

УДК 519.86

DOI: [10.26102/2310-6018/2025.49.2.037](https://doi.org/10.26102/2310-6018/2025.49.2.037)

Алгоритм оптимизации ресурсного обеспечения проекта с учетом нечетких рекомендаций экспертов по срокам начала работ

Т.В. Азарнова✉, Е.В. Иванова

Воронежский государственный университет, Воронеж, Российская Федерация

Резюме. В статье предлагается алгоритм оценки ресурсного обеспечения проекта с учетом различных нечетких экспертных рекомендаций по срокам начала выполнения работ в пределах резервных ограничений и выбора оптимального варианта экспертных рекомендаций. Для определения резервных ограничений по срокам начала и окончания работ проекта используется классический алгоритм нахождения критического пути. Экспертные рекомендации по срокам начала работ моделируются в виде нечетких трапециевидных или треугольных чисел, заданных на оси времени. На основе нечетких сроков начала и окончания работ проекта формируется нечеткое представление вероятности того, что работа будет осуществляться в определенный момент времени. Построение альфа-срезов для нечеткого представления вероятности позволяет выделить промежутки в рамках резервных ограничений для сроков выполнения работ, в пределах которых работа будет осуществляться на определенном уровне нечеткой вероятности, и спланировать ресурсы на данный период времени. Полученные результаты позволяют оценить: оптимальные с точки зрения распределения ресурсов экспертные рекомендации по срокам начала работ; минимизировать привлечение субподряда для выполнения работ проекта; рассчитать затраты, связанные с привлечением субподряда. Предложенное алгоритмическое и программное обеспечение может служить эффективным средством поддержки принятия решений при реализации многокомпонентных проектов.

Ключевые слова: сетевой граф проекта, критический путь, нечеткие экспертные рекомендации, сроки выполнения работ проекта, ресурсная оптимизация проекта.

Для цитирования: Азарнова Т.В., Иванова Е.В. Моделирование паттернов дыхания новорожденных с использованием метода электроимпедансной томографии. *Моделирование, оптимизация и информационные технологии*. 2025;13(2). URL: <https://moitvvt.ru/ru/journal/pdf?id=1941> DOI: 10.26102/2310-6018/2025.49.2.037

Algorithm for optimizing project resource allocation considering fuzzy expert recommendations on task start times

T.V. Azarnova✉, E.V. Ivanova

Voronezh State University, Voronezh, the Russian Federation

Abstract. This article proposes an algorithm for evaluating project resource allocation that takes into account various fuzzy expert recommendations regarding the start times of tasks within float constraints, aiming to select the optimal set of expert suggestions. To determine the float constraints for task start and finish times, the classical critical path method is used. Expert recommendations on task start times are modeled as fuzzy trapezoidal or triangular numbers defined along the time axis. Based on the fuzzy start and finish times of project tasks, a fuzzy representation of the probability that a task will be performed at a specific moment is constructed. Building alpha-cuts for this fuzzy probability representation allows the identification of intervals, within float constraints, during which a task is likely to be performed at a certain level of fuzzy probability, thus enabling resource planning for those periods. The obtained results allow for: evaluating the expert recommendations that are optimal in terms of resource distribution; minimizing subcontracting needs for task execution; and calculating the associated

subcontracting costs. The proposed algorithmic and software solution can serve as an effective decision support tool in the implementation of multi-component projects.

Keywords: network graph of the project, critical path, fuzzy expert recommendations, work completion dates on project, project resource optimization.

For citation: Azarnova T.V, Ivanova E.V. Algorithm for optimizing project resource allocation considering fuzzy expert recommendations on task start times. *Modeling, Optimization and Information Technology*. 2025;13(2). (In Russ.). URL: <https://moitvvt.ru/ru/journal/pdf?id=1941> DOI: 10.26102/2310-6018/2025.49.2.037

Введение

Проектный менеджмент является важнейшим направлением управления современным бизнесом. Проекты представляют собой комплексы взаимосвязанных задач, направленных на достижение определённой цели в установленные сроки.

Проекты могут включать в себя как уникальные задачи, которые реализуются впервые, так и типовые, периодически повторяющиеся задачи. Планирование разнотипных по сложности и скорости реализации задач, требует от менеджеров проектов умение быстро адаптироваться к изменениям, использовать гибкие и эффективные технологии управления ресурсами и рисками.

При реализации практически любого комплекса задач проектный менеджмент ставит три основные цели: минимизировать общую длительность проекта, сократить затраты и обеспечить высокое качество выполнения задач. Несмотря на достаточно развитый аналитический и информационный инструментарий проектного управления в реальной практике проекты нередко завершаются с задержкой, даже если на начальных этапах некоторые задачи удастся выполнить с опережением графика, последующие задачи могут быть сорваны из-за ограниченности ресурсов, их дефицита и/или ошибок менеджмента проекта в оценках временных параметров [1].

Календарные ограничения делают некоторые ресурсы недоступными в определенные дни периода планирования, что приводит к простоям при выполнении работ до тех пор, пока не появятся доступные ресурсы. В статье [2] анализируется задача календарного планирования проектов с ограниченными ресурсами (RCPSP/max-cal), которая является расширением классической проблемы RCPSP и включает в себя общие временные и календарные ограничения, которые учитывают недоступность ресурсов в определенные периоды.

Для решения этой задачи авторы предлагают модели программирования с ограничениями. Эксперименты, проведенные на сложных тестовых наборах, демонстрируют высокую эффективность предложенных в статье моделей.

Актуальными являются исследования в области разработки современных инструментов гибкой адаптации проектных решений в условиях ограничений по ресурсам и наличия элементов риска и неопределенности. В статье [3] рассматривается проблема планирования проектов с ограниченными ресурсами. Свое внимание авторы акцентируют на разделении задач проекта на мелкие части в целях оптимизации ресурсного обеспечения проекта и планировании времени на переключение между задачами. Статья содержит модели, методы и алгоритмы, позволяющие эффективно планировать проекты с учетом возможности разделения действий на более мелкие части и учета времени на переналадку или подготовку между ними. Особую актуальность методы оптимизации ресурсного обеспечения имеют для управления крупными проектами, для таких проектов методы критического пути без учета распределения ресурсов оказываются неэффективными. В статье [4] представлен алгоритм, базирующийся на построении экспертной системы ранжирования приоритетов и

организации процедуры управления проектом на основе использования полученных приоритетов. В основе построения экспертной системы лежат методы теории возможностей и логического вывода.

В статье [5] предлагается динамическая система для поддержки принятия решений, основанная на вычислении критического пути в байесовской сети. Временные параметры для алгоритма критического пути моделируются набором узлов моделирования в Байесовской сети. Априорное распределение вероятностей продолжительности работ извлекается из экспертных оценок с использованием нечеткого аналитического решения.

В алгоритмах календарного планирования проектов в условиях риска, неопределенности и присутствия размытых ограничений разного уровня значимости достаточно эффективно используются нечеткие технологии обработки информации [6]. В статье [7] авторы описывают применение нечеткой логики в задачах гибкого производственного планирования. Предложенный в работе нечеткий алгоритм использует принцип реактивного планирования и позволяет повысить устойчивость сетевых графов за счет уменьшения влияния возмущений. В работе [8] представлен метод мультипроектного планирования, который основывается на механизме нечетких комбинаторных аукционов. Данный подход предполагает, что в условиях неопределенности относительно ресурсов, временных рамок и стоимости работ нечеткие комбинаторные аукционы могут быть использованы для эффективного распределения ресурсов между проектами и формирования оптимального графика их реализации. Предложенная модель, базирующаяся на теории нечетких множеств, позволяет структурировать процесс планирования в формате задачи нечеткой оптимизации. В работе [9] предлагается подход, использующий элементы теории нечетких множеств для выявления задержек в отдельных задачах проекта. Предлагаемый подход включает оценку продления сроков выполнения работы на основе указанного уровня вероятности возникновения рисков событий.

В статье [10] предлагается нечеткая модель, которая помогает контролировать объем запланированных трудовых ресурсов, что способствует более реалистичному планированию хода работ с точки зрения вовлеченности сотрудников и времени, необходимого для выполнения строительных задач.

В данной статье в рамках развития применения теории нечетких технологий обработки информации предложен алгоритм оптимизации ресурсного обеспечения проекта с учетом нечетких рекомендаций экспертов по срокам начала работ.

Постановка задачи

Предположим, что для некоторого проекта, реализуемого в условиях риска и неопределенности, методом критического пути при заданной последовательности и продолжительности выполнения работ сформирован календарный план некоторого проекта. По результатам применения метода критического пути вычислены основные временные параметры работ и событий, в частности, их ранние и поздние моменты начала и окончания. Ранние и поздние сроки реализации работ, определенные алгоритмом, очерчивают допустимый период их выполнения, различные эксперты могут давать свои рекомендации относительно начала и завершения работ в пределах полученных временных границ. Предложенный в работе алгоритм позволяет производить оценку ресурсного обеспечения проекта при выполнении различных нечетких рекомендаций экспертов по срокам начала работ. В соответствии с нечеткими экспертными рекомендациями по началу выполнения работ вычисляется нечеткая вероятность того, что данная работа будет выполняться на определенном такте времени

и при определенном уровне значимости осуществляется планирование задействованных при выполнении данных работ ресурсов. Для каждого варианта экспертных рекомендаций анализируемый алгоритм позволяет определить распределение задействованных при выполнении работ проекта ресурсов на каждом такте времени реализации проекта и разработать стратегии ресурсного обеспечения проекта.

Описание алгоритма

Сформулируем общий алгоритм планирования ресурсов:

1. На основе алгоритма критического пути определяются ранние и поздние сроки начала $[t_{p.n.}, t_{п.н.}]$ и окончания $[t_{p.o.}, t_{п.o.}]$ выполнения работы.

2. Из списка всех работ выбирается следующая (по порядку) требующая оценки работа.

Если в проекте отсутствуют работы, требующие оценки, то перейти к шагу 15.

Иначе перейти к шагу 3.

3. Если $t_{p.n.} = t_{п.н.} = t_{нач.}$ (работа расположена на критическом пути), то экспертные рекомендации не запрашиваются и делается вывод о том, что необходимо планирование полного объема ресурсов для всего периода работы $[t_{нач.}, t_{конеч.}]$. Перейти к шагу 14.

Иначе перейти к шагу 4.

4. Эксперт строит трапециевидное нечеткое число для начала выполнения работы с модальным отрезком $[\tilde{t}_{p.n.}, \tilde{t}_{п.н.}]$, таким, что

$$t_{p.n.} < \tilde{t}_{p.n.} < \tilde{t}_{п.н.} < t_{п.н.}, \quad (1)$$

и вводит параметр λ для построения нечеткой вероятности выполнения работы, где $0 \leq \lambda \leq 1$.

5. На основе заданного нечеткого начала выполнения работы путем сдвига на длительность ее выполнения определяется нечеткое трапециевидное представление для времени окончания выполнения работы:

$$t_{окончание} = t_{начала} \text{ time shift } d_i, \quad (2)$$

где $t_{начала}$ – нечеткое начало выполнения i -й работы, d_i – продолжительность выполнения i -й работы, $t_{окончание}$ – нечеткое окончание выполнения i -й работы.

6. На основе нечеткого начала и окончания выполнения i -й работы определяется вероятность выполнения работы в момент времени t .

Если $t_{p.n.} = \tilde{t}_{p.n.}$ и $t_{п.н.} = \tilde{t}_{п.н.}$, то перейти к шагу 7.

Иначе если $t_{p.n.} = \tilde{t}_{p.n.}$ и $t_{п.н.} \neq \tilde{t}_{п.н.}$, то перейти к шагу 8.

Иначе если $t_{p.n.} \neq \tilde{t}_{p.n.}$ и $t_{п.н.} = \tilde{t}_{п.н.}$, то перейти к шагу 9.

Иначе перейти к шагу 10.

7. Если $t_{p.n.} = \tilde{t}_{p.n.}$ и $t_{п.н.} = \tilde{t}_{п.н.}$, то:

а. Если раннее окончание работы $t_{p.o.}$ расположено между ранним началом $t_{p.n.}$ и поздним началом $t_{п.н.}$ выполнения работы, то вероятность определяется по формуле:

$$p(t) = \begin{cases} \lambda, & \text{если } t \in [t_{p.n.}, t_{п.o.}] \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}. \quad (3)$$

Перейти к шагу 11.

б. Если ранний срок окончания $t_{p.o.}$ расположен после позднего начала $t_{п.н.}$ выполнения работы, то вероятность определяется по формуле:

$$p(t) = \begin{cases} \lambda, & \text{если } t \in [t_{p.n.}, t_{п.н.}] \\ 1, & \text{если } t \in [t_{п.н.}, t_{p.o.}] \\ \lambda, & \text{если } t \in [t_{p.o.}, t_{п.o.}] \\ 0, & \text{иначе} \end{cases} \quad (4)$$

Перейти к шагу 11.

8. Если $t_{p.n.} = \tilde{t}_{p.n.}$ и $t_{п.н.} \neq \tilde{t}_{п.н.}$, то:

а. Если ранний срок окончания выполнения работы $t_{p.o.}$ расположен между $\tilde{t}_{п.н.}$ и $t_{п.н.}$, то вероятность определяется по формуле:

$$p(t) = \begin{cases} \lambda, & \text{если } t \in [t_{p.n.}, \tilde{t}_{п.н.}] \\ \frac{1}{t_{п.н.} - \tilde{t}_{п.н.}} ((t - \tilde{t}_{п.н.}) + (t_{п.н.} - t)\lambda), & \text{если } t \in [\tilde{t}_{п.н.}, t_{p.o.}] \\ \lambda, & \text{если } t \in [t_{p.o.}, \tilde{t}_{п.o.}] \\ \frac{t_{п.o.} - t}{t_{п.o.} - \tilde{t}_{п.o.}} \lambda, & \text{если } t \in [\tilde{t}_{п.o.}, t_{п.o.}] \\ 0, & \text{иначе} \end{cases} \quad (5)$$

Перейти к шагу 11.

б. Если ранний срок окончания выполнения работы $t_{p.o.}$ расположен между $t_{p.n.}$ и $\tilde{t}_{п.н.}$, то вероятность определяется по формуле:

$$p(t) = \begin{cases} \lambda, & \text{если } t \in [t_{p.n.}, \tilde{t}_{п.o.}] \\ \frac{t_{п.o.} - t}{t_{п.o.} - \tilde{t}_{п.o.}} \lambda, & \text{если } t \in [\tilde{t}_{п.o.}, t_{п.o.}] \\ 0, & \text{иначе} \end{cases} \quad (6)$$

Перейти к шагу 11.

с. Если ранний срок окончания $t_{p.o.}$ расположен после позднего начала $t_{п.н.}$ выполнения работы, то вероятность определяется по формуле:

$$p(t) = \begin{cases} \lambda, & \text{если } t \in [t_{p.n.}, \tilde{t}_{п.н.}] \\ \frac{1}{t_{п.н.} - \tilde{t}_{п.н.}} ((t - \tilde{t}_{п.н.}) + (t_{п.н.} - t)\lambda), & \text{если } t \in [\tilde{t}_{п.н.}, t_{п.н.}] \\ 1, & \text{если } t \in [t_{п.н.}, t_{p.o.}] \\ \lambda, & \text{если } t \in [t_{p.o.}, \tilde{t}_{п.o.}] \\ \frac{t_{п.o.} - t}{t_{п.o.} - \tilde{t}_{п.o.}} \lambda, & \text{если } t \in [\tilde{t}_{п.o.}, t_{п.o.}] \\ 0, & \text{иначе} \end{cases} \quad (7)$$

Перейти к шагу 11.

9. Если $t_{p.n.} \neq \tilde{t}_{p.n.}$ и $t_{п.н.} = \tilde{t}_{п.н.}$, то:

а. Если ранее окончание работы $t_{p.o.}$ расположено между $\tilde{t}_{p.n.}$ и $t_{п.н.}$, то вероятность определяется по формуле:

$$p(t) = \begin{cases} \frac{t - t_{p.n.}}{\tilde{t}_{p.n.} - t_{p.n.}} \lambda, & \text{если } t \in [t_{p.n.}, \tilde{t}_{p.n.}] \\ \lambda, & \text{если } t \in [\tilde{t}_{p.n.}, t_{п.н.}] \\ \frac{1}{\tilde{t}_{p.o.} - t_{p.o.}} ((t - t_{p.o.})\lambda + (\tilde{t}_{p.o.} - t)), & \text{если } t \in (t_{п.н.}, \tilde{t}_{p.o.}] \\ \lambda, & \text{если } t \in [\tilde{t}_{p.o.}, t_{п.o.}] \\ 0, & \text{иначе} \end{cases} \quad (8)$$

Перейти к шагу 11.

б. Если раннее окончание работы $t_{p.o.}$ расположено между $t_{p.n.}$ и $\tilde{t}_{p.n.}$, то вероятность определяется по формуле:

$$p(t) = \begin{cases} \frac{t-t_{p.n.}}{\tilde{t}_{p.n.}-t_{p.n.}} \lambda, & \text{если } t \in [t_{p.n.}, \tilde{t}_{p.n.}] \\ \lambda, & \text{если } t \in [\tilde{t}_{p.n.}, t_{p.o.}] \\ 0, & \text{иначе} \end{cases} \quad (9)$$

Перейти к шагу 11.

с. Если ранний срок окончания $t_{p.o.}$ расположено после $t_{п.н.}$ выполнения работы, то вероятность определяется по формуле:

$$p(t) = \begin{cases} \frac{t-t_{p.n.}}{\tilde{t}_{p.n.}-t_{p.n.}} \lambda, & \text{если } t \in [t_{p.n.}, \tilde{t}_{p.n.}] \\ \lambda, & \text{если } t \in [\tilde{t}_{p.n.}, t_{п.н.}] \\ 1, & \text{если } t \in [t_{п.н.}, t_{p.o.}] \\ \frac{1}{\tilde{t}_{p.o.}-t_{p.o.}} ((t-t_{p.o.})\lambda + (\tilde{t}_{p.o.}-t)), & \text{если } t \in [t_{p.o.}, \tilde{t}_{p.o.}] \\ \lambda, & \text{если } t \in [\tilde{t}_{p.o.}, t_{п.о.}] \\ 0, & \text{иначе} \end{cases} \quad (10)$$

Перейти к шагу 11.

10. Если $t_{p.n.} \neq \tilde{t}_{p.n.}$ и $t_{п.н.} \neq \tilde{t}_{п.н.}$, то:

а. Если раннее окончание работы $t_{p.o.}$ расположено между $\tilde{t}_{п.н.}$ и $t_{п.н.}$, то вероятность определяется по формуле:

$$p(t) = \begin{cases} \frac{\lambda}{\tilde{t}_{p.n.}-t_{p.n.}} (t-t_{p.n.}), & \text{если } t \in [t_{p.n.}, \tilde{t}_{p.n.}] \\ \lambda, & \text{если } t \in [\tilde{t}_{p.n.}, \tilde{t}_{п.н.}] \\ \frac{1}{t_{п.н.}-\tilde{t}_{п.н.}} ((1-\lambda) \cdot t + \lambda \cdot t_{п.н.} - \tilde{t}_{п.н.}), & \text{если } t \in [t_{п.н.}, \alpha] \\ \frac{1}{\tilde{t}_{p.o.}-t_{p.o.}} ((\lambda-1) \cdot t + \tilde{t}_{p.o.} - \lambda \cdot t_{p.o.}), & \text{если } t \in [\alpha, \tilde{t}_{p.o.}] \\ \lambda, & \text{если } t \in [\tilde{t}_{p.o.}, \tilde{t}_{п.о.}] \\ -\frac{\lambda}{t_{п.о.}-\tilde{t}_{п.о.}} (t-\tilde{t}_{п.о.}), & \text{если } t \in [\tilde{t}_{п.о.}, t_{п.о.}] \\ 0, & \text{иначе} \end{cases} \quad (11)$$

где $\alpha = \frac{t_{п.н.} \cdot \tilde{t}_{p.o.} - t_{p.o.} \cdot \tilde{t}_{п.н.}}{(\tilde{t}_{p.o.} - \tilde{t}_{п.н.}) + (t_{п.н.} - t_{p.o.})}$.

Перейти к шагу 11.

б. Если раннее окончание $t_{p.o.}$ расположено между $t_{p.n.}$ и $\tilde{t}_{p.n.}$, то вероятность определяется по формуле:

$$p(t) = \begin{cases} \frac{\lambda}{\tilde{t}_{p.n.}-t_{p.n.}} (t-t_{p.n.}), & \text{если } t \in [t_{p.n.}, \tilde{t}_{p.n.}] \\ \lambda, & \text{если } t \in [\tilde{t}_{p.n.}, \tilde{t}_{п.о.}] \\ -\frac{\lambda}{t_{п.о.}-\tilde{t}_{п.о.}} (t-t_{п.о.}), & \text{если } t \in [\tilde{t}_{п.о.}, t_{п.о.}] \\ 0, & \text{иначе} \end{cases} \quad (12)$$

Перейти к шагу 11.

с. Если ранее окончание выполнения работы $t_{p.o.}$ расположено $t_{п.н.}$, то вероятность выполнения работы определяется по формуле:

$$p(t) = \begin{cases} \frac{\lambda}{\tilde{t}_{p.н.} - t_{p.н.}} (t - t_{p.н.}), & \text{если } t \in [t_{p.н.}, \tilde{t}_{p.н.}] \\ \lambda, & \text{если } t \in [\tilde{t}_{p.н.}, \tilde{t}_{п.н.}] \\ \frac{1}{t_{п.н.} - \tilde{t}_{п.н.}} ((1 - \lambda) \cdot t + \lambda \cdot t_{п.н.} - \tilde{t}_{п.н.}), & \text{если } t \in [t_{п.н.}, \tilde{t}_{п.н.}] \\ \frac{1}{\tilde{t}_{p.o.} - t_{p.o.}} ((\lambda - 1) \cdot t + \tilde{t}_{p.o.} - \lambda \cdot t_{p.o.}), & \text{если } t \in [t_{p.o.}, \tilde{t}_{p.o.}] \\ \lambda, & \text{если } t \in [\tilde{t}_{p.o.}, \tilde{t}_{п.o.}] \\ -\frac{\lambda}{t_{п.o.} - \tilde{t}_{п.o.}} (t - \tilde{t}_{п.o.}), & \text{если } t \in [\tilde{t}_{п.o.}, t_{п.o.}] \\ 0, & \text{иначе} \end{cases} \quad (13)$$

Перейти к шагу 11.

11. Повторить шаги с 4 по 10 для всех экспертов.

12. Каждый эксперт (возможно использование единого значения для всех экспертов) задает величину α для формирования α -срезов:

$$\alpha_{ji} \in [0, \max_t (p_{ji}(t))], \quad (14)$$

где α_{ji} – величина α -среза, заданная j -м экспертом по работе i , $\max_t (p_{ji}(t))$ – максимальное значение вероятностей выполнения работы i для j -го эксперта.

13. На основе заданной величины α_j определяется, выполняется ли i -я работа в k -й день реализации проекта:

$$\hat{t}_k^{ji} = \begin{cases} 1, & \text{если } p_{ji}(k) \geq \alpha_j \\ 0, & \text{в противном случае} \end{cases} \quad (15)$$

14. Шаги с 3 по 14 повторяются для всех работ проекта.

15. Задается общее количество ежедневно доступных собственных ресурсов $Res = const$.

16. Общее количество ресурсов $ProjRes_k^j$, требуемое в k -й день проекта по оценке j -го эксперта определяется по формуле (16):

$$ProjRes_k^j = \sum_{i=1}^m Res_i \cdot \hat{t}_k^{ji}, \quad (16)$$

где m – количество работ в проекте, Res_i – ежедневная потребность в ресурсах для i -й работы.

17. Количество субподрядных ресурсов $SubContRes_k^j$, требуемое в k -й день проекта по оценке j -го эксперта определяется по формуле:

$$SubContRes_k^j = \begin{cases} ProjRes_k^j - Res, & \text{если } ProjRes_k^j > Res, \\ 0, & \text{в противном случае} \end{cases} \quad (17)$$

где m – количество работ в проекте.

18. Общее количество субподрядных ресурсов по всем работам проекта $SubContRes^j$ по всем дням реализации проекта по оценке j -го эксперта определяется по формуле (18):

$$SubContRes^j = \sum_{k=1}^T SubContRes_k^j. \quad (18)$$

19. Выбор экспертных рекомендаций осуществляется в соответствии с критерием:

$$SubContRes = \min_{j \in n} SubContRes^j. \quad (19)$$

20. Завершить работу алгоритма.

Результаты и выводы

На основе описанного алгоритма и разработанного программного обеспечения был проведен вычислительный эксперимент.

Рассмотрим результаты данного эксперимента.

Пусть имеется проект, сетевой граф которого приведен на Рисунке 1. Данные по работам сетевого проекта представлены в Таблице 1.

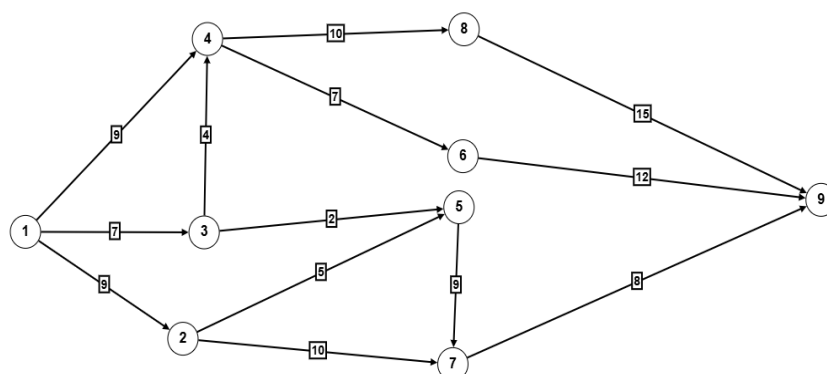
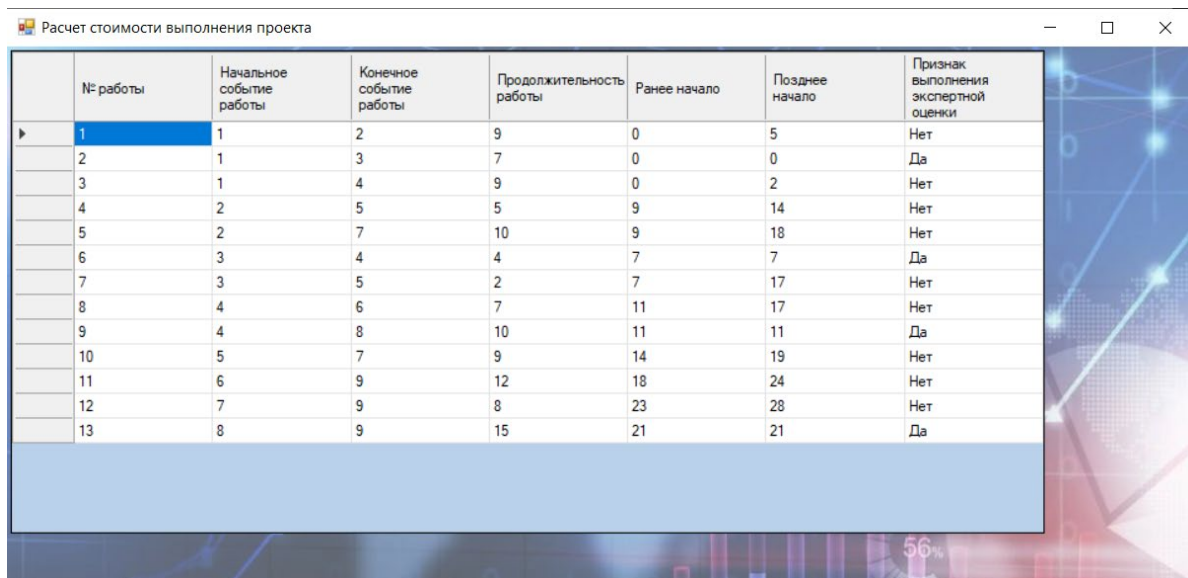


Рисунок 1 – Сетевой граф выполнения работ
Figure 1 – Network diagram of task execution

Таблица 1 – Основная информация о работах сетевого графа
Table 1 – General Information about network graph work

№ работы	Начальное событие	Конечное событие	Продолжительность
1	1	2	9
2	1	3	7
3	1	4	9
4	2	5	5
5	2	7	10
6	3	4	4
7	3	5	2
8	4	6	7
9	4	8	10
10	5	7	9
11	6	9	12
12	7	9	8
13	8	9	15

На основе метода критического пути были определены временные параметры выполнения работ, представленные на Рисунке 2.

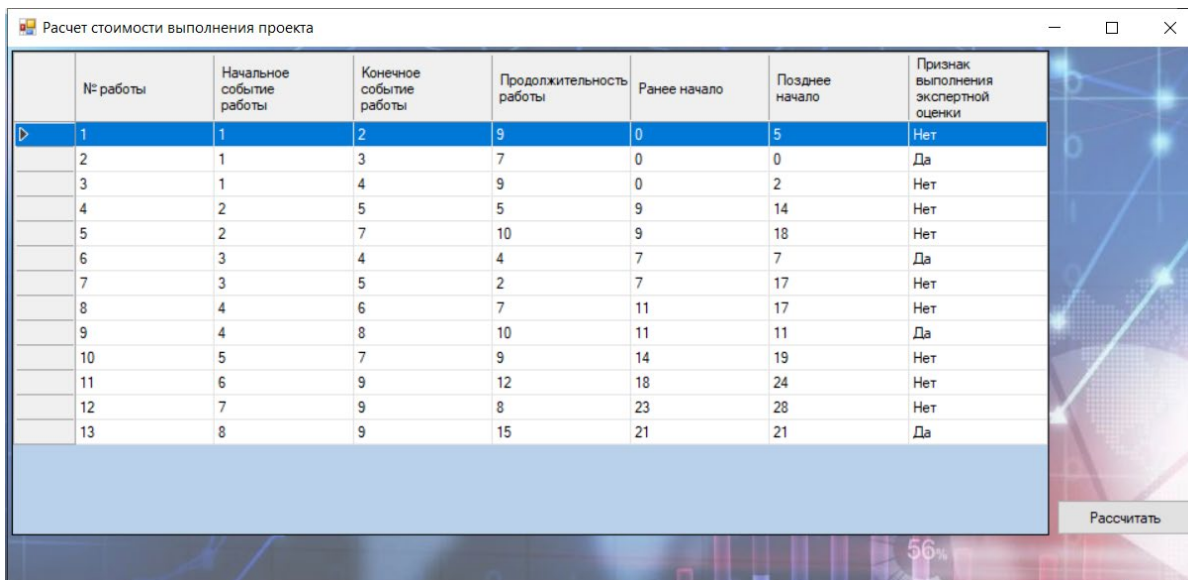


	№ работы	Начальное событие работы	Конечное событие работы	Продолжительность работы	Раннее начало	Позднее начало	Признак выполнения экспертной оценки
▶	1	1	2	9	0	5	Нет
	2	1	3	7	0	0	Да
	3	1	4	9	0	2	Нет
	4	2	5	5	9	14	Нет
	5	2	7	10	9	18	Нет
	6	3	4	4	7	7	Да
	7	3	5	2	7	17	Нет
	8	4	6	7	11	17	Нет
	9	4	8	10	11	11	Да
	10	5	7	9	14	19	Нет
	11	6	9	12	18	24	Нет
	12	7	9	8	23	28	Нет
	13	8	9	15	21	21	Да

Рисунок 2 – Временные параметры работ проекта
Figure 2 – Time parameters of project task

Столбец «Признак выполнения экспертной оценки» показывает, должна ли быть выполнена экспертная оценка (введены нечеткие экспертные рекомендации по началу выполнения работы) для данной работы. Для работ, находящихся на критическом пути, экспертная оценка не требуется.

Для всех работ с «Признаком выполнения экспертной оценки» – «нет» производится ввод нечетких экспертных рекомендаций по началу их выполнения (Рисунок 3).



	№ работы	Начальное событие работы	Конечное событие работы	Продолжительность работы	Раннее начало	Позднее начало	Признак выполнения экспертной оценки
▶	1	1	2	9	0	5	Нет
	2	1	3	7	0	0	Да
	3	1	4	9	0	2	Нет
	4	2	5	5	9	14	Нет
	5	2	7	10	9	18	Нет
	6	3	4	4	7	7	Да
	7	3	5	2	7	17	Нет
	8	4	6	7	11	17	Нет
	9	4	8	10	11	11	Да
	10	5	7	9	14	19	Нет
	11	6	9	12	18	24	Нет
	12	7	9	8	23	28	Нет
	13	8	9	15	21	21	Да

Рисунок 3 – Выбор работы для ввода экспертных рекомендаций
Figure 3 – Selection of a task for entering expert recommendations

Результаты ввода экспертных рекомендаций (для 3 экспертов) для работы № 1 представлены на Рисунке 4.

Рисунок 4 – Экспертные рекомендации по началу выполнения работ

Figure 4 – Expert recommendations on task start time

На основании изложенного выше алгоритма определяется вероятность выполнения работы проекта для каждого дня (временного такта) времени реализации проекта.

Экспертами вводятся значения величины α для формирования α -среза, результаты представлены на Рисунке 5.

Рисунок 5 – Ввод величины α для формирования α -среза

Figure 5 – Input of the α value for forming the α -cut

Аналогично проводится оценка для других работ календарного плана. Результаты представлены в Таблице 2.

Таблица 2 – Экспертные оценки для работ проект

Table 2 – Expert estimates for the project task

№ работы	Наиболее вероятное раннее начало	Наиболее вероятное позднее начало	λ	α -срез
<i>Эксперт № 1</i>				
1	1	4	0,4	0,8
2	—	—	—	—
3	0	2	0,8	0,9
4	10	12	0,3	0,3
5	11	15	0,7	0,75
6	—	—	—	—
7	10	15	0,8	0,7
8	12	16	0,2	0,75

Таблица 2 (Продолжение)
Table 2 (continued)

9	–	–	–	–
10	15	18	0,8	0,8
11	20	22	0,9	0,9
12	24	27	0,1	0,95
13	–	–	–	–
<i>Эксперт № 2</i>				
1	2	4	0,6	0,45
2	–	–	–	–
3	0	1	0,5	0,75
4	11	13	0,6	0,6
5	10	14	0,5	0,55
6	–	–	–	–
7	12	14	0,25	0,2
8	12	13	0,8	0,7
9	–	–	–	–
10	16	18	0,4	0,75
11	19	23	0,6	0,9
12	25	27	0,4	0,92
13	–	–	–	–
<i>Эксперт № 3</i>				
1	1	3	0,3	0,5
2	–	–	–	–
3	1	2	0,7	0,8
4	10	13	0,9	0,85
5	10	17	0,3	0,65
6	–	–	–	–
7	12	15	0,75	0,7
8	14	16	0,45	0,65
9	–	–	–	–
10	17	18	0,37	0,8
11	22	23	0,9	0,9
12	25	26	1	0,87
13	–	–	–	–

После того как для всех работ в проекте были получены экспертные оценки, вводится ежедневно доступное (в рамках данного проекта) количество ресурсов (Рисунок 6).

Ввод доступных ресурсов

Введите доступное количество ресурсов

Далее

Рисунок 6 – Ввод доступного количества собственных ресурсов
Figure 6 – Input of available amount of own resources

Результаты определения общего количества ресурсов, требуемые для реализации календарного плана, представлены в Таблице 3.

Таблица 3 – Количество ресурсов, необходимое для реализации проекта (в скобках указано количество субподрядных ресурсов)

Table 3 – Amount of resources required for project implementation (subcontracted resources shown in parentheses)

День проекта	Эксперт 1	Эксперт 2	Эксперт 3
1	25(0)	25(0)	25(0)
2	25(0)	25(0)	25(0)
3	50(25)	75(50)	50(25)
4	50(25)	75(50)	50(25)
5	50(25)	75(50)	50(25)
6	75(50)	75(50)	75(50)
7	75(50)	75(50)	75(50)
8	75(50)	75(50)	75(50)
9	75(50)	75(50)	75(50)
10	75(50)	25(0)	75(50)
11	75(50)	25(0)	50(25)
12	75(50)	100(75)	50(25)
13	50(25)	125(100)	75(50)
14	50(25)	100(75)	75(50)
15	75(50)	50(25)	75(50)
16	100(75)	50(25)	75(50)
17	100(75)	75(50)	75(50)
18	125(100)	75(50)	100(75)
19	100(75)	100(75)	75(50)
20	50(25)	100(75)	75(50)
21	75(50)	75(50)	50(25)
22	75(50)	50(25)	50(25)
23	50(25)	50(25)	75(50)
24	50(25)	25(0)	50(25)
25	75(50)	50(25)	50(25)
26	75(50)	50(25)	75(50)
27	75(50)	50(25)	50(25)
28	75(50)	50(25)	50(25)
29	75(50)	75(50)	75(50)
30	75(50)	75(50)	75(50)
31	50(25)	75(50)	50(25)
32	50(25)	25(0)	25(0)
33	50(25)	25(0)	25(0)
34	50(25)	25(0)	50(25)
35	50(25)	25(0)	75(50)
36	25(0)	25(0)	50(25)

На Рисунках 7а–в представлены диаграммы распределения субподрядных ресурсов при выполнении экспертных рекомендаций эксперта № 1 (Рисунок 7а), эксперта № 2 (Рисунок 7б), эксперта № 3 (Рисунок 7в).

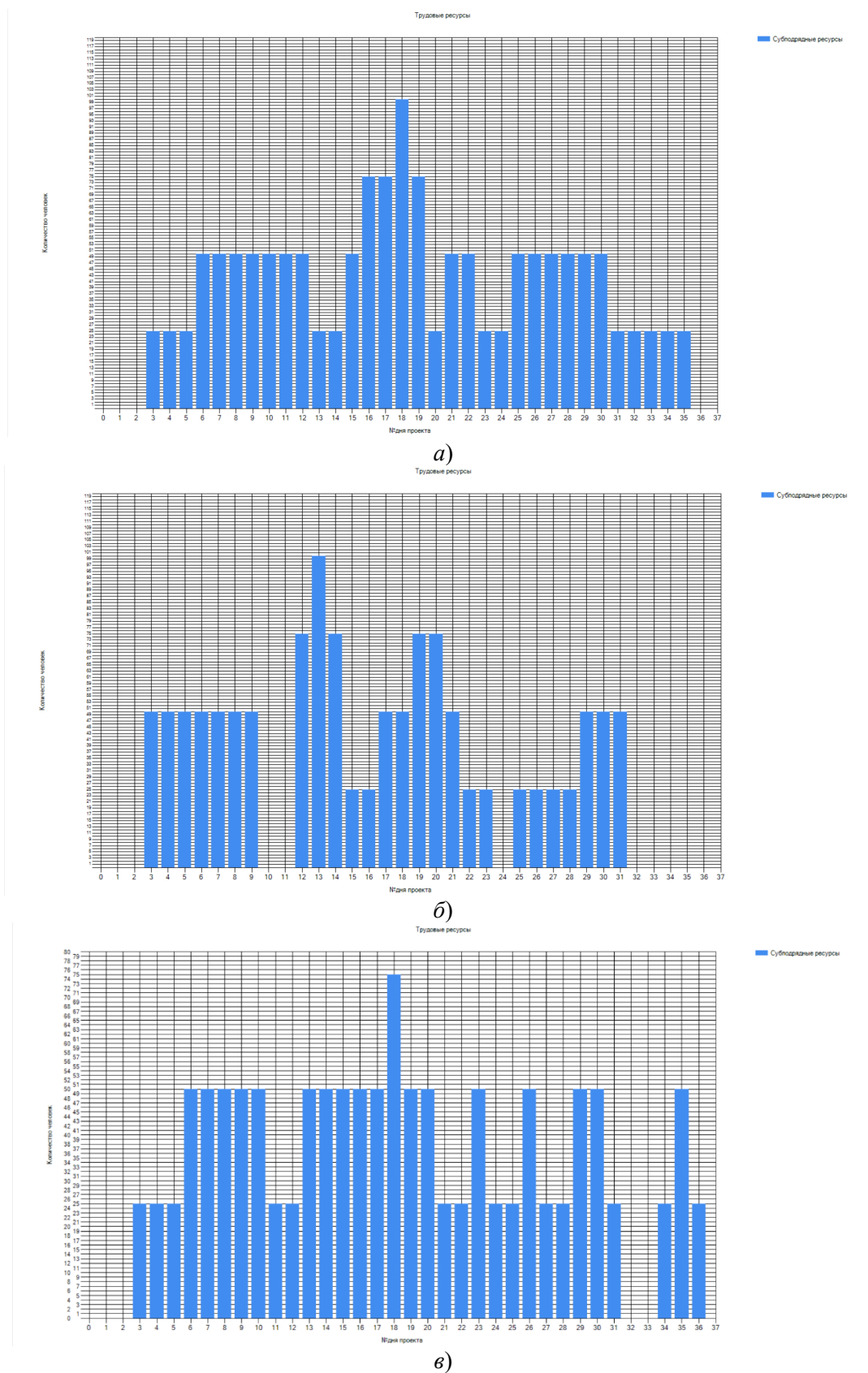


Рисунок 7 – Диаграмма распределения субподрядных ресурсов при выполнении экспертных рекомендаций: а – эксперта № 1; б – эксперта № 2; в – эксперта № 3

Figure 7 – Subcontractor resource distribution diagram for the implementation of expert recommendations: а – expert No. 1; б – expert No. 2; в – expert No. 3

Проанализировав диаграммы, можно сделать следующие выводы:

При выполнении экспертных рекомендаций эксперта № 1:

а. Общее количество субподрядных ресурсов для реализации всего проекта составило 1450 единиц.

б. Максимальное количество субподряда требовалось в 18 день реализации проекта в количестве 100 единиц.

с. Минимальное количество субподряда требовалось с 3 по 5, с 13 по 14, 20, с 23 по 24, с 31 по 35 дни реализации проекта в количестве 25 единиц.

д. В дни 1, 2 и 36 привлечение субподряда не требовалось.

При выполнении экспертных рекомендаций эксперта № 2:

а. Общее количество субподрядных ресурсов для реализации всего проекта составило 1250 единиц.

б. Максимальное количество субподряда требовалось в 13 день реализации проекта в количестве 100 единиц.

с. Минимальное количество субподряда требовалось 15, 16, 22, 23 и с 25 по 28 дни реализации проекта в количестве 25 единиц.

д. В дни 1, 2, 10, 11, 24, с 32 по 36 привлечение субподряда не требовалось.

При выполнении экспертных рекомендаций эксперта № 3:

а. Общее количество субподрядных ресурсов для реализации всего проекта составило 1275 единиц.

б. Максимальное количество субподряда требовалось в 18 день реализации проекта в количестве 75 единиц.

с. Минимальное количество субподряда требовалось с 3 по 5, с 11 по 12, с 21 по 22, с 24 по 25, с 27 по 28, 31, 34 и 36 дни реализации проекта в количестве 25 единиц.

д. В дни 1, 2, 32, 33 привлечение субподряда не требовалось.

Таким образом, минимизации привлечения субподрядных ресурсов отвечают экспертные рекомендации эксперта № 2.

Заключение

Предложенный в рамках исследования алгоритм можно отнести к гибким технологиям управления проектами. Он позволяет моделировать гибкие нечеткие рекомендации экспертов по срокам реализации работ в пределах допустимых временных рамок и находить оптимальные с позиции ресурсного обеспечения варианты экспертных рекомендаций.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ / REFERENCES

1. Brucker P., Drexl A., Möhring R., Neumann K., Pesch E. Resource-Constrained Project Scheduling: Notation, Classification, Models, and Methods. *European Journal of Operational Research*. 1999;112(1):3–41. [https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(98\)00204-5](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(98)00204-5)
2. Kreter S., Schutt A., Stuckey P.J. Using Constraint Programming for Solving RCPSP/Max-Cal. *Constraints*. 2017;22(3):432–462. <https://doi.org/10.1007/s10601-016-9266-6>
3. Vanhoucke M., Coelho J. Resource-Constrained Project Scheduling with Activity Splitting and Setup Times. *Computers & Operations Research*. 2019;109:230–249. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2019.05.004>
4. Chang T.C., Ibbs C.W., Crandall K.C. Network Resource Allocation with Support of a Fuzzy Expert System. *Journal of Construction Engineering and Management*. 1990;116(2):239–260. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9364\(1990\)116:2\(239\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9364(1990)116:2(239))

5. Rezakhani P. Project Scheduling and Performance Prediction: A Fuzzy-Bayesian Network Approach. *Engineering, Construction and Architectural Management*. 2022;29(6):2233–2244. <https://doi.org/10.1108/ECAM-07-2020-0540>
6. S A.S.P., Paul A. Fuzzy Logic in Construction Project Scheduling: A Review. *International Research Journal of Engineering and Technology*. 2008;5(11):752–755.
7. Dorn J., Kerr R., Thalhammer G. Reactive Scheduling: Improving the Robustness of Schedules and Restricting the Effects of Shop Floor Disturbances by Fuzzy Reasoning. *International Journal of Human–Computer Studies*. 1995;42(6):687–704. <https://doi.org/10.1006/ijhc.1995.1031>
8. Cheng Ch.-B., Lo Ch.-Yu. Multi-Project Scheduling by Fuzzy Combinatorial Auction. In: 2017 3rd IEEE International Conference on Cybernetics (CYBCONF), 21–23 June 2017, Exeter, UK. IEEE; 2017. P. 1–6. <https://doi.org/10.1109/CYBConf.2017.7985794>
9. Ladnykh I.A., Ibadov N. Estimating the Duration of Construction Works Using Fuzzy Modeling to Assess the Impact of Risk Factors. *Applied Sciences*. 2024;14(9). <https://doi.org/10.3390/app14093847>
10. Plebankiewicz E., Karcińska P. Model for Supporting Construction Workforce Planning Based on the Theory of Fuzzy Sets. *Applied Sciences*. 2024;14(4). <https://doi.org/10.3390/app14041655>

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ / INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Азарнова Татьяна Васильевна, доктор технических наук, профессор, профессор Воронежского государственного университета, Воронеж, Российская Федерация.
e-mail: ivdas92@mail.ru

Tatyana V. Azarnova, Doctor of Engineering Sciences, Professor, Professor of Voronezh State University, Voronezh, the Russian Federation.

Иванова Екатерина Вячеславовна, аспирант, Воронежский государственный университет, Воронеж, Российская Федерация.
e-mail: ekaterina.v.ivanova@inbox.ru
ORCID: [0000-0001-6588-3682](https://orcid.org/0000-0001-6588-3682)

Ekaterina V. Ivanova, Postgraduate of Voronezh State University, Voronezh, the Russian Federation.

Статья поступила в редакцию 03.05.2025; одобрена после рецензирования 25.05.2025; принята к публикации 04.06.2025.

The article was submitted 03.05.2025; approved after reviewing 25.05.2025; accepted for publication 04.06.2025.