

УДК 004.89

DOI: [10.26102/2310-6018/2026.54.3.002](https://doi.org/10.26102/2310-6018/2026.54.3.002)

Модель рейтинговых оценок с латентными параметрами на базе функции softmax

В.В. Братищенко 

Байкальский государственный университет, Иркутск, Российская Федерация

Резюме. Актуальность работы обусловлена широким распространением рекомендательных систем, использующих рейтинговые оценки. По результатам обзора методов рекомендаций делается вывод о возможности и целесообразности построения вероятностной модели рейтинговых оценок, аналогичной моделям Item Response Theory. Предлагается для каждого субъекта использовать латентные параметры интереса, характеризующие его склонность выставлять определенную рейтинговую оценку, а для каждого объекта – латентные параметры соответствия, характеризующие частоты получения определенной рейтинговой оценки. Вероятности оценок определяются функцией softmax с параметрами интереса и соответствия. Методом максимального правдоподобия получены уравнения, связывающие наблюдения и латентные параметры. Разработана итерационная процедура вычисления параметров по рейтинговым оценкам и обоснована ее сходимость. Проведена апробация модели по известному набору Netflix с рейтинговыми оценками фильмов и приведены статистические характеристики предсказаний оценок. Точность предсказания рейтинговых оценок оказалась сопоставимой с точностями предсказаний других моделей. Достоинством предложенной модели является компактное описание вероятностей оценок в виде наборов латентных параметров субъектов и объектов, позволяющее прогнозировать рейтинговые оценки. К недостаткам следует отнести вычислительную сложность оценивания параметров и необходимость пересчета параметров при появлении новых данных. Предложенная модель может использоваться для изучения и прогнозирования рейтинговых оценок.

Ключевые слова: рекомендательная система, рейтинговая оценка, коллаборативная фильтрация, вероятностная модель с латентными параметрами, функция softmax.

Для цитирования: Братищенко В.В. Модель рейтинговых оценок с латентными параметрами на базе функции softmax. *Моделирование, оптимизация и информационные технологии.* 2026;14(3). URL: <https://moitvivr.ru/ru/journal/article?id=2185> DOI: 10.26102/2310-6018/2026.54.3.002

Rating model with latent parameters based on the softmax function

V.V. Bratischenko 

Baikal State University, Irkutsk, the Russian Federation

Abstract. The relevance of the work is due to the widespread use of recommendation systems using rating assessments. Based on the results of the review of recommendation methods, it is concluded that it is possible and expedient to build a probabilistic rating model similar to the Item Response Theory models. It is proposed to use latent interest parameters for each subject, characterizing its tendency to set a certain rating, and latent agreeability parameters for each object, characterizing the frequency of obtaining a certain rating. The probabilities of the estimates are determined by a softmax function with interest and matching parameters. The equations connecting observations and latent parameters are obtained using the maximum likelihood method. An iterative procedure for calculating parameters based on rating estimates has been developed and its convergence has been substantiated. The model was tested using the well-known Netflix set with movie ratings and statistical characteristics of the ratings predictions were presented. The accuracy of predicting ratings turned out to be comparable with the

accuracy of predictions of other models. The advantage of the proposed model is a compact description of the assessment probabilities in the form of sets of latent parameters of subjects and objects, which makes it possible to predict rating estimates. The disadvantages include the computational complexity of estimating the parameters and the need to recalculate the parameters when new data becomes available. The proposed model can be used to study and predict ratings.

Keywords: recommender system, rating assessment, collaborative filtering, probabilistic model with latent parameters, softmax function.

For citation: Bratischenko V.V. Rating model with latent parameters based on the softmax function. *Modeling, Optimization and Information Technology*. 2026;14(3). (In Russ.). URL: <https://moitvvt.ru/journal/article?id=2185> DOI: 10.26102/2310-6018/2026.54.3.002

Введение

Рейтинговые оценки являются распространенным инструментом исследования потребительских свойств товаров, услуг, фильмов и других художественных произведений. Обработка таких оценок широко применяется в рекомендательных системах. В обзоре [1] отмечается, что не существует универсального решения всех проблем рекомендательных систем. Построение модели рейтинговых оценок при минимальном объеме параметров является актуальной задачей.

Рекомендательные системы¹ [1] используют рейтинговые оценки $\|f_{ur}\|$, оценка $f_{ur} \in S = \{1, 2, \dots, K\}$ выставляется субъектом $u \in U$ (клиенты, пользователи, ...) объекту $r \in R$ (товары, фильмы, ресурсы, ...). Процедуры создания по оценкам рекомендаций или прогнозов предпочтений для других субъектов называют коллаборативной фильтрацией.

Методы коллаборативной фильтрации¹, основанные на памяти, хранят всю исходную матрицу оценок и используют для прогнозирования меры близости векторов-строк субъектов или векторов-столбцов объектов. Мерами близости могут быть коэффициенты корреляции, косинусы углов или различные расстояния между векторами. К недостаткам таких методов относят необходимость хранить всю матрицу, тривиальность рекомендаций (предлагается все наиболее популярное), проблему «холодного старта» (новый товар никому не рекомендуется).

В методах на основе моделей¹ используют профили – наборы латентных параметров – субъектов и объектов, а измерение сходства сводится к измерению сходства профилей. В таких моделях сохраняются только профили существенно меньшие по объему, чем матрица рейтинговых оценок. Среди недостатков моделей с латентными параметрами отмечается, что значения сходства основаны на общих элементах и ненадежны, когда общих элементов мало.

Модели коллаборативной фильтрации [2] используют матричные разложения, кластеризацию и нейронные сети. Матричные разложения: сингулярное разложение (SVD) [3], вероятностная матричная факторизация [4] – преобразуют матрицу рейтинговых оценок в профили субъектов и объектов. В методах кластеризации [5] сходство вычисляется на основе мер близости (расстояний) субъектов или объектов. Профили субъектов и объектов в виде векторов латентных параметров могут быть получены с помощью нейронных сетей [6]. Нейронные сети способны улавливать нелинейные связи между пользователями и элементами, что приводит к лучшим рекомендациям. К недостаткам нейронных сетей можно отнести отсутствие формульного описания таких связей.

¹ Фальк К. *Рекомендательные системы на практике*. Москва: ДМК Пресс; 2020. 448 с.

Кроме матрицы рейтинговых оценок в рекомендательных системах используется контент – дополнительные сведения о субъектах и объектах, которые позволяют сделать прогнозы более точными и, в частности, решить проблему «холодного старта». Гибридные модели [7] объединяют методы коллаборативной фильтрации и методы, основанные на контенте, чтобы улучшить эффективность рекомендаций, используя преимущества двух подходов.

Матрица рейтинговых оценок аналогична матрице оценок тестирования, в которой роль субъектов играют тестируемые, роль объектов – тестовые задания, а значения матрицы соответствуют оценкам. Оценки за тестовые задания могут принадлежать некоторой шкале, не обязательно бинарной. Вероятностное описание таких оценок предложено в Item Response Theory – IRT [8]. Эта теория также применяется для описания закономерностей коллаборативной фильтрации [9, 10].

В работе [11] предложена IRT модель с одним латентным параметром для субъекта и множеством латентных параметров для объекта, связанных с количеством градаций рейтинговой оценки. Предполагается, что описание склонности субъекта к выставлению определенной рейтинговой оценки не одним, а многими латентными параметрами не только избавит модель от несимметричности описания, но повысит качество моделирования.

Материалы и методы

В моделях IRT вероятность оценки тестового задания зависит от параметров трудностей задания и параметра подготовленности тестируемого. В [9] аналогичные параметры, применяемые в коллаборативной фильтрации, именуется «интересом пользователя» (user interest) и «соответствием товара» (item agreeability).

В предлагаемой модели рейтинговые оценки f_{ur} рассматриваются как реализации случайных величин F_{ur} независимых в совокупности со следующими законами распределения вероятностей:

$$p_{urk} = P(F_{ur} = k) = \frac{\exp(\theta_{uk} - \delta_{rk})}{\sum_{i=1}^K \exp(\theta_{ui} - \delta_{ri})}, \quad (1)$$

где $k \in \{1, \dots, K\}$ – рейтинговая оценка; K – количество градаций в шкале рейтинговых оценок; θ_{uk} – параметр интереса u -го субъекта, характеризующий его склонность выставлять рейтинг k ; δ_{rk} – параметр соответствия r -го объекта k -му рейтингу.

Используя логарифмическую функцию правдоподобия:

$$L = \ln \left(\prod_{u,r} \frac{\exp(\theta_{uf_{ur}} - \delta_{rf_{ur}})}{\sum_{i=1}^K \exp(\theta_{ui} - \delta_{ri})} \right) = \sum_{u,r} \left((\theta_{uf_{ur}} - \delta_{rf_{ur}}) - \ln(\sum_{i=1}^K \exp(\theta_{ui} - \delta_{ri})) \right)$$

и приравнявая ее частные производные к нулю, получаем уравнения для вычисления параметров:

$$\frac{\partial L}{\partial \theta_{uk}} = \sum_r \left(I_{urk} - \frac{\exp(\theta_{uk} - \delta_{rk})}{\sum_{i=1}^K \exp(\theta_{ui} - \delta_{ri})} \right) = \sum_r (I_{urk} - p_{urk}) = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \delta_{rk}} = \sum_u \left(-I_{urk} + \frac{\exp(\theta_{uk} - \delta_{rk})}{\sum_{i=1}^K \exp(\theta_{ui} - \delta_{ri})} \right) = \sum_u (-I_{urk} + p_{urk}) = 0, \quad (3)$$

где I_{urk} – индикатор, равный единице, если $f_{ur} = k$, и нулю в других случаях.

Пределы суммирования не указаны, так как субъекты оценивают только часть объектов. Суммирование по u, r подразумевает использование всех рейтинговых оценок, суммирование по u – использование оценок u -го субъекта, суммирование по r – использование оценок r -го объекта.

Для итерационного поиска решения таких уравнений в ИРТ используется метод Ньютона:

$$x^{(l+1)} = x^{(l)} - \frac{f(x^{(l)})}{f'(x^{(l)})}.$$

Для вычислительных процедур в качестве $f(x)$ используются левые части уравнений (2) и (3), а в качестве $f'(x)$ – следующие выражения:

$$\frac{\partial^2 L}{\partial \theta_{uk}^2} = -\sum_r \left(\frac{\exp(\theta_{uk} - \delta_{rk})}{\sum_{i=1}^K \exp(\theta_{ui} - \delta_{ri})} - \left(\frac{\exp(\theta_{uk} - \delta_{rk})}{\sum_{i=1}^K \exp(\theta_{ui} - \delta_{ri})} \right)^2 \right) = -\sum_r p_{urk}(1 - p_{urk}), \quad (4)$$

$$\frac{\partial^2 L}{\partial \delta_{rk}^2} = -\sum_u \left(\frac{\exp(\theta_{uk} - \delta_{rk})}{\sum_{i=1}^K \exp(\theta_{ui} - \delta_{ri})} - \left(\frac{\exp(\theta_{uk} - \delta_{rk})}{\sum_{i=1}^K \exp(\theta_{ui} - \delta_{ri})} \right)^2 \right) = -\sum_u p_{urk}(1 - p_{urk}). \quad (5)$$

В предлагаемой модели смещение всех латентных параметров на одну и ту же величину не меняет распределение вероятностей. Таким образом, вычислительная процедура сходится к набору значений одному из возможных.

Для начальных значений в работе [11] обосновывалось использование средних значений:

$$\frac{1}{m_u} \sum_r I_{urk} = \exp(\theta_{uk}^{(0)}) \text{ или } \theta_{uk}^{(0)} = \ln \left(\frac{1}{m_u} \sum_r I_{urk} \right),$$

где m_u – количество оценок u -го субъекта;

$$\frac{1}{n_r} \sum_u (1 - I_{urk}) = \exp(\delta_{rk}^{(0)}) \text{ или } \delta_{rk}^{(0)} = \ln \left(\frac{1}{n_r} \sum_u (1 - I_{urk}) \right),$$

где n_r – количество оценок r -го объекта.

Особенностью вычислительной процедуры является возможность получения нулевого значения под знаком логарифма или бесконечного роста латентного параметра, если соответствующее значение усредненной суммы индикаторов равняется единице. Такая ситуация возникает, если все оценки субъекта (объекта) одинаковы или среди них отсутствуют оценки по некоторой градации. В таких случаях оценки латентных параметров стремятся к плюс или минус бесконечности и их ограничивают некоторыми минимальными и максимальными значениями (предлагается -20 и $+20$).

Сходимость предложенной процедуры обосновывается следующим. Если поиск максимума логарифма функции правдоподобия заменить на поиск минимума, то в соответствующем якобиане на диагонали будут размещены выражения (4) и (5) с обратными знаками, которые будут равны суммам недиагональных значений по строкам или по столбцам. Такая матрица будет симметричной с доминирующей диагональю, а ее собственные числа будут неотрицательными, а сама матрица будет неотрицательно определенной. В этом случае поиск максимума функции правдоподобия сводится к поиску минимума выпуклой функции.

Результаты

Для проверки предложенной модели использовался набор данных ml-latest-small.zip с рейтинговыми оценками фильмов, размещенный на сайте <https://files.grouplens.org/datasets/movielens/>. В этом наборе 100 836 рейтинговых оценок 9 742 фильмов, выставленных 610 пользователями. На предварительном этапе были исключены данные по фильмам и пользователям, у которых все оценки одинаковы – оценки латентных параметров в таких случаях стремятся к бесконечности, кроме этого, были исключены фильмы с менее, чем десятью оценками. В результате осталось 81 089 оценок 2 269 фильмов 608 пользователей.

Результаты статистической обработки представлены в Таблице 1. В качестве прогноза рейтинговой оценки было выбрано среднее рейтинговой оценки, вычисленное по распределению (1), в котором использовались оценки латентных параметров. Среднее отклонение оценок от математических ожиданий оказалось близким к нулю, а среднеквадратичное отклонение остатков (Root Mean Squared Error – RMSE) и среднее абсолютное отклонение (Mean Absolute Error – MAE) близки к аналогичным значениям, полученным другими методами коллаборативной фильтрации.

Коэффициент детерминации:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{u,r} (f_{ur} - M[F_{ur}])^2}{\sum_{u,r} \left(f_{ur} - \frac{1}{N} \sum_{u,r} f_{ur} \right)^2},$$

где N – количество рейтинговых оценок.

Коэффициент детерминации оценивает долю дисперсии, которую «объясняет» модель. Для исследуемого набора данных эта доля относительно невелика – примерно 39 %. Это означает, что 61 % разброса связан со случайностью самого оценивания или с другими факторами, которые модель не учитывает. Теоретическое значение коэффициента детерминации 40,4 %, вычисленное на основании распределений (1) рейтинговых значений, является близким к этой величине. Для сравнения приведены коэффициенты детерминации, вычисленные в предположении, что прогнозом оценки является средняя оценка зрителя или средняя оценка фильма. Коэффициент корреляции рейтинговых оценок и их прогнозов (математических ожиданий) также демонстрирует высокий уровень зашумленности.

Таблица 1 – Статистические характеристики прогнозов рейтинговых оценок
Table 1 – Statistical characteristics of rating forecasts

Статистическая характеристика	Значение
Среднее остатков	0,000
Доля совпадения оценки с наиболее вероятным значением	0,434
Среднеквадратичное отклонение остатков (RMSE)	0,794
Среднее абсолютное отклонение (MAE)	0,602
Коэффициент детерминации	0,392
Коэффициент детерминации теоретический	0,404
Коэффициент детерминации для средних оценок субъектов (зрителей)	0,185
Коэффициент детерминации для средних оценок объектов (фильмов)	0,206
Коэффициент корреляции рейтинговых оценок и математических ожиданий	0,626

Гистограмма (Рисунок 1) отклонений оценок от математических ожиданий $d_{ur} = f_{ur} - M[F_{ur}]$ демонстрирует сходство с нормальным распределением, однако гипотеза о таком распределении не прошла проверку по критерию хи-квадрат. Это можно объяснить большой разницей в распределениях рейтинговых оценок в случае значимого отклонения зрителя (или фильма) от общепринятых критериев оценки.

Однородность отклонений оценок от математических ожиданий d_{ur} проверялась по критерию Фишера. Для групп оценок субъектов сравнивалась внутригрупповая (необъясненная) дисперсия:

$$M_2 = \frac{1}{N-n} \sum_{u=1}^n \sum_r (d_{ur} - \bar{d}_{u*})^2,$$

где n – количество субъектов; $\bar{d}_{u*} = \frac{1}{m_u} \sum_r d_{ur}$ – средняя оценка по группе с межгрупповой (объясненной) дисперсией всего массива оценок.

$$M_1 = \frac{1}{n-1} \sum_{u=1}^n m_u (\bar{d}_{u*} - \bar{d}_{**})^2,$$

где N – общее количество оценок; $\bar{d}_{**} = \frac{1}{N} \sum_{u,r} d_{ur}$ – среднее всех оценок.

Если влияние субъекта на оценки отсутствует, то M_1 и M_2 являются разными оценками дисперсии одной и той же случайной величины. Отношение $F = M_1/M_2$ в этих условиях будет иметь распределение Фишера со степенями свободы $n - 1$ и $N - n$. Значение F-критерия с уровнем значимости, близким к единице, подтвердила гипотезу об однородности остатков. Такой же результат был получен для групп оценок объектов. Это подтверждает близость распределения вероятностей оценок, описываемых моделью, реальным наблюдениям.

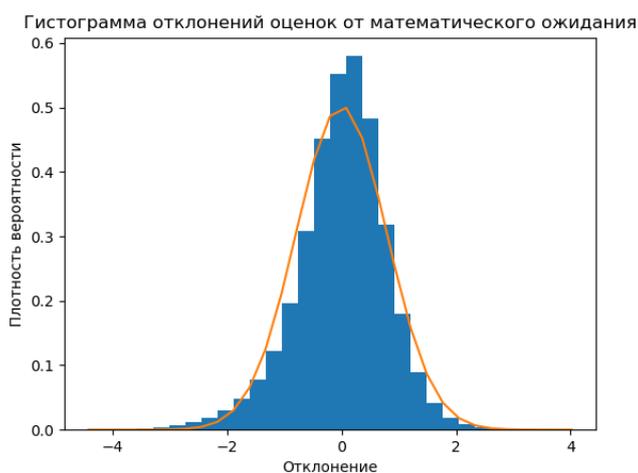


Рисунок 1 – Распределение отклонений рейтинговых оценок от математических ожиданий
 Figure 1 – Distribution of deviations of rating estimates from mathematical expectations

Предложенную модель можно сравнить с известными моделями классификации. Рейтинговая оценка рассматривается как класс, который зависит от двух факторов: субъекта и объекта. В Таблице 2 приведены результаты настройки и тестирования некоторых наиболее распространенных классификаторов, полученные по набору рейтинговых оценок фильмов. Точность предсказания моделями классификации оказалась ниже точности (0,434) предложенной модели. Другим ее преимуществом является небольшой объем памяти, необходимой для хранения параметров, в сравнении с матрицей рейтинговых оценок.

Таблица 2 – Точность предсказания рейтинговых оценок моделями классификации
 Table 2 – Accuracy of rating prediction by classification models

Модель классификации	Точность предсказания
Neural Network – нейронная сеть	0,277
Naive Bayes – наивный байесовский классификатор	0,277
Random Forest – случайный лес	0,275
Tree – классифицирующее дерево	0,269
AdaBoost – адаптивный бустинг	0,243
kNN – метод k ближайших соседей	0,224
SGD – метод стохастического градиента	0,191

В Таблице 3 приведена матрица ошибок предсказания рейтинговой оценки по наиболее вероятному значению. Доминирование диагонали демонстрирует

однородность предсказания – примерно одинаковую точность для каждого класса. Худшая точность наблюдается для дробных оценок. Вероятно, это связано с существенно меньшим количеством таких оценок. Матрица также демонстрирует уменьшение доли ошибок при увеличении отклонения прогноза от наблюдаемого значения рейтинговой оценки.

Таблица 3 – Матрица ошибок предсказания рейтинговых оценок

Table 3 – Confusion matrix for ratings prediction

Оценки	Прогноз оценки										
	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	Всего
0,5	419	31	31	34	52	90	64	117	22	57	917
1	50	525	35	252	88	476	111	308	16	128	1989
1,5	45	26	263	100	136	191	153	147	23	37	1121
2	86	130	79	1211	325	1772	394	1050	75	275	5397
2,5	74	44	73	139	1075	959	689	776	100	106	4035
3	101	182	75	590	501	7263	1637	4346	281	997	15973
3,5	61	38	49	147	319	1380	3706	3554	579	426	10259
4	103	126	42	284	245	3139	1872	12971	1109	2566	22457
4,5	30	20	27	40	64	365	767	2967	1968	976	7224
5	23	70	16	71	42	877	287	3708	814	5809	11717
Всего	992	1192	690	2868	2847	16512	9680	29944	4987	11377	81089

В рекомендательных системах для оценки качества прогнозов используют ROC-анализ, широко применяемый для оценки точности бинарной классификации. В данном случае можно выделить класс рекомендуемых объектов, для которых прогноз рейтинговой оценки будет больше некоторой величины. Для исследуемого набора оценок фильмов в положительный класс выбирались фильмы с оценкой не ниже 4. На Рисунке 2 представлен график ROC-кривой. Площадь под кривой – AUC – является интегральной характеристикой качества предсказания класса, для рассматриваемого набора данных этот показатель составляет 0,82. Точность предсказания положительного класса составила 0,74.

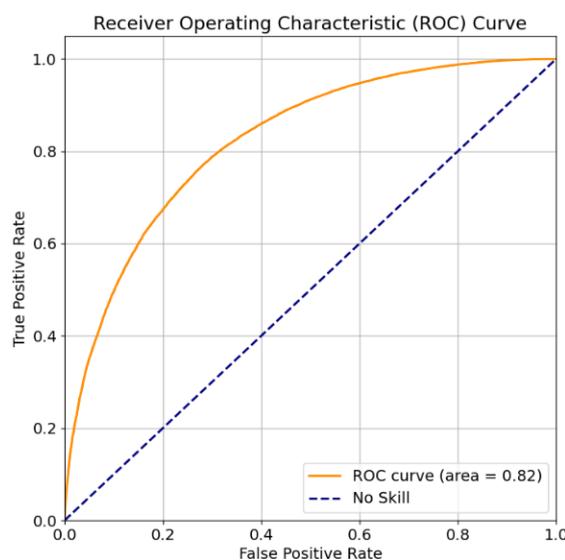


Рисунок 2 – График ROC-кривой
Figure 2 – ROC curve graph

Обсуждение

Предложенная модель продемонстрировала точность, не меньшую точности других методов коллаборативной фильтрации. Сравнение точности разных методов выходит за рамки данного исследования и имеет весьма условную ценность. Как показывает практика применения методов Data Mining, разные модели демонстрируют лучшую точность на одних наборах данных и худшую – на других, и абсолютного преимущества не имеет ни один из методов. Для некоторых областей применения предложенная модель может оказаться наилучшим вариантом.

Достоинством предложенного подхода является возможность вычисления вероятностей рейтинговых оценок, что дает более точное представление о возможных значениях прогноза по сравнению с точечным выбором прогноза на основе мер близости или с помощью моделей классификации. Кроме этого, полученное описание профилей субъектов и объектов в виде наборов латентных параметров требует гораздо меньше памяти, чем исходный набор рейтинговых оценок.

Недостатком модели является необходимость пересчета латентных параметров при появлении новых данных, а также достаточно высокая трудоемкость итерационного вычисления латентных параметров.

Заключение

Предложено описание вероятностного распределения рейтинговых оценок в зависимости от латентных параметров субъектов, характеризующих их склонность к использованию шкалы оценок, и латентных параметров объектов, характеризующих степень их соответствия градациям рейтинговой оценки. Латентные параметры используются для вычисления вероятностей оценок с помощью функции softmax. Построена сходящаяся итерационная процедура вычисления латентных параметров по набору рейтинговых оценок. Обработка набора рейтинговых оценок фильмов подтвердила возможность применения предложенной модели для прогнозирования рейтинговых оценок. Для исследуемого набора точность предсказания оказалась не хуже точности других методов коллаборативной фильтрации. Перспективным является изучение влияния на латентные параметры контекстной информации о субъектах и объектах и построение на этой основе гибридных рекомендательных систем.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ / REFERENCES

1. Su X., Khoshgoftaar T.M. A Survey of Collaborative Filtering Techniques. *Advances in Artificial Intelligence*. 2009. <https://doi.org/10.1155/2009/421425>
2. Алиева О.А., Ганган Е.С., Ильюшин Е.А., Качалин А.И. Автоматическая оценка моделей рекомендаций. *Современные информационные технологии и ИТ-образование*. 2020;16(2):398–406. (На англ.). <https://doi.org/10.25559/SITITO.16.202002.398-406>
Alieva O.A., Gangan E.S., Ilyushin E.A., Kachalin A.I. Automatic Evaluation of Recommendation Models. *Modern Information Technologies and IT-Education*. 2020;16(2):398–406. <https://doi.org/10.25559/SITITO.16.202002.398-406>
3. Koren Y., Bell R., Volinsky Ch. Matrix Factorization Techniques for Recommender Systems. *Computer*. 2009;42(8):30–37. <https://doi.org/10.1109/MC.2009.263>
4. Salakhutdinov R., Mnih A. Probabilistic Matrix Factorization. In: *Advances in Neural Information Processing Systems 20: Proceedings of the Twenty-First Annual Conference on Neural Information Processing Systems, 03–06 December 2007, Vancouver, British Columbia, Canada*. Curran Associates, Inc.; 2008. P. 1257–1264.

5. Silva M.G., Madeira S.C., Henriques R. A Comprehensive Survey on Biclustering-based Collaborative Filtering. *ACM Computing Surveys*. 2024;56(12). <https://doi.org/10.1145/3674723>
6. Zhang Sh., Yao L., Sun A., Tay Y. Deep Learning Based Recommender System: A Survey and New Perspectives. *ACM Computing Surveys*. 2019;52(1). <https://doi.org/10.1145/3285029>
7. Cheng H.-T., Koc L., Harmsen J., et al. Wide & deep learning for recommender systems. In: *DLRS 2016: Proceedings of the 1st Workshop on Deep Learning for Recommender Systems, 15 September 2016, Boston, MA, USA*. New York: ACM; 2016. P. 7–10. <https://doi.org/10.1145/2988450.2988454>
8. Wright B.D., Masters G.N. *Rating scale analysis: Rasch measurement*. Chicago: MESA Press; 1982. 206 p.
9. Hu B., Zhou Y., Wang J., Li L., Shen L. Application of Item Response Theory to Collaborative Filtering. In: *Advances in Neural Networks – ISNN 2009: Proceedings: Part I: 6th International Symposium on Neural Networks, ISNN 2009, 26–29 May 2009, Wuhan, China*. Berlin, Heidelberg: Springer; 2009. P. 766–773. https://doi.org/10.1007/978-3-642-01507-6_86
10. Bergner Y., Halpin P., Vie J.-J. Multidimensional Item Response Theory in the Style of Collaborative Filtering. *Psychometrika*. 2022;87(1):266–288. <https://doi.org/10.1007/s11336-021-09788-9>
11. Братищенко В.В. Модель с латентными параметрами для анализа рейтинговых оценок. *Современные наукоемкие технологии*. 2023;(2):23–29. <https://doi.org/10.17513/snt.39519>
Bratischenko V.V. Model with latent parameters for analysis of ratings. *Modern high technologies*. 2023;(2):23–29. (In Russ.). <https://doi.org/10.17513/snt.39519>

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ / INFORMATION ABOUT THE AUTHOR

Братищенко Владимир Владимирович, Vladimir V. Bratischenko, Candidate of кандидат физико-математических наук, Physics and Mathematical Sciences, Associate доцент кафедры математических методов и Professor at the Department of Mathematical цифровых технологий Байкальского Methods and Digital Technologies, Baikal State государственного университета, Иркутск, University, Irkutsk, the Russian Federation. Российская Федерация.
e-mail: vbrat56@mail.ru
ORCID: [0000-0002-7755-4170](https://orcid.org/0000-0002-7755-4170)

Статья поступила в редакцию 04.02.2026; одобрена после рецензирования 03.03.2026; принята к публикации 10.03.2026.

The article was submitted 04.02.2026; approved after reviewing 03.03.2026; accepted for publication 10.03.2026.