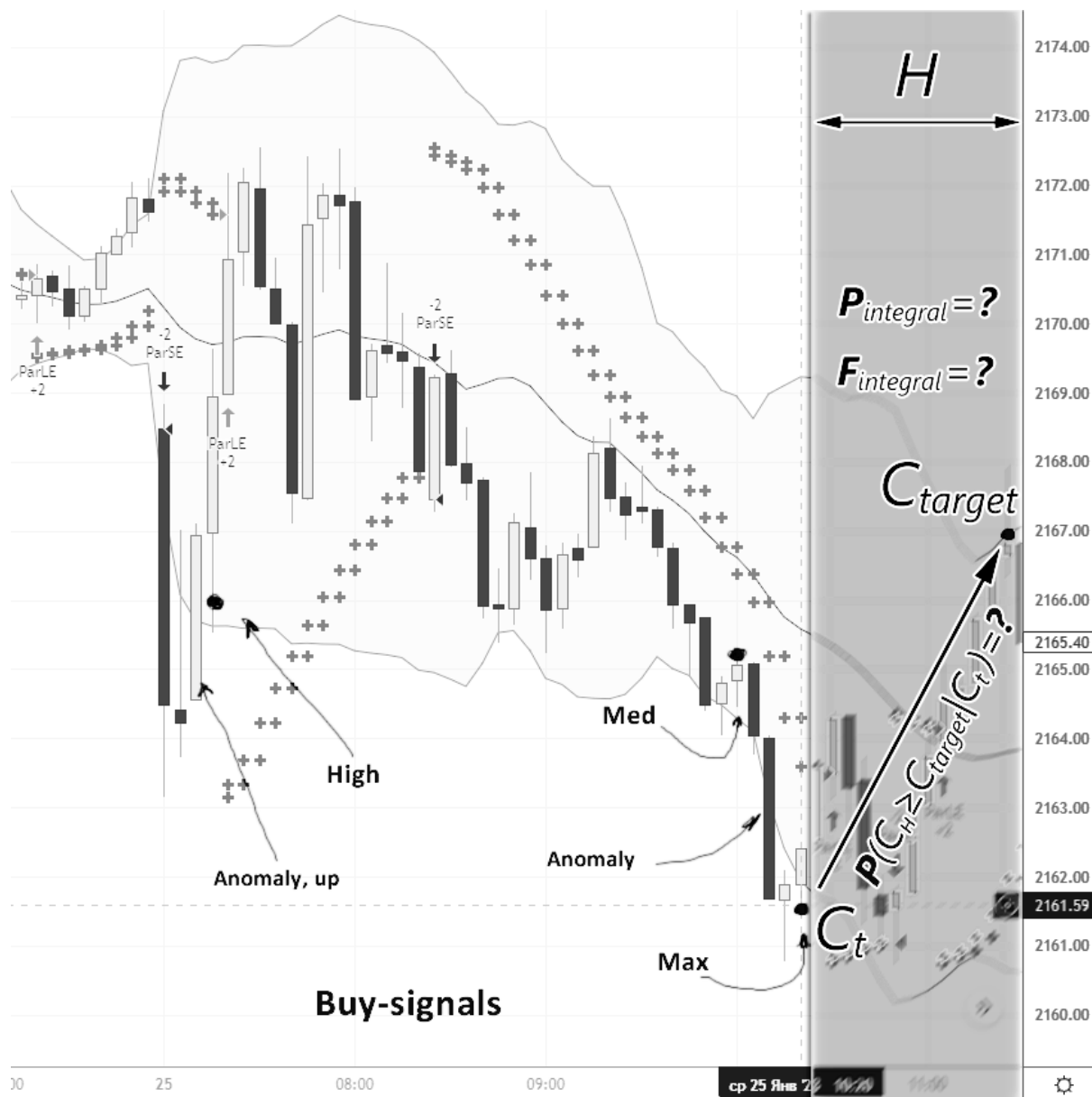


Рисунок 1 – Схематичное представление задачи: находясь в начальной точке C_t , мы не знаем точно, как себя поведет цена дальше, поэтому оцениваем $P(C_H \geq C_{target} | C_t)$ – вероятность достижения ценой C_H целевого уровня C_{target} в течение заданного горизонта прогноза H

Figure 1 – Problem outline: based on the current price C_t , the future dynamics are uncertain. Therefore, the probability $P(C_H \geq C_{target} | C_t)$ is estimated – that the price C_H will reach the target level C_{target} within the forecast horizon H

Исходными данными задачи являются:

- Числовые ряды $C_{5m}(t)$ и $C_{1h}(t)$ – цены закрытия пятиминутных и часовых свечей в моменты времени t .
- Количество свечей в рядах N_{5m} и N_{1h} – для пятиминутных и часовых таймфреймов соответственно.
- Текущая цена C_t – цена актива на момент начала расчетов.

– Целевая цена C_{target} – цена актива, достижение или превышение которой прогнозируется.

– Горизонт прогноза H – количество свечей выбранного таймфрейма, начиная с текущей цены C_t , за которое предполагается достижение или превышение некоторой ценой C_H целевого уровня C_{target} .

В качестве исходных данных используются исторические цены закрытия (close) стандартных биржевых свечей OHLCV (open, high, low, close, volume), представленных на соответствующих временных интервалах. Значение C_{target} может быть получено в результате внешнего прогноза (например, технический или фундаментальный анализ) или задано априори на основе экспертной гипотезы без строгого обоснования.

Целью исследования является построение модели, позволяющей на основе анализа исторической доходности и волатильности актива рассчитать условную вероятность $P(C_H \geq C_{target} | C_t)$ достижения ценой C_H уровня C_{target} на горизонте прогноза H для разных временных интервалов $C_{5m}(t)$ и $C_{1h}(t)$ с последующим вычислением интегральной вероятности $P_{integral}$ достижимости целевой цены.

В статье предполагается, что формула условной вероятности $P(C_H \geq C_{target} | C_t)$ применима при условии, что дискретный шаг наблюдений достаточно мал, а изменение цены (тики) на заданном таймфрейме можно считать почти непрерывным процессом. Модель процесса случайного блуждания с дрейфом представляет собой один из наиболее распространенных методов описания поведения цен на финансовых рынках и является частным случаем геометрического броуновского движения¹.

Суть модели заключается в следующем: цена актива изменяется по случайному закону, но с некоторым устойчивым направлением (трендом или дрейфом). Это означает, что цена актива в каждый момент времени зависит как от случайных флуктуаций (шумов), так и от некоторого тренда, который может быть обусловлен фундаментальными или техническими факторами на рынке. В модели используются исторические данные по ценам актива и статистические методы для анализа доходности и волатильности на разных временных интервалах [5].

Процесс случайного блуждания с дрейфом предполагает, что изменения цен в числовом ряду описываются стохастическим уравнением следующего вида:

$$C(t) = C(t-1) + \mu \cdot \Delta t + \sigma \cdot \epsilon_t, \quad \epsilon_t \sim N(0,1), \quad (1)$$

где $C(t)$ – цена актива в момент времени t ; μ – средняя доходность, определяющая дрейф (направленность движения цены, тренд); σ – стандартное отклонение (волатильность); ϵ_t – случайный шум, который обычно моделируется как $N(0,1)$ – нормальное распределение с нулевым средним и единичной дисперсией; Δt – шаг во времени (например, в днях, часах или минутах).

При использовании модели опираются на предположение, что в будущем цена будет двигаться по аналогичному закономерному пути, как и в прошлом, что оправдано, если в данных присутствует статистически значимая трендовая компонента. В практическом применении генерация случайных значений ϵ_t не требуется, поскольку дальнейшие расчеты в статье основаны на статистических характеристиках μ и σ , вычисляемых на исторических данных. Эти характеристики позволяют перейти к вероятностной оценке достижения целевых уровней.

¹ Елисеева И.И., Курышева С.В., Костеева Т.В. и др. *Эконометрика*. Москва: Финансы и статистика; 2007. 576 с.

Также модель отражает систематическую составляющую движения цены. То есть, помимо случайной составляющей ϵ (шума), цена имеет тенденцию к росту или снижению, что описывается параметром дрейфа μ . Это позволяет:

- учесть трендовую компоненту: с помощью μ мы выделяем ожидаемое направление движения цены, а не рассматриваем ее как чисто случайное блуждание;
- реалистично моделировать поведение цены: рынки часто демонстрируют тенденции, и включение дрейфа помогает получить более точное распределение будущих цен;
- связать текущую цену с будущими значениями: используя модель, можно прогнозировать эволюцию цен от текущей цены C_t с учетом как случайных колебаний, так и систематического тренда.

Модель служит для обоснования применимости стохастического подхода к прогнозированию цен, учитывающего реальные рыночные тренды, что является важным для точного расчета вероятности достижения целевой цены.

Таким образом, если принять, что поведение цены актива представляет собой процесс случайного блуждания с дрейфом (1), то на основе исторических данных можно последовательно рассчитать логарифмические доходности $R(t)$, среднюю доходность μ , волатильность σ и стандартизированное отклонение (z -значение). Затем, на основе полученных параметров вычислить условную вероятность $P(C_H \geq C_{target} | C_t)$ для каждого таймфрейма. После этого, используя предложенные методы агрегации, получить интегральную оценку вероятности достижения целевой цены C_{target} . Такой подход позволяет учитывать реальные рыночные условия, а его практическая эффективность подтверждается в работах [1, 2].

Рассмотрим пошаговый алгоритм расчета оценки вероятности достижения активом целевой цены на основе исторических данных. Сначала рассчитаем для пятиминутных и часовых свечей логарифмические доходности, средние доходности, текущую волатильность, используем функцию стандартного нормального распределения для получения условной вероятности по стандартизированному отклонению [6]. На основании этого вычислим оценки вероятностей достижения целевой цены на каждом таймфрейме.

После этого выполним агрегацию оценок для разных таймфреймов, используя простое арифметическое среднее и байесовский пересчет. Далее получим интегральную оценку вероятности в виде взвешенной композиции агрегированных оценок, где веса вычисляются динамически.

Теперь каждый шаг алгоритма опишем подробнее.

1. Вычисление логарифмических доходностей.

Логарифмическая доходность рассчитывается согласно по общей формуле²:

$$R(t) = \ln\left(\frac{C(t)}{C(t-1)}\right), \quad t = 2, 3, \dots, N, \quad (2)$$

где $C(t)$ – числовой ряд с ценами актива в моменты времени t ; N – количество элементов в числовом ряду $C(t)$; t – индексы временного ряда, всего $N - 1$ значений.

Логарифмические доходности $R_{5m}(t)$ для пятиминутных и $R_{1h}(t)$ для часовых интервалов свечей получают подстановкой в формулу (2) вместо числа свечей N количества свечей N_{5m} и N_{1h} в соответствующих рядах, а вместо $C(t)$ конкретных значений из заданных рядов цен закрытия $C_{5m}(t)$ и $C_{1h}(t)$ соответственно.

2. Вычисление средней доходности.

² Артамонов Н.В., Ивин Е.А., Курбацкий А.Н., Фантаццини Д. *Введение в анализ временных рядов*. Вологда: ВолНЦ РАН; 2021. 134 с.

Средняя доходность μ определяется по общей формуле:

$$\mu = \frac{1}{N-1} \sum_{t=2}^N R(t), \quad (3)$$

где N – количество элементов в числовом ряду $C(t)$; $R(t)$ – рассчитанные по формуле (2) логарифмические доходности (всего $N - 1$ значений).

Средние доходности для пятиминутных μ_{5m} и часовых μ_{1h} интервалов свечей получаются из формулы (3) подстановкой вместо N – количества свечей N_{5m} и N_{1h} в соответствующих рядах, а вместо $R(t)$ – рассчитанных значений логарифмических доходностей $R_{5m}(t)$ и $R_{1h}(t)$ соответственно.

3. Вычисление текущей волатильности.

Волатильность (стандартное отклонение доходностей) вычисляется с использованием поправки Бесселя. Поскольку число наблюдений для логарифмических доходностей равно $N - 1$, в знаменателе формулы для дисперсии используется число степеней свободы, уменьшенное на единицу, то есть $N - 2$. Общая формула волатильности имеет вид:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N-2} \sum_{t=2}^N (R(t) - \mu)^2}, \quad (4)$$

где N – количество элементов в числовом ряду $C(t)$; $R(t)$ – логарифмические доходности, рассчитанные по формуле (2); μ – рассчитанная по формуле (3) средняя доходность.

Волатильности σ_{5m} для пятиминутных и σ_{1h} для часовых интервалов свечей получаются из формулы (4) подстановкой вместо N – количества свечей N_{5m} и N_{1h} , вместо $R(t)$ – логарифмические доходности $R_{5m}(t)$ и $R_{1h}(t)$, а вместо μ – средние доходности μ_{5m} и μ_{1h} соответственно.

4. Вычисление стандартизированного отклонения.

Для нашей задачи в модели случайного блуждания с дрейфом (1) считается, что логарифмическое изменение цены на временном горизонте H свечей имеет нормальное распределение с математическим ожиданием $(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)H$ и стандартным отклонением $\sigma\sqrt{H}$, где H – число свечей на горизонте прогноза.

Далее рассматриваем логарифмический прирост, равный $\ln\left(\frac{C_{target}}{C_t}\right)$. Разность $\ln\left(\frac{C_{target}}{C_t}\right) - (\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)H$ показывает, насколько прирост отличается от среднего ожидаемого прироста. Поделив эту разность на $\sigma\sqrt{H}$, получим z -значение (стандартизированное отклонение, z -score), то есть число стандартных отклонений, на которое логарифмический прирост отличается от среднего.

Таким образом, общая формула стандартизированного отклонения:

$$z = \frac{\ln\left(\frac{C_{target}}{C_t}\right) - (\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)H}{\sigma\sqrt{H}}, \quad (5)$$

где C_t – цена актива на момент начала расчетов; C_{target} – целевая цена актива; H – число свечей на горизонте прогноза; μ – рассчитанная по формуле (3) средняя доходность; σ – рассчитанная по формуле (4) волатильность.

Стандартизированные отклонения z_{5m} для пятиминутных и z_{1h} для часовых интервалов свечей можно получить из формулы (5) подстановкой вместо μ – средних доходностей μ_{5m} и μ_{1h} , а вместо σ – значений волатильности σ_{5m} и σ_{1h} соответственно.

5. Вычисление вероятности достижения целевой цены.

Сначала рассмотрим функцию стандартного нормального распределения. При моделировании цен по формуле (1) (геометрическое броуновское движение) предполагаем, что логарифмические доходности $R(t)$ распределены нормально с параметрами, которые зависят от среднего дохода μ и волатильности σ . То есть если мы стандартизируем логарифмическую доходность (вычтем из нее среднее и поделим на стандартное отклонение), то получим случайную величину, которая имеет стандартное нормальное распределение – с математическим ожиданием 0 и дисперсией 1.

Функция $\Phi(x)$ выражает накопленную вероятность (cumulative distribution function, CDF) стандартного нормального распределения в промежутке от $-\infty$ до x , то есть вероятность того, что случайная величина примет значение меньшее или равное x . Функция определяется так:

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt, \quad (6)$$

где x – это значение, до которого интегрируется функция плотности стандартного нормального распределения; t – это переменная интегрирования (dummy variable), которая служит для интегрирования по всему интервалу $t \in (-\infty, x)$ и используется для суммирования вклада функции плотности $e^{-\frac{t^2}{2}}$ на этом интервале.

Значения функции $\Phi(x)$ могут быть получены из таблиц стандартного нормального распределения или определены численными методами. Эта функция играет ключевую роль в оценке вероятностей, когда мы предполагаем, что логарифмические доходности цены распределены нормально.

Перейдем к оценке вероятности. Оценивая вероятность достижения или превышения ценой целевого уровня C_{target} , мы переводим эту задачу в расчет вероятности того, что логарифмическая доходность превысит определенное значение. Стандартизовав отклонение, то есть вычислив z-оценку по формуле (5), мы определим число стандартных отклонений, на которое логарифмический прирост отклоняется от среднего ожидаемого прироста. Далее, вычисляя значение функции $\Phi(z)$, получаем вероятность того, что случайная величина с нормальным распределением окажется меньше z . Таким образом, $1 - \Phi(z)$ даст нам вероятность того, что эта величина превысит z , а это соответствует вероятности превышения требуемого прироста.

Именно это значение мы берем в качестве оценки $P(C_H \geq C_{target} | C_t)$ – условной вероятности того, что некоторая цена C_H на горизонте прогноза H достигнет или превысит C_{target} при начальной цене C_t :

$$P(C_H \geq C_{target} | C_t) = 1 - \Phi(z), \quad (7)$$

где C_H – некоторая цена на горизонте прогноза H , которая должна достигнуть или превысить целевую цену C_{target} при начальной цене C_t ; z – стандартизированное отклонение, вычисленное по формуле (5); $\Phi(z)$ – функция стандартного нормального распределения, вычисляемая по формуле (6) для z .

Отметим преимущества применения данной оценки на практике.

– Универсальность: использование стандартного нормального распределения позволяет свести задачу к поиску площади под кривой нормального распределения, что легко решается либо с помощью таблиц, либо численными методами.

– Интуитивность: значение z показывает, насколько далеко в «хвосте» распределения находится требуемое значение. Чем больше z , тем меньше вероятность, что случайная величина окажется ниже него, и наоборот.

– Стандартизация: описанные выше преобразования позволяют работать с универсальной функцией Φ , не завися от конкретных значений параметров μ и σ .

– Практичность: функция $\Phi(z)$ позволяет перевести расчеты нормального распределения в конкретные числовые вероятности, что упрощает применение нашего алгоритма на практике.

Таким образом, используя формулы (5) и (6) для вычисления z и $\Phi(z)$, получаем общую формулу оценки вероятности достижения целевой цены C_{target} :

$$P(C_H \geq C_{target} | C_t) = 1 - \Phi\left(\frac{\ln\left(\frac{C_{target}}{C_t}\right) - \left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)H}{\sigma\sqrt{H}}\right), \quad (8)$$

где C_t – цена актива на момент начала расчетов; C_{target} – целевая цена актива; C_H – некоторая цена на горизонте прогноза H , которая должна достигнуть или превысить целевую цену C_{target} при начальной цене C_t ; H – число свечей на горизонте прогноза; μ – рассчитанная по формуле (3) средняя доходность; σ – рассчитанная по формуле (4) волатильность; Φ – функция стандартного нормального распределения, вычисляемая по формуле (6).

Для заданных рядов $C_{5m}(t)$ пятиминутных и $C_{1h}(t)$ часовых таймфреймов оценки P_{5m} и P_{1h} вероятностей достижения целевой цены могут быть получены из формулы (8) подстановкой вместо μ – средних доходностей μ_{5m} и μ_{1h} , а вместо σ – значений волатильности σ_{5m} и σ_{1h} соответственно.

6. Агрегация оценок и вычисление интегральной вероятности.

Когда анализируются данные различных временных интервалов, важно учитывать, что каждый из них может иметь разную точность прогноза из-за различий в волатильности и тренде. Например, пятиминутные свечи более чувствительны к рыночному шуму, а часовые свечи – более устойчивы и менее подвержены краткосрочным колебаниям. В таких случаях объединение оценок вероятностей, полученных на разных таймфреймах, становится необходимым для достижения более точной и стабильной интегральной оценки.

Пусть у нас имеются две оценки вероятности достижения целевой цены C_{target} : P_{5m} для пятиминутных и P_{1h} для часовых интервалов свечей, рассчитанные по формуле (8).

Используем два способа агрегирования рассчитанных вероятностей: простое арифметическое среднее $P_{average}$ и байесовский пересчет P_{Bayes} . Эти методы позволяют учесть различие в уровнях достоверности оценок на разных временных интервалах³.

Затем, для того чтобы более корректно посчитать интегральную оценку вероятности $P_{integral}$, используем их композицию – взвешенное среднее с учетом динамически рассчитанного веса α [7].

Среднее арифметическое – самый простой способ агрегации двух числовых вероятностей P_{5m} и P_{1h} .

Формула простого арифметического среднего:

$$P_{average} = \frac{P_{1h} + P_{5m}}{2}. \quad (9)$$

Байесовский пересчет основан на теореме Байеса и позволяет учесть все оценки и сбалансировать их в зависимости от того, какие из временных интервалов (пятиминутки или часовые свечи) имеют большее влияние на прогнозируемое событие. Этот метод

³ Гмурман В.Е. *Теория вероятностей и математическая статистика*. Москва: Высшая школа; 2004. 479 с.

помогает снизить вероятность ситуаций, когда одна из оценок, например, для пятиминуток, может быть слишком шумной или неустойчивой.

Формула для байесовского пересчета:

$$P_{Bayes} = \frac{P_{1h} \cdot P_{5m}}{P_{1h} \cdot P_{5m} + (1 - P_{1h})(1 - P_{5m})}. \quad (10)$$

При расчете веса особое внимание уделяется часовому таймфрейму. Более высокая волатильность (σ_{1h} велико) на часовом таймфрейме означает, что оценке, полученной на основе часовых свечей, следует присвоить больший вес. Это регулируется весовым коэффициентом α , который зависит от волатильности и трендов на разных временных интервалах.

Пусть у нас имеются рассчитанные по формуле (4) значения волатильности σ_{1h} для часовых и σ_{5m} для пятиминутных интервалов свечей. Тогда формула для динамического определения веса α будет следующей:

$$\alpha = \frac{\sigma_{1h}}{\sigma_{1h} + \sigma_{5m}}. \quad (11)$$

Взвешенное среднее для двух агрегированных оценок $P_{average}$ (простого среднего) и P_{Bayes} (байесовского пересчета) дает возможность получить интегральную оценку $P_{integral}$ и объединить результаты с разными степенями важности. Это позволяет гибко адаптировать модель и получать более точные прогнозы.

Формула интегральной оценки по методу взвешенного среднего:

$$P_{integral} = \alpha \cdot P_{Bayes} + (1 - \alpha) \cdot P_{average}. \quad (12)$$

С учетом (9) и (10), формула интегральной оценки (12) примет вид:

$$P_{integral} = \alpha \cdot \frac{P_{1h} P_{5m}}{P_{1h} P_{5m} + (1 - P_{1h})(1 - P_{5m})} + (1 - \alpha) \cdot \frac{P_{1h} + P_{5m}}{2}. \quad (13)$$

Коэффициент α , рассчитываемый по формуле (11), регулирует степень влияния оценок для каждого из таймфреймов в формулах (12) и (13).

Подобные методы объединения вероятностей для различных временных интервалов и типов данных применяются в финансовом моделировании, как это показано в работах [2, 8].

Перечислим преимущества композиции оценок.

- Точность: использование данных с разных таймфреймов дает возможность уменьшить влияние случайных колебаний цен, делая интегральную оценку более точной.

- Стабильность: сильные колебания на коротких временных интервалах могут нивелироваться байесовским пересчетом за счет объединения с более стабильными долгосрочными прогнозами.

- Гибкость: взвешенное среднее позволяет адаптировать алгоритм к меняющимся рыночным условиям, автоматически регулируя весовые коэффициенты и улучшая точность оценки с течением времени.

7. Нечеткая оценка уровня достижимости.

На практике иногда бывает удобнее работать не с конкретным числовым значением вероятности, а с качественными (нечеткими) значениями на уровневых шкалах. Например, можно выделить «минимальный», «низкий», «средний», «высокий» или «максимальный» уровень достижимости целевой цены. Если каждый уровень шкалы определяется некоторой лингвистической переменной, то она называется нечеткой шкалой [9].

Для перевода числовых значений на нечеткую шкалу используется функция фазификации (fuzzification function), представленная в работе [6]:

$$Fuzzy(x, S_f) = A_i \quad S_f = \{A_i\} \quad \forall i \neq j \quad \mu_{A_j}(x) \leq \mu_{A_i}(x) \quad i, j = \overline{1, n}, \quad (14)$$

где x – число, которое требуется фазифицировать; $\mu_{A_i}(x)$ – функции принадлежности (membership function) для нечетких множеств A_i ; A_i – нечеткие множества, определяющие уровни нечеткой шкалы, заданные своими функциями принадлежности $\mu_{A_i}(x)$ и несущими множествами $\sigma(A_i)$ (областями определений функций принадлежности); S_f – нечеткая шкала, состоящая из нечетких множеств A_i (обычно используется универсальная нечеткая шкала $S_f = \{Min, Low, Med, High, Max\}$); $i, j = \overline{1, n}$ – индексы уровней шкалы S_f ($n = 5$ для универсальной нечеткой шкалы).

Оценка нечеткого уровня $F_{integral}$ достижимости целевой цены C_{target} выполняется подстановкой в (14) рассчитанного по формуле (13) значения $P_{integral}$:

$$F_{integral} = Fuzzy(P_{integral}, S_f). \quad (15)$$

Результат при этом получается не в виде числа, а в виде нечеткого уровня A_i на нечеткой измерительной шкале S_f , что облегчает экспертную интерпретацию результатов.

Результаты

В качестве демонстрации работоспособности метода приведем один показательный пример пошаговых вычислений по представленному алгоритму с использованием реальных исторических данных о ценах закрытия (OHLCV).

Пусть цены закрытия пятиминутных свечей имеют значения, близкие к 115, и небольшой положительный тренд:

$$C_{5m}(t) = \{115; 114,91; 114,83; 114,89; 114,98; 115,01; 114,93; 115,03; 115,05; 115,08; 115,16; 115,04\},$$

количество элементов ряда: $N_{5m} = 12$.

Пусть цены закрытия часовых свечей имеют заметный положительный тренд:

$$C_{1h}(t) = \{115; 115,22; 115,06; 115,19; 115,32\},$$

количество элементов ряда: $N_{1h} = 5$.

Текущая цена: $C_t = 115$.

Целевая цена: $C_{target} = 116 (+0,87\%)$.

Временной горизонт: 1 день;

для пятиминутных свечей: $H_{5m} = 288$;

для часовых свечей: $H_{1h} = 24$.

Шаг 1. Вычисление логарифмических доходностей.

Логарифмические доходности вычисляем по формуле (2).

Для ряда пятиминутных свечей $C_{5m}(t)$ получаем 11 значений логарифмических доходностей:

$$R_{5m}(2) = \ln\left(\frac{114,91}{115}\right) = \ln(0,99921739) \approx -0,000783,$$

$$R_{5m}(3) = \ln\left(\frac{114,83}{114,91}\right) = \ln(0,99930380) \approx -0,000696,$$

$$R_{5m}(4) = \ln\left(\frac{114,89}{114,83}\right) = \ln(1,00052251) \approx 0,000522,$$

$$R_{5m}(5) = \ln\left(\frac{114,98}{114,89}\right) = \ln(1,00078336) \approx 0,000783,$$

$$R_{5m}(6) = \ln\left(\frac{115,01}{114,98}\right) = \ln(1,00026091) \approx 0,000261,$$

$$R_{5m}(7) = \ln\left(\frac{114,93}{115,01}\right) = \ln(0,99930441) \approx -0,000696,$$

$$R_{5m}(8) = \ln\left(\frac{115,03}{114,93}\right) = \ln(1,00087009) \approx 0,000870,$$

$$R_{5m}(9) = \ln\left(\frac{115,05}{115,03}\right) = \ln(1,00017387) \approx 0,000174,$$

$$R_{5m}(10) = \ln\left(\frac{115,08}{115,05}\right) = \ln(1,00026076) \approx 0,000261,$$

$$R_{5m}(11) = \ln\left(\frac{115,16}{115,08}\right) = \ln(1,00069517) \approx 0,000695,$$

$$R_{5m}(12) = \ln\left(\frac{115,04}{115,16}\right) = \ln(0,99895797) \approx -0,001043.$$

Для ряда часовых свечей $C_{1h}(t)$ получаем 4 значения логарифмических доходностей:

$$R_{1h}(2) = \ln\left(\frac{115,22}{115}\right) = \ln(1,001913043) \approx 0,001911,$$

$$R_{1h}(3) = \ln\left(\frac{115,06}{115,22}\right) = \ln(0,998611352) \approx -0,001390,$$

$$R_{1h}(4) = \ln\left(\frac{115,19}{115,06}\right) = \ln(1,001129845) \approx 0,001129,$$

$$R_{1h}(5) = \ln\left(\frac{115,32}{115,19}\right) = \ln(1,00112857) \approx 0,001128.$$

Шаг 2. Вычисление средних доходностей.

Средние доходности μ_{5m} и μ_{1h} вычисляем по формуле (3):

$$\mu_{5m} = \frac{1}{N_{5m}-1} \sum_{t=2}^{N_{5m}} R_{5m}(t) = \frac{1}{11} \sum_{t=2}^{12} R_{5m}(t) = \frac{1}{11} \cdot 0,000348 \approx 0,0000316,$$

$$\mu_{1h} = \frac{1}{N_{1h}-1} \sum_{t=2}^{N_{1h}} R_{1h}(t) = \frac{1}{4} \sum_{t=2}^5 R_{1h}(t) = \frac{1}{4} \cdot 0,002779 \approx 0,0006947.$$

Шаг 3. Вычисление волатильностей.

Волатильности (стандартные отклонения) σ_{5m} и σ_{1h} вычисляем по формуле (4):

$$\sigma_{5m} = \sqrt{\frac{1}{10} \sum_{t=2}^{12} (R_{5m}(t) - \mu_{5m})^2} = \sqrt{\frac{1}{10} \cdot 0,0000049498} \approx 0,0007035,$$

$$\sigma_{1h} = \sqrt{\frac{1}{3} \sum_{t=2}^5 (R_{1h}(t) - \mu_{1h})^2} = \sqrt{\frac{1}{3} \cdot 0,0000062008} \approx 0,0014377.$$

Шаг 4. Вычисление стандартизированных отклонений.

Стандартизированные отклонения (z-score) z_{5m} и z_{1h} вычисляем по формуле (5):

$$z_{5m} = \frac{\ln\left(\frac{C_{target}}{C_t}\right) - \left(\mu_{5m} - \frac{1}{2}\sigma_{5m}^2\right) \cdot H_{5m}}{\sigma_{5m} \sqrt{H_{5m}}} =$$

$$= \frac{\ln\left(\frac{116}{115}\right) - \left(0,0000316 - \frac{1}{2} \cdot 0,0007035^2\right) \cdot 288}{0,0007035 \cdot \sqrt{288}} = \frac{-0,000376}{0,011940} \approx -0,03147,$$

$$z_{1h} = \frac{\ln\left(\frac{C_{target}}{c_t}\right) - \left(\mu_{1h} - \frac{1}{2}\sigma_{1h}^2\right) \cdot H_{1h}}{\sigma_{1h}\sqrt{H_{1h}}} =$$

$$= \frac{\ln\left(\frac{116}{115}\right) - \left(0,0006947 - \frac{1}{2} \cdot 0,0014377^2\right) \cdot 24}{0,0014377 \cdot \sqrt{24}} = \frac{-0,007990}{0,007043} \approx -1,13438.$$

Шаг 5. Вычисление вероятности достижения целевой цены.

Функцию $\Phi(z)$ вычисляем либо по формуле (6), либо определяем по стандартным таблицам накопленной функции нормального распределения [10], либо с помощью встроенных функций численного расчета, например, в Excel. Для этого используем рассчитанные на предыдущем шаге стандартизированные отклонения z_{5m} и z_{1h} .

Для заданных рядов $C_{5m}(t)$ и $C_{1h}(t)$ оценки P_{5m} и P_{1h} вероятностей достижения целевой цены C_{target} вычисляем по формуле (7):

$$P_{5m} = 1 - \Phi(z_{5m}) = 1 - \Phi(-0,03147) \approx 1 - 0,3987 = 0,6013 \quad (60,13 \%),$$

$$P_{1h} = 1 - \Phi(z_{1h}) = 1 - \Phi(-1,13438) \approx 1 - 0,2096 = 0,7904 \quad (79,04 \%).$$

Анализ показывает, что для данных рядов краткосрочные изменения на пятиминутных свечах менее склонны демонстрировать стабильный тренд, в то время как на более долгих часовых временных интервалах накопленный эффект и, соответственно, вероятность достижения цели – выше.

Шаг 6. Вычисление интегральной вероятности.

Среднее арифметическое для вероятностей P_{5m} и P_{1h} вычисляем по формуле (9):

$$P_{average} = \frac{P_{1h} + P_{5m}}{2} = \frac{0,7904 + 0,6013}{2} \approx 0,6958 \quad (69,58 \%).$$

Байесовский пересчет выполняем по формуле (10):

$$P_{Bayes\&} = \frac{P_{1h} \cdot P_{5m}}{P_{1h} \cdot P_{5m} + (1 - P_{1h})(1 - P_{5m})} = \frac{0,7904 \cdot 0,6013}{0,7904 \cdot 0,6013 + (1 - 0,7904)(1 - 0,6013)} \approx 0,8504 \quad (85,04 \%),$$

$$\alpha = \frac{\sigma_{1h}}{\sigma_{1h} + \sigma_{5m}} = \frac{0,0014377}{0,0014377 + 0,0007035} \approx 0,67143.$$

Вычисляем интегральную вероятность достижения целевой цены $C_{target} = 116$ по формуле (12). Она учитывает вклад каждого таймфрейма в общую оценку за счет динамического веса:

$$P_{integral\&} = \alpha \cdot P_{Bayes} + (1 - \alpha) \cdot P_{average} = 0,67143 \cdot 0,8504 + (1 - 0,67143) \times$$

$$\times 0,6958 \approx 0,7996 \quad (79,96 \%).$$

7. Нечеткая оценка уровня достижимости.

Для выполнения нечёткой оценки вероятности $F_{integral}$ может быть использована функция фазификации (15). Функции принадлежности $\mu_{A_i}(x)$ и соответствующие несущие множества $\sigma(A_i)$, описывающие уровни нечеткой шкалы S_f , подробно рассмотрены в работе [5].

$$F_{integral\&} = Fuzzy(P_{integral}, S_f) = Fuzzy(0,7996, \{Min, Low, Med, High, Max\}) = High.$$

Полученное значение интегральной вероятности достижимости цели составило 0,7996 (или 79,96 %), что соответствует уровню *High* по нечеткой шкале. Это указывает на высокую реалистичность достижения заданного ценового уровня в течение прогнозного горизонта при заданных параметрах модели. Несмотря на ограниченный масштаб демонстрации, пример иллюстрирует прозрачность всех этапов расчета и

возможность практического применения метода без привлечения внешних источников прогнозов.

Обсуждение

Наше исследование вносит вклад в теорию и практику использования статистических и нечетких методов в процессах алгоритмической торговли.

Алгоритм, представленный в статье, можно относительно легко реализовать с использованием Python и библиотек Pandas, SciPy и NumPy для работы с временными рядами и статистикой, так как все действия сводятся к базовым статистическим расчетам и обработке массивов данных и временных рядов.

Алгоритм адаптивен и универсален. Он основан на данных о ценах закрытия, которые доступны на любой бирже, что позволяет применять его для широкого круга финансовых инструментов – акций, валют, криптовалют. Алгоритм подходит как для высокочастотной торговли, так и для долгосрочных инвестиций. Применимость к разным типам данных и таймфреймам делает его особенно гибким: метод учитывает как высокочастотные данные (например, минутные или пятиминутные свечи), так и низкочастотные (например, часовые или дневные свечи).

Предложенный алгоритм оценки вероятности будет особенно полезен, если у вас уже есть предполагаемая целевая цена для некоторого инструмента, заранее определенная, например, методами технического анализа или на основании экспертных оценок. В этом случае алгоритм поможет определить, насколько реалистично, с точки зрения вероятности, достижение целевой цены на указанном горизонте в будущем с текущих уровней. Это позволяет принимать обоснованные решения при открытии торговых позиций на основе оценки вероятности достижения целевых уровней.

Хотя в статье приведен единичный демонстрационный пример, предложенный алгоритм допускает количественную верификацию на расширенных исторических данных. При наличии информации о фактах достижения или недостижения целевых уровней возможно накопление выборки и расчет метрик качества модели, таких как доля успешных достижений при $P_{integral} > 0,7$ (где 0,7 – условный порог высокой вероятности, выделяющий сигналы с повышенной уверенностью), а также AUC ROC – площади под кривой ошибок (Receiver Operating Characteristic), отражающей способность модели различать достижимые и недостижимые цели при различных порогах. В настоящей версии такие метрики еще не рассчитаны, однако подход допускает их применение при наличии размеченных данных. Кроме того, использование нечеткой шкалы позволяет адаптировать выводы под экспертные системы в условиях неполной определенности, что расширяет спектр возможных интерпретаций результатов.

Возможными направлениями дальнейших исследований являются развитие предложенного подхода для задач биржевых расчетов и его адаптация к прогнозированию движения различных финансовых инструментов в условиях изменяющейся рыночной волатильности.

Заключение

В статье представлены:

- модель процесса случайного блуждания с дрейфом (геометрического броуновского движения) для описания поведения рыночных цен;
- алгоритм статистической оценки вероятности достижения заданной целевой цены на основе исторических данных.

Модель учитывает историческую доходность и волатильность. Использование исторических данных позволяет учитывать эмпирически наблюдаемую волатильность и дрейф, отражающие реальные рыночные условия в прошлом. Это дает более точные и достоверные оценки, чем использование простых теоретических моделей или случайных оценок. Логарифмические доходности, которые рассчитываются на истории цен, помогают оценить долгосрочные тренды и используются для вероятностных предсказаний о достижимости целевой цены в будущем.

Байесовский пересчет обеспечивает точность оценки, а взвешенное среднее – ее стабильность. Байесовский пересчет позволяет эффективно агрегировать различные источники информации, корректируя вероятность на основе анализа разных временных интервалов, например, пятиминутных и часовых свечей. Это позволяет повысить точность оценки, улучшая адаптацию модели к текущей ситуации на рынке.

Взвешенное среднее байесовского пересчета и простого арифметического среднего дает более стабильную и сбалансированную интегральную оценку, снижая влияние крайних значений и выбросов.

Интегральную оценку достижимости целевой цены можно дать как в виде числа, так и на нечетких шкалах. Числовая оценка удобна для использования в трейдинговых алгоритмах, а нечеткая оценка легче воспринимается экспертами.

Таким образом, задача статистической оценки вероятности достижения целевой цены эффективно решается на основе модели процесса случайного блуждания с дрейфом. Предложенная модель обеспечивает оперативную оценку, отличается простотой реализации и может быть применена в широком классе задач, описываемых временными рядами.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ / REFERENCES

1. Hull J.C. *Options, Futures, and Other Derivatives*. New Jersey: Pearson Education; 2012. 888 p.
2. Shreve S.E. *Stochastic Calculus for Finance I: The Binomial Asset Pricing Model*. New York: Springer; 2004. 187 p. <https://doi.org/10.1007/978-0-387-22527-2>
3. Гильмуллин Т.М., Гильмуллин М.Ф. Быстрый поиск аномалий в числовых рядах при помощи модифицированного метода Хампеля. *Моделирование, оптимизация и информационные технологии*. 2023;11(4). <https://doi.org/10.26102/2310-6018/2023.43.4.030>
Gilmullin T.M., Gilmullin M.F. Quick Search for Anomalies in Number Series Using the Modified Hampel Method. *Modeling, Optimization and Information Technology*. 2023;11(4). (In Russ.). <https://doi.org/10.26102/2310-6018/2023.43.4.030>
4. Гильмуллин Т.М., Гильмуллин М.Ф. Подходы к автоматизации процесса валидации уязвимостей, найденных автоматическими сканерами безопасности, при помощи нечётких множеств и нейронных сетей. *Фундаментальные исследования*. 2014;(11–2):266–279.
Gilmullin T.M., Gilmullin M.F. Approaches to Automate Validation of Vulnerabilities Found by Automatic Security Scanners Using Fuzzy Sets and Neural Networks. *Fundamental Research*. 2014;(11–2):266–279. (In Russ.).
5. Канторович Г.Г. Анализ временных рядов. *Экономический журнал Высшей школы экономики*. 2002;6(2):251–273.
Kantorovich G. Time Series Analysis. *Higher School of Economics Economic Journal*. 2002;6(2):251–273. (In Russ.).

6. Криволапов С.Я. Прогнозирование логарифмической доходности акций на основе наивного байесовского классификатора. *Мягкие измерения и вычисления*. 2023;70(9–1):39–46. <https://doi.org/10.36871/2618-9976.2023.09.004>
Krivolapov S.Ya. Predicting Logarithmic Stock Returns Based on a Naive Bayesian Classifier. *Soft Measurement and Computing*. 2023;70(9–1):39–46. (In Russ.). <https://doi.org/10.36871/2618-9976.2023.09.004>
7. Севумян Э.Н. Скользящая средняя как трендоследящий индикатор технического анализа. *Экономика: вчера, сегодня, завтра*. 2018;8(11A):225–233.
Sevumyan E.N. The Moving Average as a Trend-Following Indicator of Technical Analysis. *Economics: Yesterday, Today and Tomorrow*. 2018;8(11A):225–233. (In Russ.).
8. Cont R., Tankov P. *Financial Modelling with Jump Processes*. Boca Raton: CRC Press; 2003. 552 p.
9. Алтунин А.Е., Семухин М.В. *Модели и алгоритмы принятия решений в нечётких условиях*. Тюмень: Изд-во Тюменского гос. ун-та; 2000. 352 с.
10. Abramowitz M., Stegun I.A. *Handbook of Mathematical Functions: With Formulas, Graphs, and Mathematical Tables*. Washington: National Bureau of Standards, Applied Mathematics Series, 55; 1965. 1046 p.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ / INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Гильмуллин Тимур Мансурович, кандидат технических наук, автоматизатор, независимый исследователь, Москва, Российская Федерация.
e-mail: tim55667757@gmail.com

Timur M. Gilmullin, Candidate of Engineering Sciences, IT engineer, independent researcher, Moscow, the Russian Federation.

Гильмуллин Мансур Файзрахманович, кандидат педагогических наук, доцент, независимый исследователь, Москва, Российская Федерация.
e-mail: gilmullin.mansur@gmail.com
ORCID: [0000-0002-4134-2133](https://orcid.org/0000-0002-4134-2133)

Mansur F. Gilmullin, Candidate of Pedagogic Sciences, Docent, independent researcher, Moscow, the Russian Federation.

Статья поступила в редакцию 21.04.2025; одобрена после рецензирования 14.05.2025; принята к публикации 23.05.2025.

The article was submitted 21.04.2025; approved after reviewing 14.05.2025; accepted for publication 23.05.2025.