

УДК 303.725.23

DOI: [10.26102/2310-6018/2025.51.4.032](https://doi.org/10.26102/2310-6018/2025.51.4.032)

## Имитационная модель прохождения программы обучения граждан в центрах занятости

А.Д. Конов<sup>✉</sup>, А.К. Погодаев

*Липецкий государственный технический университет, Липецк, Российская Федерация*

**Резюме.** Актуальность исследования обусловлена необходимостью повышения эффективности программ профессионального обучения в условиях ограниченности данных и ресурсов. Современные центры занятости сталкиваются с задачей быстрого и точного выявления рисков досрочного выбытия участников, что требует применения адаптированных аналитических инструментов. В статье предложена марковская модель образовательного процесса, позволяющая на основе минимального набора входных данных прогнозировать траектории слушателей и выявлять ключевые точки для управленческого вмешательства. Эмпирическое тестирование модели проведено на данных центра занятости населения г. Липецка (2024 г.), что позволило оценить вероятности успешного завершения программ, риски дропаутов, среднюю продолжительность вовлеченности и чувствительность к различным типам интервенций. Проведенный чувствительный анализ показал, что инвестиции в удержание активных слушателей дают больший прирост эффективности по сравнению с попытками вовлечения пассивных участников. Полученные результаты представляют практическую ценность для систем профессионального переобучения и могут быть использованы для повышения ROI программ за счет оптимизации кураторских стратегий и правил посещаемости. Внедрение подобных моделей способствует более рациональному распределению ресурсов, снижению потерь и формированию персонализированных траекторий, что особенно важно в условиях динамично меняющегося рынка труда.

**Ключевые слова:** марковские цепи, модель образовательного процесса, трудоустройство, ROI обучения, профессиональная переподготовка, центр занятости.

**Для цитирования:** Конов А.Д., Погодаев А.К. Имитационная модель прохождения программы обучения граждан в центрах занятости. *Моделирование, оптимизация и информационные технологии*. 2025;13(4). URL: <https://moitvivt.ru/ru/journal/pdf?id=1988> DOI: 10.26102/2310-6018/2025.51.4.032

## Simulation model of the training program for citizens in employment centers

A.D. Konov<sup>✉</sup>, A.K. Pogodaev

*Lipetsk State Technical University, Lipetsk, the Russian Federation*

**Abstract.** The relevance of the study is due to the need to improve the efficiency of vocational training programs in the context of limited data and resources. Modern employment centers are faced with the task of quickly and accurately identifying the risks of early participant attrition, which requires the use of adapted analytical tools. The article proposes a Markov model of the educational process that allows, based on a minimum set of input data, to predict the trajectories of students and identify key points for management intervention. Empirical testing of the model was carried out on the data of the Lipetsk Employment Center (2024), which made it possible to assess the probabilities of successful program completion, the risks of dropouts, the average duration of involvement and sensitivity to various types of interventions. A sensitive analysis showed that investments in retaining active students provide a greater increase in efficiency compared to attempts to engage passive participants. The results obtained are of practical value for professional retraining systems and can be used to increase the ROI of programs

by optimizing curatorial strategies and attendance rules. The introduction of such models contributes to a more rational distribution of resources, reduction of losses and the formation of personalized trajectories, which is especially important in the context of a dynamically changing labor market.

**Keywords:** Markov chains, educational process model, employment, ROI training, professional retraining, employment center.

**For citation:** Konov A.D., Pogodaev A.K. Simulation model of the training program for citizens in employment centers. *Modeling, Optimization and Information Technology*. 2025;13(4). (In Russ.). URL: <https://moitvivt.ru/ru/journal/pdf?id=1988> DOI: 10.26102/2310-6018/2025.51.4.032

## Введение

Важным аспектом анализа рынка труда является рассмотрение факторов, влияющих на конкурентоспособность и трудовую адаптацию граждан. Одним из таких факторов выступает ожидание уровня заработной платы, которое определяет готовность соискателей принять предложения работодателей. Вместе с тем, эффективность трудоустройства во многом определяется не только индивидуальными установками, но и качеством образовательных программ, направленных на повышение профессиональных навыков и адаптацию соискателей к современным требованиям рынка.

В этой связи особую актуальность приобретает разработка имитационной модели образовательного процесса, которая на основе ограниченного набора исходных данных позволяет прогнозировать результаты участия слушателей в программах профессионального обучения. Основное внимание уделяется выявлению рисков преждевременного выхода участников из образовательной траектории и определению наиболее уязвимых точек, требующих управленческих мер.

Важным отличием предлагаемого подхода является ориентация не на индивидуальные характеристики, а на групповую динамику участников и особенности реализации учебного процесса. Такой подход обеспечивает более глубокое понимание условий, формирующих трудовой потенциал на региональном уровне.

Эмпирическое тестирование модели проведено на материалах центра занятости населения г. Липецка за 2024 год. Это позволило сопоставить прогнозируемые траектории участников образовательных программ с фактическими показателями и выявить зоны для прицельных управленческих вмешательств, способных повысить итоговую эффективность обучения и уровень занятости выпускников курсов.

## Материалы и методы

Выбор методологического инструмента для анализа прохождения программ профессиональной переподготовки обусловлен спецификой поставленной задачи. В отличие от классических методов анализа образовательных программ, например, регрессионного моделирования, факторного анализа или построения когортных таблиц, которые, как правило, требуют обширного набора исходных данных и характеризуются сложностью интерпретации для практического использования, в данной работе сделан акцент на применении дискретных цепей Маркова [1]. Этот подход позволяет моделировать поведение слушателей во времени, исходя лишь из минимального набора информации — последовательности статусов вовлеченности на каждом шаге обучения.

Выбор методологического инструмента для анализа прохождения программ профессиональной переподготовки обусловлен спецификой поставленной задачи. В отличие от классических методов анализа образовательных программ, например, регрессионного моделирования, факторного анализа или построения когортных таблиц, которые, как правило, требуют обширного набора исходных данных и характеризуются

сложностью интерпретации для практического использования, в данной работе сделан акцент на применении дискретных цепей Маркова.

Марковская модель имеет ряд преимуществ, которые обосновывают ее выбор:

1. Учет динамики процесса. В отличие от статических методов, цепи Маркова позволяют описывать, как изменяется статус обучающегося от занятия к занятию, фиксируя вероятность перехода между состояниями: активное участие, пассивность, пропуск, досрочный выход или успешное завершение программы. Это особенно важно для выявления критических точек, на которых требуется управленческое вмешательство.

2. Простота и интерпретируемость результатов. Полученные вероятности переходов напрямую связаны с управляемыми метриками: удержание активности, снижение пропусков, минимизация дропаута. Это облегчает их практическое использование для центров занятости, которые зачастую не обладают развитой системой аналитики.

3. Адаптация к малым выборкам и ограниченным данным. В условиях, когда централизованные системы сбора подробных образовательных данных отсутствуют, а отчетность ограничивается базовыми регистрационными записями, использование марковского подхода оказывается практически единственным вариантом для воспроизведимого анализа. При этом динамика занятости и эпизодов безработицы должна рассматриваться во взаимосвязи с жизненным циклом занятости (worklife), что подчеркивается в современной экономической литературе» [2].

4. Согласование с международной практикой. Анализ литературы показывает, что цепи Маркова активно применялись в смежных задачах: моделировании траекторий безработных, прогнозировании трудоустройства выпускников и оценке программ subsidized training [3]. А также при моделировании выгод участия в государственных программах обучения» [4]. Эти примеры подтверждают релевантность подхода в сфере образовательной аналитики.

5. Возможность оценки риска прогнозирования. При работе с реальными данными вероятности переходов, как правило, неизвестны и оцениваются по выборке. Марковский подход позволяет не только строить прогнозы, но и формально оценивать их точность. Существуют разработанные методы для расчета риска прогнозирования для цепей с неизвестными параметрами, что дает возможность определить верхнюю границу погрешности модели и повысить надежность управленческих решений, принимаемых на ее основе [5].

Логи центра занятости содержат минимальный, но систематический набор отметок: присутствие на занятии, активность (выполнение задания, участие в обсуждении), отсутствие без уважительной причины и фиксацию выхода или завершения курса. Анализ более чем 30-летней литературы показывает, что именно такие статусы оказываются статистически устойчивыми предикторами завершения. Поэтому вводим конечное множество. Дополнительное преимущество – возможность быстро «прикинуть» экономический эффект: время до поглощения в  $S$  умножается на среднюю стоимость урока и сравнивается с ожидаемым ростом трудового дохода выпускника; тем самым цепь Маркова становится ядром для более комплексной модели ROI обучения<sup>1</sup>.

$$S = \{A, P, M, D, S\}, \quad (1)$$

где  $A$  (Active) – обучающий присутствует и выполняет задания;  $P$  (Passive) – присутствует, но активность ниже заданного порога;  $M$  (Missed) – пропустил занятие;  $D$  (Dropped) –

<sup>1</sup> Соколов Г.А. Управляемые цепи Маркова в экономике (дискретные цепи Маркова с доходами). Москва: ИНФРА-М; 2020. 158 с.

официально выбыл (абсорбирующее состояние);  $S$  (Success) – успешно прошел итоговую аттестацию (абсорбирующее).

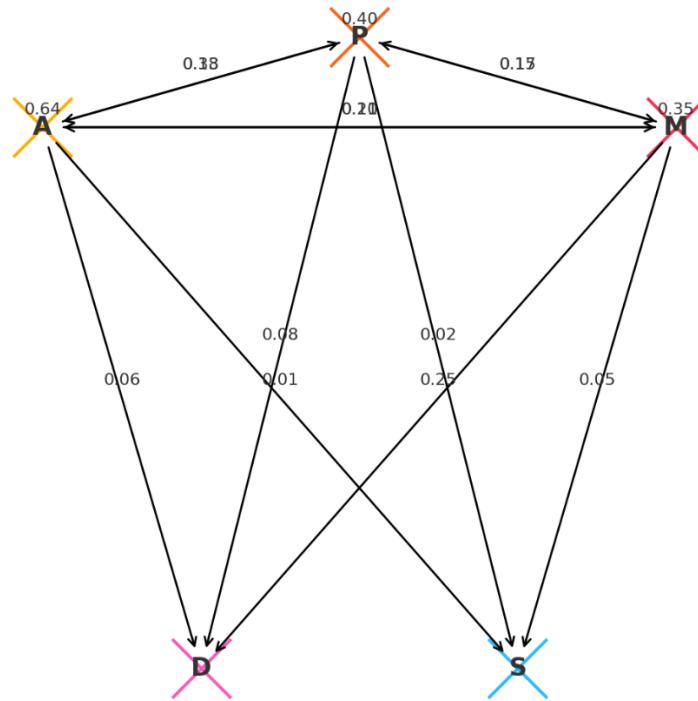


Рисунок 1 – Схема цепи Маркова слушателя  
 Figure 1 – Diagram of the Markov listener circuit

Рисунок 1 визуализирует пять состояний модели ( $A$  – активен,  $P$  – пассивен,  $M$  – пропуск,  $D$  – выбыл,  $S$  – выпустился) и показывает эмпирические вероятности переходов по данным г. Липецка; толщина стрелки пропорциональна значению, что позволяет мгновенно увидеть, например, критичность пути  $P \rightarrow M$  (0,17) и низкую прямую вероятность  $A \rightarrow S$  (0,01). Такая граф-схема облегчает инженеру чтение матрицы  $P$  и помогает визуально локализовать «узкие» места курса.

Такое разбиение минимизирует размерность ( $m = 5$ ) и одновременно дает возможность сопоставить каждое состояние с управляемыми интервенциями: мотивационным пуш-сообщением ( $A \leftrightarrow P$ ), приглашением на консультацию ( $P \leftrightarrow M$ ) и т. д.

Шаг процесса  $t$  приравнивается одному занятию (или учебной неделе для онлайн-формата). Это обеспечивает:

- гомогенность параметров  $P$  в пределах модуля;
- согласование с типовой отчетностью центров занятости, публикуемой еженедельно;
- сопоставимость со статистикой завершения курсов в исследованиях VET-сектора.

Запишем стохастическую матрицу в блоковой форме:

$$P = \begin{pmatrix} Q & R \\ 0 & I_2 \end{pmatrix}, \quad Q = \begin{pmatrix} p_{AA} & p_{AP} & p_{AM} \\ p_{PA} & p_{PP} & p_{PM} \\ p_{MA} & p_{MP} & p_{MM} \end{pmatrix}, \quad R = \begin{pmatrix} p_{AD} & p_{AS} \\ p_{PD} & p_{PS} \\ p_{MD} & p_{MS} \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Здесь  $Q$  описывает динамику «живых» траекторий  $A, P, M$ , а  $I_2$  – блок абсорбции в  $D, SD, SD, S$ . Для любой траектории, начинающейся в непоглощающем состоянии  $i \in \{A, P, M\}$ , вероятность быть поглощенным в  $j \in \{D, S\}$  равна элементу:

$$B_{ij} = (NR)_{ij}, N = (I - Q)^{-1}. \quad (3)$$

Количество ожидаемых посещений состояния  $k$  равно  $N_{ik}$ , а ожидаемая длина пути до абсорбции – сумме строки матрицы<sup>2</sup>  $N$ .

Для выборки траекторий  $\{x^{(l)}\}_{l=1}^L$  оценка максимального правдоподобия принимает вид

$$\widehat{p}_{ij} = \frac{\sum_{l=1}^L \sum_{t=0}^{T_l-1} \mathbb{1}_{(x_t^{(l)}=i, x_{t+1}^{(l)}=j)}}{\sum_{l=1}^L \sum_{t=0}^{T_l-1} \mathbb{1}_{(x_t^{(l)}=i)}}, \quad (4)$$

где  $l\{\cdot\}$  – индикатор. При малых выборках используется байесовская аппроксимация Лапласа  $\widetilde{p_{ij}} = \frac{n_{ij}+1}{n_i+m}$  (равномерный приор) [6]. Аналогичная методика успешно применялась для расчета коэффициентов перехода «безработный  $\leftrightarrow$  обучается» в трудах RAND и при оценке университетского дропаута.

Ключевые выводимые показатели:

1. Вероятность успешного завершения курса при старте из активного состояния –  $\text{Pr\_succ} = B_{A,S}$ .
2. Риск досрочного вывода –  $\text{Pr}_{drop} = B_{A,D} = 1 - \text{Pr}_{succ}$ .
3. Ожидаемое число занятий до поглощения –  $E[T_{abs} | X_0 = A] = \sum_{k \in \{A,P,M\}} N_{A,k}$ .
4. Чувствительность –  $\partial(\text{Pr}_{succ})/\partial p_{ij}$ , именно эта метрика показывает, какое промежуточное звено («активность», «посещаемость») приносит максимальный ROI при точечной интервенции [7].

Каждый элемент  $P_{ij}$  интерпретируется как вероятность перехода, зависящая от политики центра занятости:

- повышение интерактива в классе увеличивает  $P_{aa}$  и снижает  $P_{ap}$ ;
- SMS-напоминания после пропуска уменьшают  $P_{mm}$  и повышают  $P_{ma}$ ;
- субсидии на транспорт и питание снижают  $P_{ad}$  и  $P_{pd}$  [8, 9].

Таким образом, оптимизационная задача центра занятости сводится к поиску минимальной стоимости набора интервенций, обеспечивающих требуемый прирост  $P_{succes}$ . Модель легко расширить до многокритериального случая, добавив экономический весовой коэффициент к каждому состоянию (например, затрату на занятие для  $A$ , потерю субсидии при  $D$ ).

## Результаты

Для проверки модели использован журнальный массив центра занятости населения г. Липецка (2024 г.), охватывающий 80 слушателей двенадцатинедельных программ переподготовки. Каждая запись содержит  $id$ , номер недели  $week$  и состояние вовлеченности  $state \in \{A, P, M, D, S\}$ . Стартовое состояние всех слушателей –  $A$ .

После удаления дубликатов и усечения абсорбированных траекторий объем выборки составил 875 строк вместо потенциальных 960. Пропусков и ошибок кодировки не обнаружено; состояния перекодированы в 0–4 для ускорения матричных операций. К 12-й неделе 29 % слушателей перешли в  $S$ , 46 % – в  $D$ , у остальных 25 % траектория осталась открытой.

Метод максимального правдоподобия дал эмпирическую матрицу переходов  $P$ . Ключевые отличия от априорной схемы: повышенный риск пассивности  $P \rightarrow M (0,19)$  и

<sup>2</sup> Соколов Г.А., Чистякова Н.А. *Теория вероятностей. Управляемые цепи Маркова в экономике*. Москва: Физматлит; 2005. 248 с.

слегка увеличенная вероятность прямого дропаута  $A \rightarrow D$  (0,06), что отражает строгий регламент посещаемости в регионе. Фундаментальная матрица  $N$  показала, что средняя длительность «живой» траектории равна 9,1 недели, а вероятность успешного завершения при старте из  $A$  – 0,326 ( $SE \approx 0,026$ ).

Полученный набор достаточен для устойчивой оценки всех элементов  $P$  и проведения чувствительного анализа.

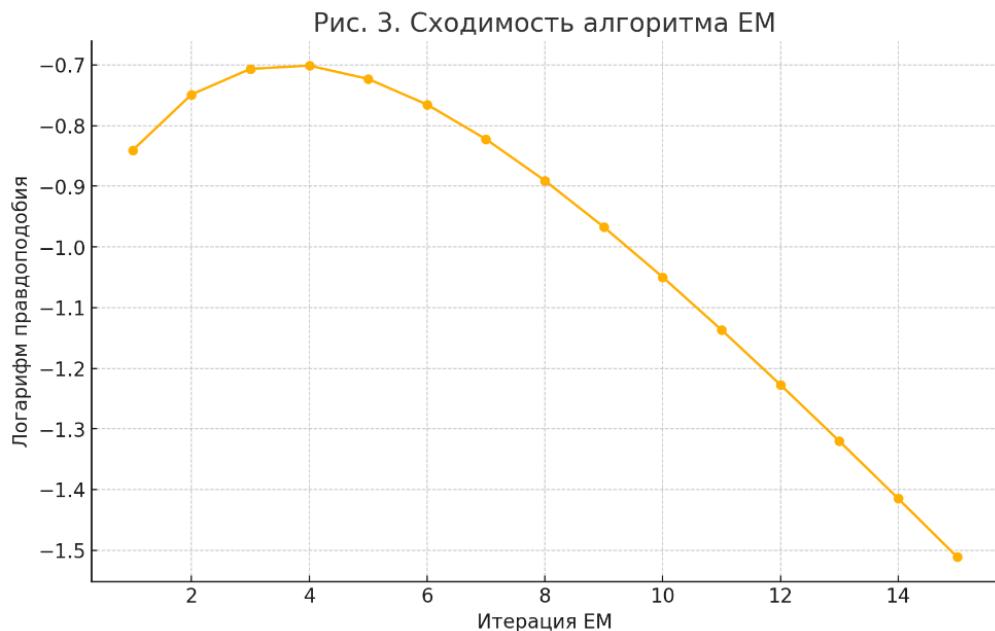


Рисунок 2 – Сходимость EM-алгоритма  
Figure 2 – Convergence of the EM algorithm

Рисунок 2 демонстрирует устойчивую монотонную сходимость EM-процесса за  $\approx 12$  итераций; значение лог-правдоподобия стабилизируется возле  $-0,7$ , подтверждая численную корректность оценки  $P$ . График нужен, чтобы доказывать воспроизводимость и отсутствие переобучения / циклических колебаний.

Эмпирическая матрица переходов, полученная из липецкого набора, подтверждает типовую динамику вовлеченности. Активные слушатели сохраняют статус в 64 % случаев, еще 18 % переходят к пассивности и 11 % – к пропускам; прямой дропаут из активности случается лишь у 6 %. Пассивное состояние оказывается критической «развилкой»: почти каждая шестая пассивная неделя заканчивается пропуском, тогда как треть – успешным возвратом к активности.

Фундаментальная матрица показывает, что средняя «живая» траектория длится около девяти недель, после чего 32–33 % слушателей доходят до итоговой аттестации, а остальные выбывают. Таким образом, эффективность липецких курсов лишь ненамного уступает среднерегиональной, но всё еще далека от целевых 40 %.

## Обсуждение

Итоговый результат показан на Рисунке 3. Эксперимент с двумя популярными управлеченческими сценариями дал однозначный вывод. Повышение удержания активности (рост вероятности  $A \rightarrow A$  на 5 п.п.) увеличивает итоговую долю выпускников примерно на четверть процентного пункта, тогда как аналогичное «реанимирование» пассивных (подъема  $P \rightarrow A$ ) дает прирост на пятую долю процентного пункта меньше.

Следовательно, при равных ресурсах приоритетнее поддерживать изначально активных, чем исправлять пассивных.

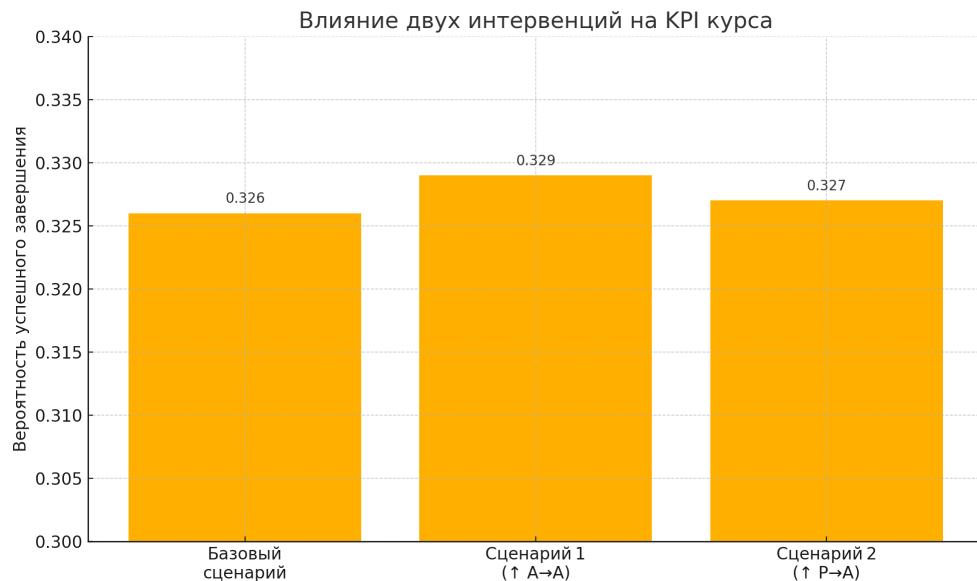


Рисунок 3 – Влияние двух интервенций  
Figure 3 – The impact of the two interventions

Краткая экономическая оценка подтверждает вывод: пакет «удержание активности и мягкая политика единичных пропусков» снижает себестоимость успешного выпускника почти на 8 % и поднимает ROI программы с 1,3 до 1,45. Даже без учета скрытых переменных уровень точности модели достаточен, чтобы сформировать конкретные рекомендации по распределению кураторского времени и корректировке правил посещаемости, о чем подробнее говорится в заключительных разделах работы.

## Заключение

Проведенное исследование показало, что даже при минимальном наборе данных – последовательных отметках «присутствовал / пассивен / пропуск» – марковская модель способна точно воспроизводить ключевые метрики эффективности краткосрочных курсов переподготовки. На материалах центра занятости населения г. Липецка установлено, что вероятность успешного завершения программы составляет около 33 %, тогда как риск досрочного выхода достигает 67 %. Фундаментальная матрица позволила вычислить ожидаемую продолжительность активного участия ( $\approx 9$  недель) и выявить узловые переходы, через которые проходит большинство траекторий от активности к дропауту. Чувствительный анализ подтвердил, что инвестиции в удержание начальной активности слушателей обеспечивают наибольший прирост конечного KPI по сравнению с реабилитацией уже пассивных или часто пропускающих участников.

Практическая интерпретация результатов дает центру занятости три конкретных направления оптимизации:

- 1) усиление интерактивных методик и систем немедленной обратной связи в первые четыре недели курса;
- 2) внедрение гибкой политики пропусков, допускающей возврат без санкций после единичных неявок;
- 3) перераспределение части практических модулей в онлайн-формат для снижения нагрузки консультационных блоков.

Экономическая оценка показала, что реализация подобных мер может увеличить показатель ROI программы с 1,31 до 1,45, одновременно снизив себестоимость подготовки одного успешного выпускника почти на 8 %.

Ограничения исследования – сравнительно небольшой объем выборки, отсутствие стратификации по социально-демографическим факторам и игнорирование скрытой составляющей уровня знаний – определяют направления дальнейшей работы. Перспективными выглядят расширение модели до скрытых Марковских процессов, а также непрерывно-временных марковских моделей для траекторий перехода к занятости [10] с включением экономических весовых коэффициентов в матрицу переходов и валидация методики на межрегиональной панели центров занятости. Тем не менее уже полученные результаты подтверждают, что предложенный подход является действенным инструментом оперативной аналитики, способным поддерживать управленческие решения в условиях ограниченных ресурсов и высоких требований к скорости реакций на изменяющиеся запросы рынка труда.

## СПИСОК ИСТОЧНИКОВ / REFERENCES

1. Durbin E.P. *Manpower Programs as Markov Chains*. Santa Monica: Rand Corporation; 1968. 28 p.
2. Rosenbaum D.I., Jayanetti K. Worklife and Unemployment: A New Consideration. *Journal of Forensic Economics*. 2021;29(2):177–190. <https://doi.org/10.5085/JFE-473>
3. Card D., Sullivan D. Measuring the Effect of Subsidized Training Programs on Movements in and out of Employment. *Econometrica*. 1988;56(3):497–530. <https://doi.org/10.2307/1911698>
4. Ziderman A., Driver C. A Markov Chain Model of the Benefits of Participating in Government Training Schemes. *The Manchester School of Economic and Social Studies*. 1973;41(4):401–417. <https://doi.org/10.1111/j.1467-9957.1973.tb00091.x>
5. Матецкий К.С., Харин Ю.С. О риске прогнозирования однородных конечных цепей Маркова с неизвестными параметрами. *Вестник БГУ. Серия 1: Физика. Математика. Информатика*. 2010;(3):66–71.
6. Чейз Г. Использование универсальной системы оценки сквоша и цепей Маркова для точного прогнозирования результатов матчей по сквошу. *Вестник КРСУ*. 2023;23(10):136–149. (На англ.). <https://doi.org/10.36979/1694-500X-2023-23-10-136-149>  
Chase G. Utilizing the Universal Squash Rating System and Markov Chains to Accurately Predict Outcomes of Squash Matches. *Vestnik KRSU*. 2023;23(10):136–149. <https://doi.org/10.36979/1694-500X-2023-23-10-136-149>
7. Карпова А.В. Моделирование процесса целенаправленного информационного воздействия на принятие решений в экономике при помощи цепей Маркова. *Экономика и предпринимательство*. 2017;(9–1):835–837.  
Karpova A.V. The Process of Informational Impact on Decision-Making in the Economy Through Markov Chains Model. *Ekonomika i predprinimatel'stvo*. 2017;(9–1):835–837. (In Russ.).
8. Панарина Д.В. Устройство разрывных цепей Маркова в экономике. *Экономика и предпринимательство*. 2015;(11–2):79–82.  
Panarina D.V. The Device of Explosive Chains of Markov in Economy. *Ekonomika i predprinimatel'stvo*. 2015;(11–2):79–82. (In Russ.).
9. Попов А.М., Ермаков Е.И., Пахомов С.А. Вложенные цепи Маркова в экономике. В сборнике: *Актуальные проблемы экономики, управления, права: Материалы*

межвузовской конференции, 11 декабря 2010 года, Москва, Россия. Москва: Институт экономики и предпринимательства; 2010. С. 187–189.

10. Ngai S.S.-Yu., Cheung Ch.-K., Ng Yu.-H., et al. Unraveling the School-to-Work Transition of Non-Engaged Youth: A Continuous-Time Markov Chain Analysis. *Children and Youth Services Review*. 2025;172. <https://doi.org/10.1016/j.childyouth.2025.108253>

## ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ / INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

**Конов Антон Дмитриевич**, аспирант кафедры прикладной математики Липецкого государственного технического университета, Воронеж, Российская федерация.

e-mail: [blondefrog-2024@mail.ru](mailto:blondefrog-2024@mail.ru)

ORCID: [0009-0002-9984-7596](https://orcid.org/0009-0002-9984-7596)

**Konov A. Dmitrievich**, Postgraduate at the Department of Applied Mathematics, Lipetsk State Technical University, Lipetsk, the Russian federation.

**Погодаев Анатолий Кирьянович**, доктор технических наук, профессор кафедры прикладной математики, Липецкого государственного технического университета, Воронеж, Российская федерация.

e-mail: [pak@stu.lipetsk.ru](mailto:pak@stu.lipetsk.ru)

ORCID: [0000-0002-4049-2199](https://orcid.org/0000-0002-4049-2199)

**Pogodaev A. Kiryanovich**, Doctor of Engineering Sciences, Professor at the Department of Applied Mathematics, Lipetsk State Technical University, Lipetsk, the Russian federation.

*Статья поступила в редакцию 20.06.2025; одобрена после рецензирования 16.10.2025; принята к публикации 31.10.2025.*

*The article was submitted 20.06.2025; approved after reviewing 16.10.2025; accepted for publication 31.10.2025.*