

УДК 51-7

DOI: [10.26102/2310-6018/2025.50.3.022](https://doi.org/10.26102/2310-6018/2025.50.3.022)

Анализ особенностей экономических систем с малым параметром

Е.П. Белоусова✉

Воронежский государственный университет, Воронеж, Российская Федерация

Резюме. Актуальность настоящего исследования представляется очевидной. Быстрый рост инфляции, подогреваемой значительным увеличением заработных плат в некоторых секторах экономики, и инфляционные ожидания делают жизнь общества в целом очень сложной. Целью является определение уровня ВВП, который будет обеспечивать стабильность в экономике страны и в жизни ее граждан продолжительное время. В статье представлено исследование макроэкономической модели делового цикла Гудвина, которая включает в себя малый параметр с целью прогноза динамики изменения жизненно важных экономических показателей. Для ее анализа был использован такой метод теории динамических систем, как метод нормальных форм А. Пуанкаре. Показано, что такая модель может иметь устойчивый цикл в окрестности состояния экономического равновесия. Получены асимптотические формулы для вычисления периодических решений. Определен количественный размер предельного цикла, который отображает периодические процессы, возникающие в экономической системе Гудвина, по входным параметрам. Доказана устойчивость этих процессов. Результаты исследования наглядно иллюстрируют, что желаемая устойчивая цикличность экономического развития, позволяющая эффективно развиваться государству, возникает не во всех случаях. Кроме того, сделать выводы о том, в какие рамки будет укладываться эта цикличность, тоже довольно сложно с практической точки зрения. Но если это удастся, то можно строить долгосрочные прогнозы относительно развития и уровня основных экономических показателей, которые это развитие будут обеспечивать.

Ключевые слова: динамические системы, экономическая система Гудвина, метод малого параметра, предельный цикл, устойчивость.

Для цитирования: Белоусова Е.П. Анализ особенностей экономических систем с малым параметром. *Моделирование, оптимизация и информационные технологии*. 2025;13(3). URL: <https://moitvvt.ru/ru/journal/pdf?id=1966> DOI: 10.26102/2310-6018/2025.50.3.022

Analysis of the features of economic systems with a small parameter

E.P. Belousova✉

Voronezh State University, Voronezh, the Russian Federation

Abstract. The relevance of this study is obvious. The rapid rise in inflation, fueled by a significant increase in wages in some sectors of the economy, and inflationary expectations are making life very difficult for society as a whole. The goal is to determine the level of GDP that will ensure stability in the country's economy and in the lives of its citizens for a long time. The article presents a study of the macroeconomic model of the Goodwin business cycle, which includes a small parameter in order to predict the dynamics of changes in vital economic indicators. For its analysis, such a method of dynamical systems theory as the method of normal forms by A. Poincare was used. It is shown that such a model can have a stable cycle in the vicinity of the state of economic equilibrium. Asymptotic formulas for calculating periodic solutions are obtained. The quantitative size of the limit cycle has been determined, which reflects periodic processes occurring in the economic system Goodwin, according to the input parameters. The stability of these processes has been proven. The results of the study clearly illustrate that the desired sustainable cyclical pattern of economic development, which allows the state

to develop effectively, does not occur in all cases. In addition, it is also quite difficult to draw conclusions about the scope of this cycle from a practical point of view. But if it succeeds, then it is possible to make long-term forecasts regarding the development and the level of the main economic indicators that this development will ensure.

Keywords: dynamic systems, Goodwin economic system, small parameter method, limit cycle, stability.

For citation: Belousova E.P. Analysis of the features of economic systems with a small parameter. *Modeling, Optimization, and Information Technology*. 2025;13(3). (In Russ.). URL: <https://moitvvt.ru/ru/journal/pdf?id=1966> DOI: 10.26102/2310-6018/2025.50.3.022

Введение

Известно немалое число моделей макроэкономики, которые пытаются объяснять и прогнозировать долгосрочные тенденции и динамику важных экономических показателей. Одной из таких является модель Ричарда Гудвина, который предложил ее в начале 1970-х годов. Она основана на идее взаимосвязи между уровнем заработных плат, безработицей и инфляцией. Эта модель иллюстрирует циклические колебания в экономике, связанные с изменениями в занятости и распределении доходов. Для сравнения приведем еще несколько моделей. Модель AS-AD объединяет движение агрегированного предложения и спроса на блага и услуги. Она описывает взаимосвязь между уровнем цен и реальным ВВП и уделяет большое внимание благосостоянию потребителей и компаний, предпочтениям и изменениям технологий. Модель IS-LM анализирует взаимосвязь между уровнем процентных ставок, инвестициями и доходом в экономике. В отличие от модели Гудвина, IS-LM модель сосредоточена, главным образом, на финансовых и денежных аспектах экономики. Модель роста Солоу описывает процесс экономического роста в долгосрочной перспективе и сосредоточена на образовании капитала и технологическом прогрессе. Классическая экономическая теория предполагает цикличность происходящих процессов. В этой статье изложена их математическая интерпретация и показано, как можно использовать математические методы для анализа и прогноза динамики экономических показателей. Макроэкономическая модель Гудвина с математической точки зрения представляет собой систему, содержащую малый параметр. Стоит отметить, что такого рода системы весьма сложны для исследования. В данном случае для решения сформулированной задачи применяется метод Пуанкаре. Основным результатом исследования является его практическая реализация, позволяющая по известным параметрам системы спрогнозировать ее поведение в будущем и использовать эти результаты для построения экономической стратегии. Ричард Гудвин предложил к рассмотрению математическую модель, описывающую бизнес-циклы в экономике [1, 2], для которой некоторое время спустя появились различные варианты [3, 4]. Один из примеров такой модели, наиболее часто встречающийся в литературе, в общем виде представляет собой дифференциальное уравнение второго порядка с переменными коэффициентами вида

$$\ddot{x} + A(x)\dot{x} + B(x) = 0, \quad (1)$$

где $A(x)$ и $B(x)$ – функции, зависящие от уровня дохода, которые описывают влияние на динамику системы.

В предлагаемой работе решается проблема поиска условий существования предельного цикла в такой системе, вычисления его размера и доказательства его асимптотической устойчивости. Заметим, что искомой функцией $x(t)$ в (1) является отклонение суммарного дохода от положения равновесия. Коэффициенты уравнения обладают свойством непрерывной дифференцируемости и, кроме того, $A(x)$ – функция, четная по переменной x . Она отражает влияние на динамику экономических процессов через изменения в заработной плате или инвестициях. Функция $B(x)$ – нечетная по

переменной x функция, представляющая собой силу возвращения к равновесию. Например, при высоком уровне отклонения дохода от равновесного состояния может возникнуть сильное давление на его восстановление. Относительно коэффициента $A(x)$ дополнительно предполагается, что $A(0) < 0$. Смысл этого условия будет очевиден чуть позже.

Материалы и методы

Одна из версий рассматриваемой бизнес-модели после необходимых математических преобразований, в частности, нормирования входящих в нее величин, может быть записана в виде уравнения второго порядка вида

$$\ddot{x} + \mu(x^2 - \alpha^2)\dot{x} + \beta^2x = 0, \quad (2)$$

в котором числа $\alpha > 0$ и $\beta > 0$, а число μ обладает свойством $0 < \mu \ll 1$. Все входящие в уравнение (2) величины становятся безразмерными, что облегчает его исследование. Понятно, что в данном случае функция $A(x) = \mu(x^2 - \alpha^2)$, а функция $B(x) = \beta^2x$. Частный случай этой системы при $\beta = 1$ рассматривался в [5] и результаты докладывались на Международной научной конференции [6]. Заметим, кроме того, что поскольку равновесное состояние совокупного дохода x^* – величина, отличная от нуля, то для удобства дальнейших рассуждений сделаем замену переменных $x = x - x^*$, не меняя основных обозначений. Поэтому уравнение (2) имеет положение равновесия $x(t) \equiv 0$ [7, 8]. Преобразуем коэффициенты $A(x)$ и $B(x)$ в окрестности положения равновесия, раскладывая их в ряд Тейлора. Получим более простое уравнение с постоянными коэффициентами [9]:

$$\ddot{x} - \mu\alpha^2\dot{x} + \beta^2x = 0. \quad (3)$$

Составим соответствующее ему характеристическое уравнение:

$$\rho^2 - \mu\alpha^2\rho + \beta^2 = 0.$$

Поскольку второй коэффициент отрицательный, то нарушается условие асимптотической устойчивости многочлена [10, 11] и, следовательно, нулевое решение уравнения (3) не будет устойчивым [12, 13]. Поэтому сосредоточимся далее на доказательстве существования предельного цикла [14, 15]. Представим уравнение (2) в виде

$$\ddot{x} + \beta^2x = \mu(\alpha^2 - x^2)\dot{x} \quad (4)$$

и введем обозначение для его правой части:

$$f(x, \dot{x}) = (\alpha^2 - x^2)\dot{x}. \quad (5)$$

Получим систему:

$$\ddot{x} + \beta^2x = \mu f(x, \dot{x}). \quad (6)$$

Если параметр μ принимает нулевое значение, то однородное уравнение $\ddot{x} + \beta^2x = 0$, соответствующее (6), имеет порождающее решение вида:

$$x_0(t) = A \cos \beta t + B \sin \beta t. \quad (7)$$

Начальные условия в рассматриваемой задаче таковы, что естественно предположить, что $x_0(0) \neq 0$ и $\dot{x}_0(0) = 0$. В этом случае порождающее решение $x_0(t) = A \cos \beta t$. Если значение параметра $\mu \neq 0$, то известно, что в общем случае периодических решений системы (6) не существует. Однако, для некоторых типов функций $f(x, \dot{x})$ и при определенных начальных условиях такие решения можно попытаться определить. Воспользуемся методом Пуанкаре [13]. Легко заметить, что при

$\mu = 0$ уравнение (6) имеет периодическое решение периода $2\pi/\beta$. Правая часть этого уравнения является аналитической функцией по переменным $x, \dot{x}$ и параметру μ . Поэтому, согласно *теореме Пуанкаре*, решение $x(t)$ можно искать в виде степенного ряда по параметру μ . А именно:

$$x(t) = x_0(t) + \mu x_1(t) + \mu^2 x_2(t) + \dots \quad (8)$$

Заметим, что функции $x_1(t), x_2(t), \dots$ свойством периодичности не обладают. Сделаем некоторые пояснения. Решение $x(t)$ уравнения (6) имеет частоту, зависящую от параметра μ . Порождающая функция $x_0(t)$ имеет частоту, равную β . Устранить это несоответствие с помощью периодических функций $x_i(t), i = 1, 2, \dots$ невозможно. Поэтому выполним некоторые вспомогательные преобразования. Введем новое время. Пусть $\tau = \omega t$, где ω – искомая частота периодического решения уравнения (4), зависящая от параметра. В новом времени частота искомых колебаний уже не зависит от параметра, а период колебаний равен 2π . Уравнение (4) в новом масштабе времени приобретает вид:

$$\omega^2 \frac{d^2 x}{d\tau^2} + \beta^2 x = \mu(\alpha^2 - x^2) \omega \frac{dx}{d\tau}. \quad (9)$$

Результаты

Представим величины ω и ω^2 в виде степенных рядов малого параметра. Получим следующие равенства:

$$\omega = \beta + \sum_{n=1}^{\infty} \mu^n \omega_n \quad (10)$$

и

$$\omega^2 = \beta^2 + \sum_{n=1}^{\infty} \mu^n \Omega_n. \quad (11)$$

Первые слагаемые в (10) и (11) представляют собой циклическую частоту порождающего решения и ее квадрат соответственно. Подставляя эти выражения в (9), получим представление вида

$$(\beta^2 + \sum_{n=1}^{\infty} \mu^n \Omega_n) \frac{d^2 x}{d\tau^2} + \beta^2 x = \mu(\alpha^2 - x^2) (\beta + \sum_{n=1}^{\infty} \mu^n \omega_n) \frac{dx}{d\tau}. \quad (12)$$

Соответственно решение $x(\tau)$ будем искать в виде суммы:

$$x(s) = x_0(s) + \mu x_1(s) + \mu^2 x_2(s) + \dots \quad (13)$$

После перехода к новому времени τ период функций $x_0(\tau)$ и $x(\tau)$ равен 2π . Поэтому теперь будем искать остальные слагаемые в формуле (13) как периодические функции. Разложим в ряд по степеням параметра μ и нелинейную функцию из правой части (6). Получаем:

$$f\left(x, \omega \frac{dx}{d\tau}\right) = f_0(\tau) + \sum_{n=1}^{\infty} \mu^n f_n(\tau), \quad (14)$$

где

$$f_0(\tau) = f\left(x_0(\tau), \frac{dx_0(\tau)}{d\tau}\right). \quad (15)$$

Подставляя представления (13) и (14) в уравнение (12), имеем:

$$\begin{aligned} & (\beta^2 + \mu \Omega_1 + \mu^2 \Omega_2 + \dots) \left(\frac{d^2 x_0}{d\tau^2} + \mu \frac{d^2 x_1}{d\tau^2} + \mu^2 \frac{d^2 x_2}{d\tau^2} + \dots \right) + \\ & + \beta^2 (x_0 + \mu x_1 + \mu^2 x_2 + \dots) = \mu f_0 + \mu^2 f_1 + \dots \end{aligned}$$

Приравнивая слагаемые при одинаковых степенях параметра из обеих частей последнего равенства, получим следующие рекуррентные соотношения для поиска функций $x_0(\tau), x_1(\tau), \dots$:

$$\begin{cases} \frac{d^2 x_0}{ds^2} + x_0 = 0, \\ \frac{d^2 x_1}{ds^2} + x_1 = \frac{1}{\beta^2} (-\Omega_1 \frac{d^2 x_0}{ds^2} + f_0) = G_1(s), \dots \\ \frac{d^2 x_n}{ds^2} + x_n = G_n(s). \end{cases} \quad (16)$$

Решение первого уравнения системы (16), удовлетворяющее начальным условиям $x_0(0) \neq 0$ и $\dot{x}_0(0) = 0$, представимо в виде $x_0(\tau) = A \cos \tau$. Здесь число A подлежит определению. Ввиду того, что последовательное вычисление функций $x_1(\tau), x_2(\tau), \dots$ процесс очень трудоемкий, в дальнейших рассуждениях ограничимся только поиском функции $x_1(\tau)$. Представим также выражения для искомой частоты и ее квадрата в виде конечного числа слагаемых. А именно:

$$\omega = \beta + \mu \omega_1 \text{ и } \omega^2 = \beta^2 + 2\mu\beta\omega_1 + \mu^2\omega_1^2.$$

Общее решение однородного уравнения:

$$\frac{d^2 x_1}{d\tau^2} + x_1 = 0,$$

соответствующего второму уравнению в системе (16), записывается как

$$x_1(\tau) = A_1 \cos \tau + B_1 \sin \tau.$$

Кроме того,

$$x_0^2(\tau) = A^2 \cos^2 \tau, \frac{dx_0}{d\tau} = -A \sin \tau, \frac{d^2 x_0}{d\tau^2} = -A \cos \tau.$$

Подставляя их в представление для функции $f_0(\tau)$, получим:

$$f_0 = \frac{2A\omega_1 \cos \tau - A^3 \cos^2 \tau \sin^2 \tau + A\alpha^2 \sin^2 \tau}{\beta^2}. \quad (17)$$

Проведя необходимые вычисления, находим представление для искомого решения:

$$\begin{aligned} x_1 = & A_1 \cos \tau + B_1 \sin \tau - \frac{2A\omega_1 \sin^2 \tau \cos \tau}{\beta^2} - \\ & - \frac{A^3}{\beta^2} \left(\frac{\tau}{8} - \frac{\sin 4\tau}{32} \right) \cos \tau + \frac{A\alpha^2}{\beta^2} \left(\frac{\tau}{2} - \frac{\sin 2\tau}{4} \right) \cos \tau + \\ & + \frac{2A\omega_1}{\beta^2} \left(\frac{\sin 2\tau + 2\tau}{4} \right) \sin \tau + \frac{A^3}{\beta^2} \frac{1 - \cos^4 \tau}{4} \sin \tau - \frac{A\alpha^2 \sin^3 \tau}{\beta^2}. \end{aligned}$$

Применим далее условия периодичности $x_1(0) = x_1(2\pi)$, $\dot{x}_1(0) = \dot{x}_1(2\pi)$. Получим уравнение для вычисления амплитуды колебаний $4\alpha^2 - A^2 = 0$. Отсюда $A = 2\alpha$. Проводя подобные рассуждения, можно увидеть, что поправка на частоту $\omega_1 = 0$. Таким образом, предельный цикл в изучаемой системе существует. Проверим его устойчивость. Для этого преобразуем уравнение второго порядка (10) к системе двух уравнений первого порядка. А именно, вводя замену переменных, получим:

$$\begin{cases} \dot{x} = y, \\ \dot{y} = -\beta^2 x + \mu(\alpha^2 - x^2)y. \end{cases} \quad (18)$$

Введем обозначения. Пусть $M(x, y) = y$ и $N(x, y) = -\beta^2 x + \mu(\alpha^2 - x^2)y$. А.М. Ляпунов доказал, что для исследования устойчивости некоторого периодического движения $x = \varphi(t)$, $y = \psi(t)$ можно идти по пути линеаризации уравнений подобно тому,

как это делают в процессе исследования устойчивости состояний равновесия. Устойчивость предельного цикла и устойчивость в смысле Ляпунова соответствующих периодических движений определяется знаком характеристического показателя:

$$h = \frac{1}{T} \int_0^T (M'_x(\varphi(t), \psi(t)) + N'_y(\varphi(t), \psi(t))) dt, \quad (19)$$

где $x = \varphi(t)$, $y = \psi(t)$, T – период решения [11, 16]. В нашем конкретном случае $\varphi(t) = 2\alpha\beta \cos t$, $\psi(t) = -2\alpha\beta \sin t$, $T = 2\pi/\beta$. Предельный цикл устойчив, если $h < 0$. Проведя необходимые вычисления, найдем показатель Ляпунова [17] для нашей задачи. Он имеет вид:

$$h = -\mu\alpha^2 < 0. \quad (20)$$

Обсуждение

Таким образом, изложенные в статье рассуждения показывают, что при малых значениях параметра μ уравнение

$$\ddot{x} + \beta^2 x = \mu(\alpha^2 - x^2)\dot{x}$$

имеет предельный цикл, размер которого по переменной x равен $A = 2\alpha$, а частота соответствующих колебаний равна собственной частоте системы при $\mu = 0$. Это означает, что количественный размер предельного цикла, который отображает периодические колебания, возникающие в экономической системе Гудвина, определяется значением входящего в нее параметра α . При этом коэффициент β очевидно никакого влияния на величину отклонения дохода от положения равновесия не оказывает. Он влияет на частоту изменения экономических показателей и соответственно на частоту корректировки применяемых регулирующих мер воздействия со стороны государства или бизнеса. Кроме того, этот предельный цикл является устойчивым, в отличие от нулевого положения равновесия. Проиллюстрируем эти выводы на примерах, для которых был проведен численный эксперимент. На Рисунках 1–3 слева изображены графики решения уравнения (4) на плоскости переменных $(t, x(t))$. Справа соответствующие траектории и предельный цикл на фазовой плоскости переменных $(x(t), \dot{x}(t))$. Получили следующие представления.

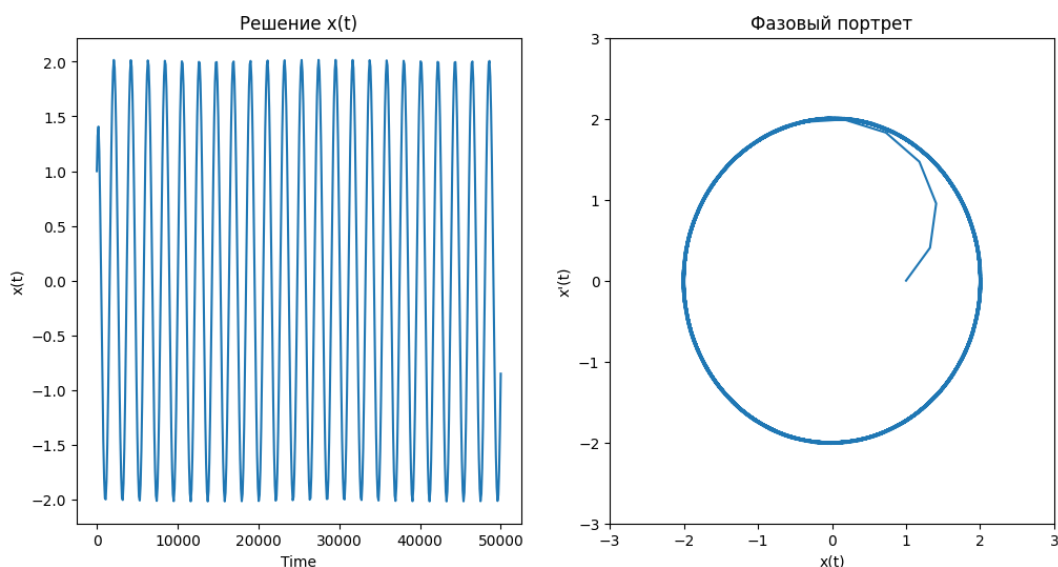


Рисунок 1 – График и траектория
Figure 1 – Graph and trajectory

График и траектория на Рисунке 1 выстроены для значений $\mu = 0,01, \alpha = 1, \beta = 1$. Нетрудно заметить, что в случае, когда α и β принимают одинаковые значения, предельный цикл принимает форму окружности радиуса 2α , что полностью согласуется со всеми теоретическими рассуждениями. Покажем теперь, что будет происходить, если значение α останется прежним, а значение β будет принимать другие положительные значения большие или меньшие единицы. Получаем несколько иной результат.

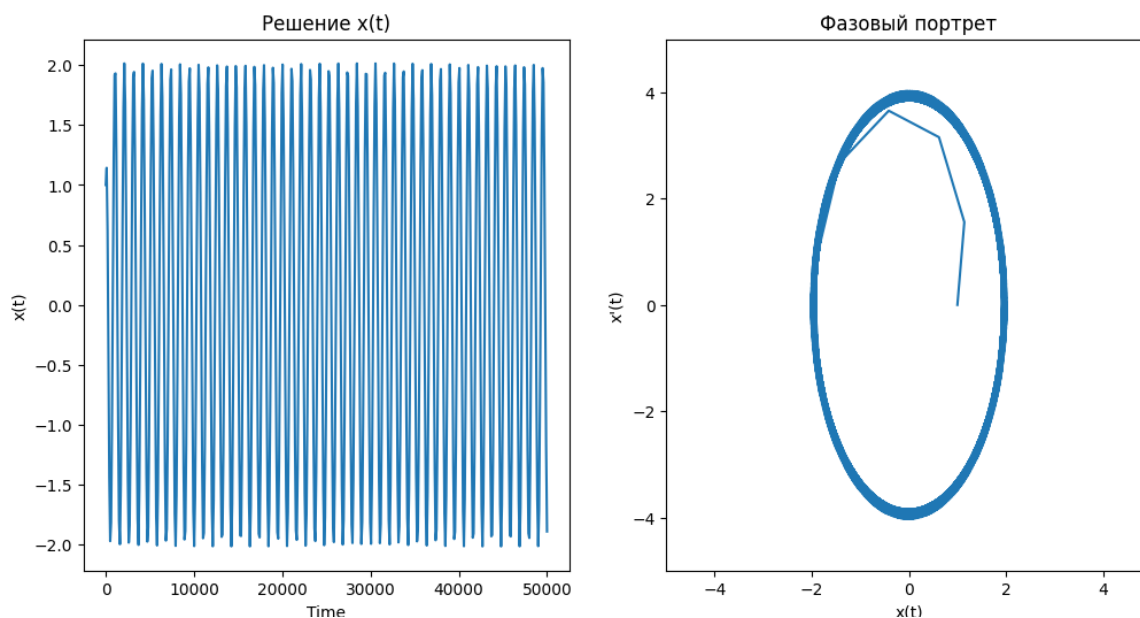


Рисунок 2 – График и траектория
Figure 2 – Graph and trajectory

Здесь, на Рисунке 2, вычисления произведены для $\mu = 0,01, \alpha = 1, \beta = 2$. Очевидно, что наибольшее отклонение решения от нулевого положения составляет $2\alpha = 2$, а предельный цикл представляет собой эллипс, у которого полуось по оси $x(t)$ принимает то же самое значение, а полуось по оси $\dot{x}(t)$ составляет $2\alpha\beta$. Пусть $\mu = 0,01, \alpha = 0,4, \beta = 0,5$. Тогда получаем визуальное представление.

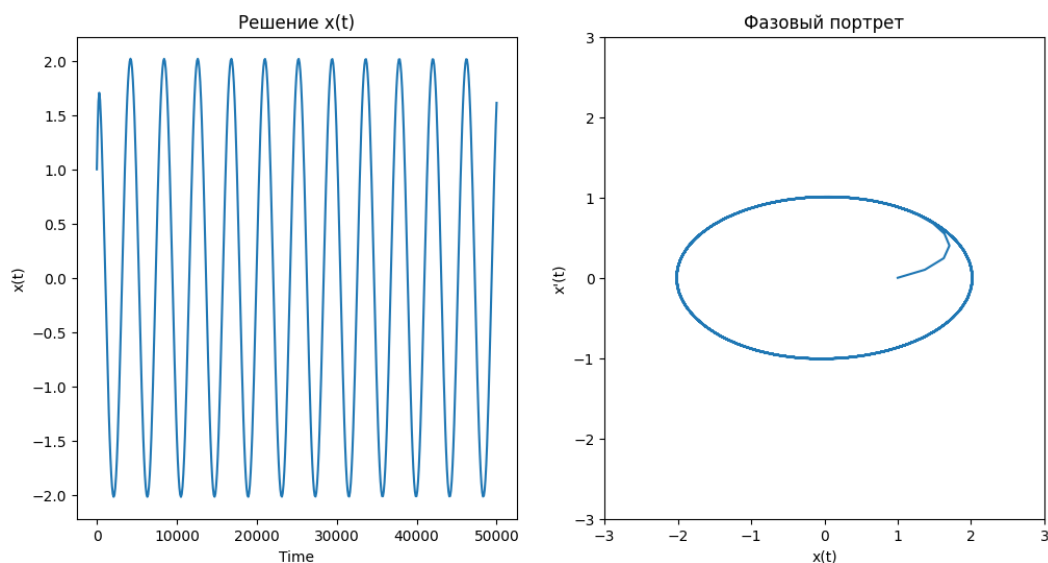


Рисунок 3 – График и траектория
Figure 3 – Graph and trajectory

Численный эксперимент наглядно демонстрирует верность изложенных выше теоретических рассуждений. Устойчивый предельный цикл в общем случае представляет собой эллипс, полуось которого по оси x имеет величину, равную 2α . Заметим, что наличие дополнительного параметра $\beta \neq 1$, очевидно, никак не влияет на размер предельного цикла по переменной x . По графикам можно проследить, что от него зависит частота искомого решения и размер предельного цикла по оси $\dot{x}$. Эта полуось эллипса имеет величину, равную $2\alpha\beta$. С практической точки зрения параметр β существенно влияет на те сроки, в течение которых будет происходить корректировка тех или иных экономических показателей. Чем меньше этот параметр, тем реже возникает необходимость вмешиваться в происходящие экономические процессы.

Заключение

Исходя из полученных результатов, очевидно, что желаемая устойчивая цикличность экономического развития, позволяющая эффективно развиваться государству, возникает далеко не всегда. Для этого должны выполняться довольно жесткие требования. Кроме того, сделать выводы о том, в какие рамки будет укладываться эта цикличность тоже довольно сложно с практической точки зрения. Но если это удастся, то можно строить долгосрочные прогнозы относительно развития и уровня основных экономических показателей, которые это развитие будут обеспечивать.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ / REFERENCES

1. Zhang W.-B. *Synergetic Economics*. Berlin, Heidelberg: Springer; 1991. 246 p. <https://doi.org/10.1007/978-3-642-75909-3>
2. Keynes J.M. *The General Theory of Employment, Interest, and Money*. New York: Harcourt, Brace & World; 1936. 403 p.
3. Goodwin R.M. The Nonlinear Accelerator and the Persistence of Business Cycles. *Econometrica*. 1951;19(1):1–17. <https://doi.org/10.2307/1907905>
4. Lorenz H.-W. Goodwin's Nonlinear Accelerator and Chaotic Motion. *Journal of Economics*. 1987;47(4):413–418. <https://doi.org/10.1007/BF01229472>
5. Белоусова Е.П. Исследование макроэкономической модели в целях анализа и прогноза динамики экономических показателей. *Регион: системы, экономика, управление*. 2025;(1):194–200.
Belousova E.P. The Study of the Macroeconomic Model in Order to Analyze and Forecast the Dynamics of Economic Indicators. *Region: sistemy, ekonomika, upravlenie*. 2025;(1):194–200. (In Russ.).
6. Белоусова Е.П. Об одной модели с малым параметром. В сборнике: *Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики: сборник трудов Международной научной конференции, 02–04 декабря 2024 года, Воронеж, Россия*. Воронеж: Научно-исследовательские публикации; 2025. С. 38–41.
7. Амелькин В.В. *Дифференциальные уравнения в приложениях*. Москва: Наука. Главная редакция физико-математической литературы; 1987. 160 с.
8. Понтрягин Л.С. *Дифференциальные уравнения и их приложения*. Москва: Едиториал УРСС; 2004. 207 с.
9. Андреев А.А., Леонтович Е.А., Гордон И.И., Майер А.Г. *Качественная теория динамических систем второго порядка*. Москва: Наука; 1966. 568 с.
10. Розо М. *Нелинейные колебания и теория устойчивости*. Москва: Наука; 1971. 288 с.
11. Андронов А.А. *Собрание трудов*. Москва: Изд-во Акад. наук СССР; 1956. 538 с.

12. Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А. *Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний*. Москва: Наука; 1974. 503 с.
13. Мищенко Е.Ф., Розов Н.Х. *Дифференциальные уравнения с малым параметром и релаксационные колебания*. Москва: Главная редакция физико-математической литературы изд-ва «Наука»; 1975. 248 с.
14. Малкин И.Г. *Методы Ляпунова и Пуанкаре в теории нелинейных колебаний*. Ленинград, Москва: Гостехиздат; 1949. 244 с.
15. Харкевич А.А. *Автоколебания*. Москва: Государственное издательство технико-теоретической литературы; 1954. 170 с.
16. Малкин И.Г. *Теория устойчивости движения*. Москва: Наука; 1966. 530 с.
17. Красовский Н.Н. *Некоторые задачи теории устойчивости движения*. Москва: Физматгиз; 1959. 211 с.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ / INFORMATION ABOUT THE AUTHOR

Белюсова Елена Петровна, кандидат физико-математических наук, доцент Воронежского государственного университета, Воронеж, Российская Федерация.

e-mail: e.p.belousova@gmail.com

Elena P. Belousova, Candidate of Physico-Mathematical Sciences, Associate Professor of Voronezh State University, Voronezh, the Russian Federation.

Статья поступила в редакцию 22.05.2025; одобрена после рецензирования 14.07.2025; принята к публикации 25.07.2025.

The article was submitted 22.05.2025; approved after reviewing 14.07.2025; accepted for publication 25.07.2025.