

УДК 628.147.25; 519.6

DOI: [10.26102/2310-6018/2025.49.2.048](https://doi.org/10.26102/2310-6018/2025.49.2.048)

Оптимизация формы боновых заграждений при разливе нефти

И.М. Ажмухамедов¹✉, И.Э. Рамазанов², А.В. Хайтул²

¹Астраханский государственный технический университет, Астрахань,
Российская Федерация

²Астраханский государственный университет им. В.Н. Татищева, Астрахань,
Российская Федерация

Резюме. Разливы нефти представляют серьезную угрозу морским экосистемам, вызывая длительные экологические и экономические последствия. Для минимизации ущерба критически важно эффективно ограничивать распространение загрязнений. Одним из наиболее популярных средств в борьбе с разливами нефти являются боновые заграждения – плавучие барьеры, позволяющие локализовать зону разлива и повысить эффективность последующей очистки. Однако результативность таких заграждений зависит не только от используемых материалов, но и от их геометрической конфигурации. В этой связи актуальной становится задача минимизации длины бонового заграждения, необходимой для охвата заданной площади разлива. В данной работе эта проблема формулируется как изопериметрическая задача оптимизации в классе многоугольников. Исследуется задача максимизации площади, ограниченной многоугольником с фиксированным периметром и фиксированным закрепленным отрезком (например, участком берега), при условии, что граница представляет собой ломаную линию, а не гладкую кривую. Доказано, что оптимальная фигура достигается тогда, когда многоугольник является правильным, то есть его стороны и углы равны. Полученные результаты могут быть использованы при проектировании более эффективных систем размещения боновых заграждений, способствуя снижению затрат на материалы и улучшению экологической безопасности.

Ключевые слова: изопериметрическая задача, оптимизация формы, боновые заграждения, разлив нефти, математическое моделирование, геометрическая оптимизация.

Для цитирования: Ажмухамедов И.М., Рамазанов И.Э., Хайтул А.В. Оптимизация формы боновых заграждений при разливе нефти. *Моделирование, оптимизация и информационные технологии*. 2025;13(2). URL: <https://moitvvt.ru/ru/journal/pdf?id=1954> DOI: 10.26102/2310-6018/2025.49.2.048

Optimization of the shape of booms in case of oil spill

I.M. Azhmukhamedov¹✉, I.E. Ramazanov², A.V. Khaytul²

¹Astrakhan State Technical University, Astrakhan, the Russian Federation

²Astrakhan Tatishchev State University, Astrakhan, the Russian Federation

Abstract. Oil spills pose a serious threat to marine ecosystems, causing long-lasting environmental and economic consequences. To minimize damage, it is critically important to effectively limit the spread of pollution. One of the most common means in the fight against oil spills are booms — floating barriers that allow to localize the spill area and increase the efficiency of subsequent cleaning. However, the effectiveness of such barriers depends not only on the materials used, but also on their geometric configuration. In this regard, the task of minimizing the length of the boom necessary to cover a given spill area becomes urgent. In this paper, this problem is formulated as an isoperimetric optimization problem in the class of polygons. The problem of maximizing the area bounded by a polygon with a fixed perimeter and a fixed segment (for example, a section of shore) is investigated, provided that the

boundary is a broken line rather than a smooth curve. It is proved that the optimal shape is achieved when the polygon is regular, that is, its sides and angles are equal. The results obtained can be used in the design of more efficient boom placement systems, contributing to lower material costs and improved environmental safety.

Keywords: isoperimetric problem, shape optimization, booms, oil spill, mathematical modeling, geometric optimization.

For citation: Azhmukhamedov I.M., Ramazanov I.E., Khaytul A.V. Optimization of the shape of booms in case of oil spill. *Modeling, Optimization and Information Technologies*. 2025;13(2). (In Russ.). URL: <https://moitvvt.ru/ru/journal/pdf?id=1954> DOI: 10.26102/2310-6018/2025.49.2.048

Введение

Разливы нефти на море – это глобальная проблема [1], и, хотя их количество снизилось за последние десятилетия, такие инциденты все равно происходят с опасной регулярностью [2, 3]. В 2024 году было зарегистрировано шесть крупных разливов (>700 тонн) и четыре средних разлива (7–700 тонн) в результате инцидентов с танкерами¹. Наибольшее внимание привлекают масштабные аварии [4, 5].

Так, например, в апреле 2010 года произошла одна из крупнейших экологических катастроф в истории. В результате взрыва и пожара на нефтяной платформе Deepwater Horizon, расположенной в Мексиканском заливе, произошел разлив около 4,9 миллионов баррелей нефти в море. Этот инцидент продолжался более трех месяцев, и последствия для экосистемы были катастрофическими. Масштабное загрязнение затронуло тысячи километров побережья, погибли морские животные, включая птиц, черепах и рыб, а также был нанесен значительный ущерб местным экономическим отраслям, таким как рыболовство и туризм. Разлив нефти также вызвал долгосрочные экологические изменения в регионе. Последствия этого инцидента ощущаются до сих пор.

15 декабря 2024 года в Керченском проливе произошла экологическая катастрофа: из-за сильного шторма танкеры «Волгонефть-212» и «Волгонефть-239» потерпели крушение, что привело к разливу мазута в акватории Черного моря. Точные объемы разлива оцениваются по-разному: первоначальные данные говорили о 3–4 тыс. тонн, однако к концу января 2025 года спасатели сообщили, что с затонувшего судна «Волгонефть-239» удалось извлечь только 1,5 тыс. тонн мазута, при этом около 5 тыс. тонн, по оценкам экологов, оставалось в море.

Разлив привел к загрязнению более 54 км береговой линии Краснодарского края и 15 км побережья Крыма. Экологический ущерб оказался значительным: пострадали тысячи морских птиц, включая редкие и охраняемые виды, а также зафиксирована гибель около 70 дельфинов.

Введение режима чрезвычайной ситуации федерального уровня потребовало мобилизации более 10 000 волонтеров для очистки загрязненных территорий и спасения пострадавшей фауны. Однако, несмотря на усилия, последствия разлива продолжают ощущаться, и полная ликвидация ущерба может занять многие месяцы.

Подобные инциденты подчеркивают необходимость разработки эффективных методов ликвидации и ограничения масштабов разливов нефти и защиты экосистем [6, 7].

В подобных случаях, ключевую роль в предотвращении распространения нефтяных пятен и минимизации ущерба окружающей среде играет, в частности, использование боновых заграждений [8, 9].

¹ Oil Tanker Spill Statistics 2024. ITOFF. URL: <https://www.itopf.org/knowledge-resources/data-statistics/oil-tanker-spill-statistics-2024/> (дата обращения: 21.04.2025).

Боновые заграждения представляют собой плавучие устройства, предназначенные для локализации нефтяных пятен на воде [10, 11]. Они обычно состоят из гибких материалов, установленных на водной поверхности в виде непрерывной линии, что позволяет предотвратить дальнейшее распространение нефти [12, 13]. Важно, что боновые заграждения не только ограничивают движение нефтяного пятна, но и облегчают процесс сбора нефти, которая после попадания в барьер может быть убрана с воды [14].

Процесс использования боновых заграждений включает несколько этапов:

1. Размещение барьера вокруг нефтяного пятна.
2. Удержание нефти в пределах барьера с помощью насосов или других технологий.
3. Очистка воды с использованием различных методов, включая механические устройства и химические реагенты.

При попытке оптимизации формы барьеров, которые размещаются на воде для ограничения распространения нефтяных пятен, возникает, так называемая, изопериметрическая задача. Решение изопериметрической задачи помогает определить, какой формы должен быть бон, чтобы минимизировать количество используемого материала (периметр), максимизируя при этом площадь, которую он может охватить, предупреждая разлив нефти.

Изопериметрическая задача – это классическая математическая проблема, связанная с нахождением фигуры, имеющей наибольшую площадь при заданной длине ее границы. В общем случае, когда граница может быть гладкой, решением является круг, что было известно еще в античные времена. Однако в случае, когда граница состоит из конечного числа линейных сегментов (например, при строительстве ограждений или проектировании конструкций с фиксированной длиной границ), задача принимает более сложный характер и требует рассмотрения в классе многоугольников.

Изопериметрические задачи возникают в различных прикладных областях:

- геометрическое проектирование: оптимальная форма зданий и сооружений при заданном расходе строительных материалов;
- инженерные расчеты: конструирование резервуаров и оболочек максимального объема при ограниченных ресурсах;
- физика и аэродинамика: определение оптимальных форм тел для минимизации сопротивления воздуха при сохранении заданного контура;
- биология: эволюционные процессы, в которых формы организмов стремятся к максимальной эффективности при заданных ограничениях.

При этом, в ряде практических применений требуется не гладкая граница, а многоугольная форма, например, при проектировании инженерных конструкций, архитектурных объектов и защитных сооружений.

В данной работе рассматривается изопериметрическая задача в классе многоугольников с фиксированной длиной периметра, а также исследуется, как можно максимизировать площадь таких фигур. Отдельное внимание уделяется практическому применению полученных результатов, в частности, возможному использованию в конструкции боновых заграждений при разливе нефти.

Постановка задачи

Имеется линия с заданной длиной d , требуется построить многоугольник, содержащий $n + 2$ вершин, чтобы:

- 1) одной из сторон многоугольника была сторона AB ;
- 2) длина периметра многоугольника равнялась $l + d$;

3) площадь многоугольника была наибольшей из всех возможных.

Решение задачи. Докажем, что решением задачи является фрагмент правильного многоугольника.

Дано: $AA_1 = A_1A_2 = A_2A_3 = \dots = A_nB$. Все углы равны (Рисунок 1).

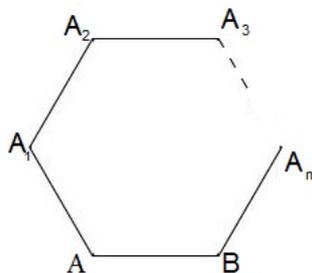


Рисунок 1 – Правильный многоугольник со стороной AB
Figure 1 – A regular polygon with side AB

Для того, чтобы провести доказательство необходимо ответить на два вопроса: первый – как построить искомый многоугольник; второй – как вычислить его характеристики.

Для доказательства необходимо воспользоваться вспомогательными результатами.

Лемма 1. Даны точки A, B, C; $AB + BC$ и AC – фиксированы. Тогда S_{ABC} достигнет максимального значения только тогда, когда $AB = BC$ (Рисунок 2).

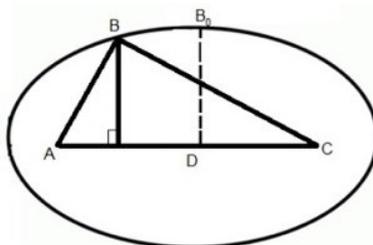


Рисунок 2 – Схематическое представление условий леммы 1
Figure 2 – Schematic representation of the conditions of Lemma 1

Доказательство. Рассмотрим геометрическое место точек A и C – таких, чтобы $AB + BC = l$. Известно, что это место точек лежит на эллипсе, у которого фокусы расположены на точках A и C².

Площадь треугольника³ вычисляется по формуле:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot h, \quad (1)$$

где AC – сторона треугольника ABC, h – его высота.

Высота достигает наибольшей длины, когда проходит через середину отрезка AC. $AD = DC$, $AB = CB_0$. Лемма доказана.

Таким образом, если дана ломанная $A_0, A_1, A_2, \dots, A_n$, длина, которой фиксирована и не все отрезки $A_{i-1}A_i$ равны между собой, то площадь многоугольника, ограниченная этой ломаной, может быть увеличена.

² Выгодский М.Я. *Справочник по элементарной математике*. Москва: АСТ; 2024. 512 с.

³ Корн Г., Корн Т. *Справочник по математике для научных работников и инженеров*. Москва: Издательство «Наука». Главная редакция физико-математической литературы; 1978. 832 с.

Предположим, что $A_1A_2 \neq A_2A_3$. Возьмем треугольник $A_1A_2A_3$ и проведем эллипс с фокусами в точках A_1, A_3 , проходящий через точку A_2 . Заменяем точку A_2 на A'_2 , где A'_2O проходит через середину AB и $A'_2O \perp AB$.

Согласно лемме 1, площадь, ограниченная ломаной, увеличится, а длина ломаной не изменится. Отсюда следует, что площадь многоугольника достигает максимального значения в случае, когда все отрезки $A_1A_2, A_0A_1, \dots, A_{n-1}A_n$ равны между собой.

Таким образом, доказана следующая теорема.

Теорема 1. Пусть задан многоугольник $A_0A_1 \dots A_{n-1}A_n$, причем $A_0A_n = d$, фиксированная величина и фиксирована сумма дуг $A_0A_1 = A_1A_2 = \dots = A_{n-1}A_n = l$. Тогда для того, чтобы площадь $S_{A_0A_1 \dots A_n}$ была максимальной, необходимо чтобы $A_0A_1 = A_1A_2 = \dots = A_{n-1}A_n = \frac{l}{n}$.

Однако данное условие является необходимым, но не достаточным и не позволяет неоднозначно определить искомый многоугольник, поскольку углы $\angle A_1, \angle A_2, \dots, \angle A_{n-1}$ могут изменяться. Достаточно представить, что многоугольник в точках A_0, A_n жестко закреплен, а в точках $A_1A_2A_{n-1}$ он закреплен «шарнирно» (Рисунок 1), тогда можно произвольно изменять углы.

Для того чтобы выделить многоугольник наибольшей площади, докажем теорему 2.

Теорема 2. Многоугольник $A_0A_1 \dots A_n$ достигает максимальной площади только тогда, когда углы $\angle A_1, \angle A_2, \dots, \angle A_{n-1}$ равны (Рисунок 3).

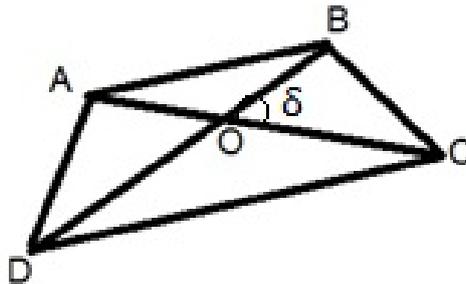


Рисунок 3 – Схематическое представление условий теоремы 2
Figure 3 – Schematic representation of the conditions of Theorem 2

Доказательство. $DC = A_0A_n = d, DA = AB = BC = R = \frac{l}{n}$.

Тогда, площадь ABCD можно рассчитать по формуле⁴:

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} AC \cdot BD \cdot \sin \delta, \quad (2)$$

где AC и BD – длины диагоналей четырехугольника, δ – угол между диагоналями AC и BD.

По теореме косинусов⁵ находим AC^2 .

$$\begin{aligned} AC^2 &= AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos \angle B = R^2 + R^2 - 2R \cdot R \cdot \cos \angle B = 2R^2(1 - \cos \angle B) = \\ &= 4R^2 \cdot \sin^2 \frac{\angle B}{2}, \end{aligned} \quad (3)$$

где AC, AB и BC – длина стороны в треугольнике, R – радиус окружности, $\angle B$ – угол, который образуют стороны AB и BC в точке B.

Аналогично находим BD^2 :

⁴ Киселёв А.П. *Геометрия: Планиметрия. Стереометрия*. Москва: Наука; 2019. 320 с.

⁵ Виноградов И.М. *Математическая энциклопедия*. Москва: Советская энциклопедия; 1977. 1151 с.

$$BD^2 = 4R^2 \cdot \sin^2 \frac{\angle A}{2}, \quad (4)$$

где BD – длина стороны BD , $\angle A$ – угол между сторонами AB и AD .

В $\triangle ABD$, $AB = BC$, следовательно, треугольник равнобедренный это означает, что значение угла A можно найти по формуле:

$$\angle A = \frac{180 - \angle B}{2}. \quad (5)$$

Значение угла $\angle BAC$ можно рассчитать по формуле:

$$\angle BAC = 90 - \frac{\angle B}{2}. \quad (6)$$

Отсюда находим угол δ и его синус:

$$\Delta = \angle BAC + \angle ABD = \left(90 - \frac{\angle B}{2}\right) + \left(90 - \frac{\angle A}{2}\right) = 180 - \left(\frac{\angle B + \angle A}{2}\right), \quad (7)$$

$$\sin \delta = \sin\left(180 - \frac{\angle B + \angle A}{2}\right) = \sin \frac{\angle B + \angle A}{2}. \quad (8)$$

Таким образом, получаем формулу для расчета площади S_{ABCD} :

$$S_{ABCD} = \frac{1}{4} \cdot 4R^2 \cdot \sin^2 \frac{\angle B}{2} \cdot 4R^2 \cdot \sin^2 \frac{\angle A}{2} \cdot \sin^2 \frac{\angle B + \angle A}{2}. \quad (9)$$

В $\triangle ADC$ по теореме косинусов находим $\angle DC$:

$$DC^2 = AD^2 + AC^2 - 2AD \cdot AC \cdot \cos \angle DAC, \quad (10)$$

Выражаем угол $\angle DAC$ как:

$$\angle DAC = \angle DAB - \angle BAC = \angle B - \left(90 - \frac{\angle B}{2}\right) = \angle A - \frac{\angle B}{2} - 90. \quad (11)$$

Из формулы 11 следует, что косинус угла $\angle DAC$ равен:

$$\cos \angle DAC = \cos\left(\angle A + \frac{\angle B}{2} - 90\right) = \sin\left(\angle A + \frac{\angle B}{2}\right). \quad (12)$$

Пользуясь равенствами $DC = d$, $AC = 2R \cdot \sin \frac{\angle B}{2}$, $BD = 2R \cdot \sin \frac{\angle A}{2}$, после подстановки получаем:

$$\begin{aligned} d^2 &= R^2 + 4R^2 \sin^2 \frac{\angle B}{2} - 2R^2 \sin \frac{\angle B}{2} \sin\left(\angle B + \frac{\angle B}{2}\right) = \\ &= R^2 \left[1 + 4 \sin^2 \frac{\angle B}{2} - 2 \left(\cos\left(\frac{\angle B}{2} - \left(\angle A + \frac{\angle B}{2}\right)\right) - \cos\left(\frac{\angle B}{2} + \left(\angle A + \frac{\angle B}{2}\right)\right)\right)\right] = \\ &= R^2 \left[1 + 4 \sin^2 \frac{\angle B}{2} + 4 \sin^2 \frac{\angle A}{2} - 4 \sin^2 \frac{\angle B + \angle A}{2}\right]. \end{aligned} \quad (13)$$

Из формулы 13 следует:

$$\sin^2 \frac{\angle B}{2} + \sin^2 \frac{\angle A}{2} - \sin^2 \frac{\angle B + \angle A}{2} = \frac{d^2 - R^2}{4R^2} \stackrel{\text{def}}{=} k, \quad (14)$$

где k – коэффициент, который зависит от геометрической конфигурации объекта, например, для многоугольников, вписанных в окружность или для задач, связанных с расстояниями и углами.

Задачу можно переформулировать следующим образом:

Обозначим $\sin^2 \frac{\angle A}{2} = x$, $\sin^2 \frac{\angle B}{2} = y$. Принимая во внимание последнее соотношение, получаем:

$$\sin^2 \frac{\angle B + \angle A}{2} = k - x - y. \quad (15)$$

Тогда формула 9 принимает вид:

$$S_{ABCD} = 4R^2 f(x; y), \quad f(x; y) = kxy - x^2y - xy^2. \quad (16)$$

В силу необходимых условий экстремума⁶, в точках максимума должны выполняться следующие условия, которые образуют систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{df}{dx} = 0 \\ \frac{df}{dy} = 0 \end{cases}. \quad (17)$$

После нахождения производных и приравнивания их к нулю получаем два уравнения. Путем вычитания второго уравнения из первого получаем:

$$\frac{\begin{cases} ky - 2xy - y^2 = 0 \\ kx - x^2 - 2xy = 0 \end{cases}}{k(y-x) - y^2 + x^2 = 0}. \quad (18)$$

После разложения разности квадратов имеем:

$$\frac{k(y-x) - (y-x)(y+x) = 0}{(y-x)(k-x-y) = 0}. \quad (19)$$

Последнее равенство сводится к следующим 2 случаям, где один из множителей должен быть равен нулю.

Приравняем нулю первый сомножитель:

$$y - x = 0 \Rightarrow x = y. \quad (20)$$

Подставляя выражение $x = y$ в соответствующие тригонометрические выражения, получаем:

$$\sin^2 \frac{\angle A}{2} = \sin^2 \frac{\angle B}{2}. \quad (21)$$

Так как углы $\angle A$ и $\angle B$ меньше 180° , то из равенства квадратов синусов следует:

$$\frac{\angle A}{2} = \frac{\angle B}{2}, \quad (22)$$

$$\angle A = \angle B. \quad (23)$$

Приравняем нулю второй множитель:

$$k - x - y = 0. \quad (24)$$

Введя замену:

$$z = k - x - y = 0, \quad (25)$$

получим:

$$\sin^2 \frac{\angle B + \angle A}{2} = 0. \quad (26)$$

Так как $\angle B + \angle A < 360$, то среднее арифметическое углов $\angle A$ и $\angle B$ не превышает 180° :

$$\frac{\angle B + \angle A}{2} < 180. \quad (27)$$

⁶ Пантелеев А.В., Легова Т.А. *Методы оптимизации в примерах и задачах*. Санкт-Петербург: Издательство Лань; 2015. 512 с.

Синус в квадрате (26) обращается в ноль, только если сам синус равен нулю. Это означает, что угол А должен быть равен углу В и они равны 0:

$$\sin^2 \frac{\angle B + \angle A}{2} = 0 \text{ только при } \frac{\angle B + \angle A}{2} = 0, \quad (28)$$

$$\angle B = \angle A = 0. \quad (29)$$

Полученное значение не удовлетворяет геометрическому содержанию задачи.

Таким образом, доказано $\angle A = \angle B$.

Если в многоугольнике не все углы равны между собой, то его площадь можно увеличить.

Предположим, что $\angle A_2 \neq \angle A_3$, принимаем доказанное выше свойство $A_2 = A$, $A_3 = B$, $A_4 = C$, $A_1 = D$.

Предполагая, что сторона A_1A_4 жестко фиксирована, а A_2A_3 закреплена «шарнирно», двигаем многоугольник так, чтобы углы $\angle A_2$ и $\angle A_3$ выровнялись (Рисунок 4).

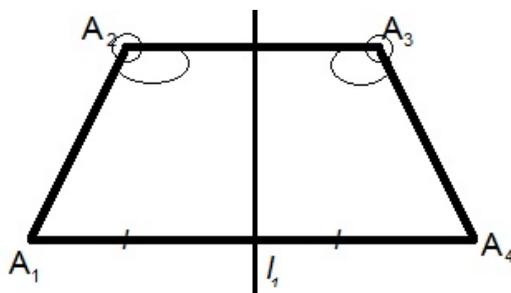


Рисунок 4 – Получение многоугольника наибольшей площади

Figure 4 – Getting a polygon of the largest area

Для того чтобы углы были равны, достаточно добиться, чтобы A_2A_3 была перпендикулярна l_1 .

$$A_2A_3 \perp l_1, \quad (30)$$

где l_1 – прямая, проходящая через середину A_1A_4 перпендикулярно A_1A_4 .

В результате площадь увеличится. При этом значение меньшего из углов увеличится, а значение большего уменьшится.

Таким образом, если в многоугольнике $A_0 A_1 A_2 \dots A_n$ какие-то из углов не равны, то его площадь можно увеличить, сохранив периметр.

Для этого достаточно взять две соседние вершины с неравными углами и применить вышеуказанную процедуру «шарнирного» увеличения площади.

Теорема 2 доказана.

Алгоритм построения оптимальной ломаной. Учитывая доказанные теоремы и лемму, получаем следующий алгоритм увеличения площади многоугольника.

Входные данные:

n – количество сегментов ломаной;

l – общая длина ломаной;

d – ширина, т. е. расстояние между крайними точками.

Шаг 1: Определение структуры ломаной.

1) Рассмотрим углы $\angle A_1, \angle A_2, \dots, \angle A_n$ и проведем их биссектрисы.

2) Пусть точка O – это точка пересечения биссектрис.

3) Соединяем точку O с вершиной A_3 . При этом OA_3 также является биссектрисой угла $\angle A_3$.

Шаг 2: Анализ углов и равенств

4) По условию задачи все углы равны: $\angle A_1 = \angle A_2 = \angle A_3 = \angle A_4 = \alpha$, отсюда следует, что $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3 = \angle 4 = \frac{\alpha}{2}$.

5) Рассмотрим треугольники ΔA_1OA_2 и ΔA_2OA_3 , они равны по сторонам $A_1A_2 = A_2A_3 = R$ и углам $\angle 3 = \angle 4 = \frac{\alpha}{2}$, A_2O – общая, а из этого следует:

$$\angle 5 = \angle 2 = \frac{\alpha}{2} \Rightarrow \angle 6 = \angle A_3 - \angle 5 = \alpha - \frac{\alpha}{2} = \frac{\alpha}{2}. \quad (31)$$

Таким образом, A_3O является биссектрисой угла $\angle A_3$.

Шаг 3: Определение радиуса окружности

6) Отметим, что $\angle 2 = \angle 3 = \frac{\alpha}{2}$, отсюда следует, что ΔA_1A_2O равнобедренный и это приводит к равенству:

$$A_1O = A_2O \stackrel{\text{def}}{=} \rho. \quad (32)$$

Аналогично A_iO является биссектрисой $\angle A_i$; $A_iO = \rho$ для всех $i = \overline{1, n-1}$, откуда следует, что все точки A_0, A_1, \dots, A_n лежат на окружности с радиусом ρ и центром в точке O .

Шаг 4: Построение перпендикуляра и медианы

7) Проведем перпендикуляр OD к отрезку A_0A_n , зная, что $A_0O = A_nO = \rho$ и это означает, что OD – медиана.

Так как OD – медиана, то:

$$A_0D = \frac{A_0A_n}{2} = \frac{d}{2}. \quad (33)$$

Шаг 5: Применение теоремы косинусов

8) Определим угол γ (34):

$$\angle A_{i-1}OA_n = \gamma = 180 - (\angle 2 + \angle 3) = 180 - 2 \frac{\alpha}{2} = 180 - \alpha. \quad (34)$$

9) Применяем теорему косинусов в ΔA_0OA_1 , подставляя $A_0O = A_1O = \rho$, используем соотношение и получаем:

$$\begin{aligned} A_0A_1^2 &= A_0O^2 + A_1O^2 - 2A_0O \cdot A_1O \cdot \cos \gamma = \rho^2 + \rho^2 - 2\rho\rho \cos \gamma = 2\rho^2(1 - \cos \gamma) = \\ &= 4\rho^2 \sin^2 \frac{\gamma}{2} \Rightarrow R = 2\rho \sin \frac{\gamma}{2}. \end{aligned} \quad (35)$$

Шаг 6: Определение полного угла

10) В треугольнике ΔA_0OA_n найдем угол O :

$$\angle O = 360 - (n-1)\gamma. \quad (36)$$

11) Применим теорему косинусов:

$$A_n^2 = A_0O^2 + A_nO^2 - 2A_0O \cdot A_nO \cdot \cos \angle O. \quad (37)$$

12) Подставляем значения:

$$\begin{aligned} d^2 &= \rho^2 + \rho^2 - 2\rho^2 \cos(360 - (n-1)\gamma) = 2\rho^2(1 - \cos((n-1)\gamma)) = \\ &= 4\rho^2 \sin^2((n-1)\frac{\gamma}{2}), \end{aligned} \quad (38)$$

$$d = 2\rho \sin((n-1)\frac{\gamma}{2}). \quad (39)$$

Шаг 7: Получение основного соотношения

13) Используем:

$$\frac{d}{R} = \frac{\sin((n-1)\frac{\gamma}{2})}{\sin(\frac{\gamma}{2})}. \quad (40)$$

14) Подставив $R = \frac{1}{n}$, для нахождения угла γ получим:

$$\tau = \frac{nd}{l} = \frac{\sin((n-1)\frac{\gamma}{2})}{\sin(\frac{\gamma}{2})}. \quad (42)$$

Шаг 8: Решение уравнения для угла γ

15) Рассмотрим два уравнения:

$$\sin((n-1)\frac{\gamma}{2}) = \tau \sin(\frac{\gamma}{2}), \quad (43)$$

$$f(\gamma) = \sin((n-1)\frac{\gamma}{2}) - \tau \sin(\frac{\gamma}{2}) = 0. \quad (44)$$

16) Определение γ как корня уравнения:

$$\gamma < \frac{360}{n-1}. \quad (45)$$

Из Рисунка 5 видно, что корень γ единственный.

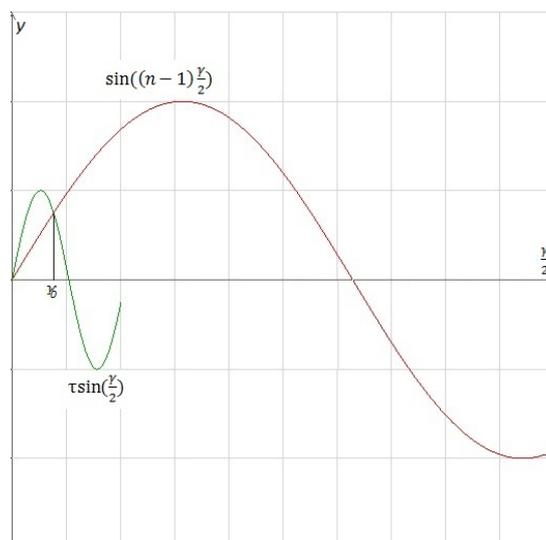


Рисунок 5 – Графики функций, входящих в уравнения 43 и 44
Figure 5 – Graphs of the functions included in equations 43 and 44

Шаг 9: Определение радиуса окружности ρ

17) Выражаем ρ :

$$R = 2\rho \sin \frac{\gamma}{2}, \quad \rho = \frac{l}{2n \sin \frac{\gamma}{2}}. \quad (46)$$

Приведенный алгоритм представляет собой метод равномерного деления отрезка вдоль окружности и используется для конструирования многоугольника или равномерного разбиения дуги окружности.

Пояснения к алгоритму.

1. Задан отрезок длиной d . Пусть у нас есть отрезок АВ длиной d .

2. Проводится перпендикуляр через середину отрезка.

Это необходимо для построения окружности, которая будет касаться этого отрезка в его середине.

3. Определяется радиус окружности $r = \rho$.
 4. Строится окружность с центром в точке O и радиусом r .
 5. Определяется малый шаг разбиения $R = l / n$, где R – это небольшой отрезок, на который будет делиться дуга.
 6. От точки A вдоль окружности строятся последовательные засечки радиусом R .
 7. Последняя засечка совпадает с точкой B .
- Это означает, что разбиение удалось и число делений равно $n - 1$.
На Рисунке 6 приведено схематическое представление описанного алгоритма

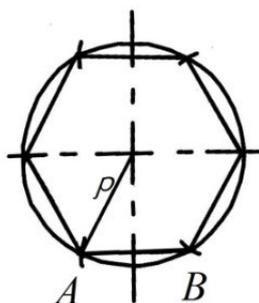


Рисунок 6 – Схематическое представление алгоритма получения искомого многоугольника

Figure 6 – Schematic representation of the algorithm for obtaining the desired polygon

Выводы

Боновые заграждения представляют собой систему механических или автоматизированных преград, предназначенных для ограничения движения техники или людей. В их конструкции могут использоваться несколько опорных элементов (например, металлические балки, блоки, модули и т. д.), которые соединяются в определенную геометрическую конфигурацию.

Одним из ключевых вопросов при проектировании таких заграждений является максимизация площади покрытия при сохранении фиксированной длины периметра заграждения и определенного числа опорных элементов.

Рассмотренный в работе метод, основанный на решении изопериметрической задачи в классе многоугольников, показывает, что оптимальной формой вертикального сечения заграждения является многоугольник максимальной площади при заданном числе опорных элементов и фиксированном периметре.

Таким образом, конструкция бонового заграждения должна строиться по принципу равномерного распределения углов между опорными элементами, чтобы обеспечить максимально возможное покрытие территории. Это позволит:

- усилить защитные свойства заграждения, так как уменьшатся возможные уязвимые зоны;
- снизить затраты на материалы, так как при правильной форме обеспечивается максимальная эффективность использования пространства;
- повысить устойчивость конструкции, поскольку равномерное распределение элементов снижает вероятность разрушения от механических нагрузок.

Оптимизация формы боновых заграждений с учетом распределения углов для достижения максимальной площади позволит значительно повысить их защитные и конструкционные характеристики.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ / REFERENCES

1. Galieriková A., Materna M. World Seaborne Trade with Oil: One of Main Cause for Oil Spills? *Transportation Research Procedia*. 2020;44:297–304. <https://doi.org/10.1016/j.trpro.2020.02.039>
2. Авагимян А.В. Оперативный мониторинг утечек и разливов нефти в морских акваториях. В сборнике: *Прикладные аспекты геологии, геофизики и геоэкологии с использованием современных информационных технологий: материалы III Международной научно-практической конференции, 11–14 мая 2015 года, Майкоп, Россия*. Майкоп: ИП Кучеренко Вячеслав Олегович; 2015. С. 16–22.
3. Alpers W., Holt B., Zeng K. Oil Spill Detection by Imaging Radars: Challenges and Pitfalls. *Remote Sensing of Environment*. 2017;201:133–147. <https://doi.org/10.1016/j.rse.2017.09.002>
4. Заграничный К.А. К вопросу об источниках и объемах поступления нефтяных компонентов в акваторию Черного моря. *Инженерный вестник Дона*. 2014;(1). URL: <http://www.ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2014/2300>
Zagranichny K.A. To the Question of Sources and Volumes of Oil Components, Input into Black Sea. *Engineering Journal of Don*. 2014;(1). (In Russ.). URL: <http://www.ivdon.ru/en/magazine/archive/n1y2014/2300>
5. Черемных М.Э., Попова О.В., Забалуева А.И. Анализ причин загрязнения вод Таганрогского залива нефтепродуктами. *Инженерный вестник Дона*. 2014;(2). URL: <http://www.ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2014/2391>
Cheremnykh M.E., Popova O.V., Zabaluyeva A.I. Analysis of the Causes of Water Pollution of Taganrog Bay with Oil Products. *Engineering Journal of Don*. 2014;(2). (In Russ.). URL: <http://www.ivdon.ru/en/magazine/archive/n2y2014/2391>
6. Рамазанов Д.С. Оценка эффективности боновых заграждений для ликвидации аварийных разливов нефти при пересечении магистральным трубопроводом водных преград. В сборнике: *Проблемы геологии и освоения недр: труды XIX Международного симпозиума имени академика М.А. Усова студентов и молодых ученых, посвященного 70-летию юбилею Победы советского народа над фашистской Германией: Том 2, 06–10 апреля 2015 года, Томск, Россия*. Томск: Изд-во ТПУ; 2015. С. 725–728.
7. Шулегин А.Ю., Сивков Ю.В., Никифоров А.С. Алгоритм ликвидации аварийного разлива нефти и нефтепродуктов. В сборнике: *Техносферная безопасность. Современные реалии: сборник материалов I Всероссийской научно-практической конференции, 21–22 ноября 2019 года, Махачкала, Россия*. Махачкала: Дагестанский государственный технический университет; 2020. С. 18–21.
8. Идрисов Р.Х., Идрисова К.Р., Резбаева Р.С., Беспалов М.Г. Оценка эффективности средств для ликвидации аварийных разливов нефти при пересечении магистральными трубопроводами водных преград. *Нефтегазовое дело*. 2014;(2). URL: http://ogbus.ru/authors/IdrisovRH/IdrisovRH_1.pdf
Idrisov R.H., Idrisova K.R., Rezbayeva R.S., Bepalov M.G. Assessment of Efficiency of Means for Elimination Emergency Oil Spills When Crossing by the Main Pipelines of Water Barriers. *Oil and Gas Business*. 2014;(2). (In Russ.). URL: http://ogbus.ru/authors/IdrisovRH/IdrisovRH_1.pdf
9. Мальцева Т.А., Попова О.В. Боновые заграждения как эффективное средство ликвидации нефтяных разливов. *Инженерный вестник Дона*. 2016;(4). URL: <http://www.ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2016/3805>

- Mal'tseva T.A., Popova O.V. Floating Booms as Effective Means of Oil Spill Response. *Engineering Journal of Don*. 2016;(4). (In Russ.). URL: <http://www.ivdon.ru/en/magazine/archive/n4y2016/3805>
10. Хайруллин Д.Р., Султанмагомедов С.М. Совершенствование всплывающего бонового заграждения, способного работать в ледовых условиях на реках. *Проблемы сбора, подготовки и транспорта нефти и нефтепродуктов*. 2024;(1):105–117. <https://doi.org/10.17122/ntj-oil-2024-1-105-117>
Khairullin D.R., Sultanmagomedov S.M. Improvement of a Pop-Up Boom Capable of Operating in Ice Conditions on Rivers. *Problems of Gathering, Treatment and Transportation of Oil and Oil Products*. 2024;(1):105–117. (In Russ.). <https://doi.org/10.17122/ntj-oil-2024-1-105-117>
11. Шрам В.Г., Кайзер Ю.Ф., Безбородов Ю.Н. и др. Применение всплывающих боновых заграждений на примере локализации аварийного разлива нефтепродуктов в г. Норильске. *Экология и промышленность России*. 2022;26(10):10–15.
Shram V.G., Kaiser Yu.F., Bezborodov Yu.N., et al. Use of Floating Oil Boomings on the Example of Localization of Accidental Oil Spill Containment in Norilsk. *Ecology and Industry of Russia*. 2022;26(10):10–15. (In Russ.).
12. Султанмагомедов С.М., Кунафин Р.Н., Султанмагомедов Т.С., Хасанов Р.Р., Кантемиров И.Ф. Система стационарных всепогодных боновых заграждений с переменной плавучестью – «Стабонза» и «Стабонза-шельф». *Известия Томского политехнического университета. Инжиниринг георесурсов*. 2018;329(7):86–95.
Sultanmagomedov S.M., Kunafin R.N., Sultanmagomedov T.S., Khasanov R.R., Kantemirov I.F. The Stationary All-Weather Booms System with Variable Floatability – "Stabonza" and "Stabonza-Shelf". *Bulletin of the Tomsk Polytechnic University. Geo Assets Engineering*. 2018;329(7):86–95. (In Russ.).
13. Егорова Н.А., Малышкин Д.А. О модернизации конструкции боновых заграждений. *Наука и технологии трубопроводного транспорта нефти и нефтепродуктов*. 2014;(2):82–91.
Egorova N.A., Malishkin D.A. About the Modernization of Oil Booms Constructions. *Science and Technologies: Oil and Oil Products Pipeline Transportation*. 2014;(2):82–91. (In Russ.).
14. Алышанов Г.Н., Тарасенко А.А. Курс судна при постановке им боновых заграждений для локализации разлива нефти на акватории моря. *Проблемы обеспечения безопасности при ликвидации последствий чрезвычайных ситуаций*. 2013;(1-2):8–9.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ / INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Ажмухамедов Искандар Маратович, доктор технических наук, профессор кафедры «Высшая и прикладная математика», Астраханский государственный технический университет, Астрахань, Российская Федерация.
e-mail: aim_agtu@mail.ru
ORCID: [0000-0001-9058-123X](https://orcid.org/0000-0001-9058-123X)

Iskandar M. Azhmukhamedov, Doctor of Engineering Sciences, Professor at the Department of Higher and Applied Mathematics, Astrakhan State Technical University, Astrakhan, the Russian Federation.

Рамазанов Ильдар Эмильевич, аспирант кафедры информационных технологий, Астраханский государственный университет им. В.Н. Татищева, Астрахань, Российская Федерация.

e-mail: ramazanovildar@gmail.com

Idar E. Ramazanov, Postgraduate at the Department, Astrakhan Tatishchev State University, the Astrakhan, Russian Federation.

Хайтул Анастасия Всеволодовна, магистрант кафедры информационных технологий, Астраханский государственный университет им. В.Н. Татищева, Астрахань, Российская Федерация.

e-mail: khaaaytul@icloud.com

ORCID: [0000-0003-2112-8145](https://orcid.org/0000-0003-2112-8145)

Anastasia V. Khaytul, Master's Degree student at the Department of Information Technology, Astrakhan Tatishchev State University, Astrakhan, the Russian Federation.

Статья поступила в редакцию 13.05.2025; одобрена после рецензирования 15.06.2025; принята к публикации 20.06.2025.

The article was submitted 13.05.2025; approved after reviewing 15.06.2025; accepted for publication 20.06.2025.