

УДК 519.863

DOI: [10.26102/2310-6018/2026.55.4.004](https://doi.org/10.26102/2310-6018/2026.55.4.004)

Математическая модель и программное обеспечение формирования проектных команд с учетом взаимоотношений в коллективе

П.А. Куминов✉, А.А. Захарова

*Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники,
Томск, Российская Федерация*

Резюме. В современных условиях успех проектной деятельности определяется не только профессиональными компетенциями участников, но и их социально-психологической совместимостью. Существующие математические модели формирования команд, основанные на классической задаче о назначениях, ориентированы исключительно на ресурсный подход и не учитывают межличностные отношения, которые также влияют на эффективность совместной деятельности. Цель работы – разработка математической модели и программного обеспечения для формирования проектных команд, объединяющей профессиональные компетенции кандидатов и социометрические характеристики их взаимоотношений для достижения синергетического эффекта. Предложена модель, расширяющая обобщенную задачу о назначениях за счет включения социометрических индексов сплоченности и конфликтности, а также исключающая команды с наличием взаимных антипатий. Для решения NP-трудной задачи оптимизации применен генетический алгоритм, реализованный на языке Python с использованием фреймворка DEAP. Особь представляется хромосомой фиксированной длины, где позиция соответствует роли, а значение – индексу кандидата. На тестовом примере продемонстрирована работа алгоритма. Модель и алгоритм могут быть использованы руководителями проектов, HR-специалистами и педагогами для обоснованного формирования студенческих и профессиональных команд с благоприятным социально-психологическим климатом.

Ключевые слова: формирование проектных команд, задача о назначениях, математическая модель, социометрия, генетический алгоритм.

Для цитирования: Куминов П.А., Захарова А.А. Математическая модель и программное обеспечение формирования проектных команд с учетом взаимоотношений в коллективе. *Моделирование, оптимизация и информационные технологии.* 2026;14(4). URL: <https://moitvvt.ru/ru/journal/article?id=2264> DOI: 10.26102/2310-6018/2026.55.4.004

Mathematical model and software for project team formation based on intra-collective relationships

P.A. Kuminov✉, A.A. Zakharova

*Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics, Tomsk,
the Russian Federation*

Abstract. In modern conditions, the success of project activities is determined not only by the professional competencies of participants but also by their socio-psychological compatibility. Existing mathematical models of team formation, based on the classical assignment problem, are focused exclusively on the resource-based approach and do not take into account interpersonal relationships, which also affect the efficiency of joint activities. The aim of the work is to develop a mathematical model and software for forming project teams that combines the professional competencies of candidates and the sociometric characteristics of their relationships to achieve a synergistic effect. A

model is proposed that extends the generalized assignment problem by incorporating sociometric indices of cohesion and conflict, and also excludes teams with mutual antipathies. To solve the NP-hard optimization problem, a genetic algorithm implemented in Python using the DEAP framework was applied. An individual is represented by a fixed-length chromosome, where the position corresponds to the role and the value to the candidate's index. The operation of the algorithm is demonstrated on a test example. The model and algorithm can be used by project managers, HR specialists, and educators for the informed formation of student and professional teams with a favorable socio-psychological climate.

Keywords: project team formation, assignment problem, mathematical model, sociometry, genetic algorithm.

For citation: Kuminov P.A., Zakharova A.A. Mathematical model and software for project team formation based on intra-collective relationships. *Modeling, Optimization and Information Technology*. 2026;14(4). (In Russ.). URL: <https://moitvvt.ru/ru/journal/article?id=2264> DOI: 10.26102/2310-6018/2026.55.4.004

Введение

На протяжении всей истории человечества люди стремились объединяться в группы, консолидировать свои усилия для повышения шансов на выживание, решения сложных задач. Команды – уникальный тип групп, эволюционно сформировавшийся для выполнения задач, выходящих за пределы возможностей отдельного индивида. Команды представляют форму «адаптивной технологии», опирающейся на механизмы подстройки структуры и социальные мотивы [1].

Проектная деятельность – это работа над уникальным продуктом в условиях ограниченных ресурсов и времени, обычно выполняемая командой.

В условиях цифровой экономики и усложнения бизнес-процессов проектная деятельность становится доминирующей формой организации труда. Высокая эффективность команды базируется на двух факторах: готовности к изменениям и открытом социальном взаимодействии [2]. Важность такой формы работы отражена и во ФГОС в виде универсальной компетенции УК-2, а также обязательных дисциплинах «Проектная деятельность» и «Учебно-проектная деятельность».

Задача формирования команд рассматривалась различными учеными и специалистами в рамках математической теории управления организационными системами, психологии и педагогики.

Д.А. Новиков в своей монографии [3] предлагает фундаментальный подход, базирующийся на декомпозиции процесса формирования команды на три взаимосвязанные задачи: формирование состава, распределение функций и распределение объемов работ. В рамках этого класса моделей широко используется аппарат задачи о назначениях и транспортной задачи. С одной стороны, такой детальный подход позволяет проработать организационную и производственную стороны задачи. С другой стороны, автор сам отмечает, что ни интересы членов команды, ни эмоциональная составляющая участников не учитываются в данном классе моделей. Новиков акцентирует внимание на «рефлексивных» теоретико-игровых моделях, где автономность команды обеспечивается согласованностью взаимных представлений, однако формализация симпатий/антипатий в них отсутствует.

А.А. Захарова в своей работе [4] предлагает модель, включающую как результаты тестирования по методикам Р.М. Белбина и Т. Кеннета, так и уровень владения технологиями, оцениваемый на основе опыта участия в предыдущих проектах.

Л.С. Носова в своей работе [5] предлагает учитывать нейрофизиологические показатели обучающихся при их объединении в группы. Каждый из шести нейрофизиологических типов характеризуется специфическими когнитивными

особенностями, уровнем работоспособности, скоростью выполнения заданий и склонностью к ошибкам. Разработанная экспертная система на основе логических правил рекомендует разбиение учащихся на группы, а также учебные задания, оптимальные для данного типа. Подход ориентирован на учет врожденных и трудно изменяемых характеристик нервной системы и не учитывает динамический аспект межличностных отношений.

В развитие обзора существующих подходов к формированию команд целесообразно рассмотреть метод, применяемый в Военной академии США Уэст-Пойнт. В работе [6] представлена оптимизационная модель формирования учебных групп, нацеленная на максимизацию внутригруппового разнообразия и минимизацию межгрупповых различий по набору персональных атрибутов (пол, раса, принадлежность к спортивным командам и др.). Авторы используют метод целевого программирования и вводят учет комбинаций атрибутов (например, сочетание «мужчина-испанец») для более точного балансирования групп.

Общим недостатком всех перечисленных подходов является отсутствие учета межличностных отношений между членами команды. В то же время исследования в области социальной психологии и групповой динамики свидетельствуют, что характер межличностных связей существенно влияет на эффективность совместной деятельности.

Таким образом, актуальной является задача разработки математической модели и программного обеспечения для формирования проектных команд, которые объединяли бы ресурсный подход (оценку профессиональных компетенций) с социометрическими характеристиками. Это позволит формировать команды, обладающие не только необходимой квалификацией, но и благоприятным социально-психологическим климатом, что обеспечит синергетический эффект и повысит интегральную эффективность их работы.

Материалы и методы

Пусть имеется проект, для реализации которого необходимо сформировать команду из M различных ролей – должностей в проекте. Выбор происходит из N доступных кандидатов.

Каждый кандидат характеризуется:

- набором профессиональных навыков, количественно измеряемых;
- социометрическими предпочтениями по отношению к другим кандидатам: симпатии, антипатии, безразличие.

Требуется назначить кандидатов на роли таким образом, чтобы максимизировать интегральную эффективность будущей команды, учитывающую как профессиональную компетентность, так и социальную совместимость членов команды.

Каждая роль требует владения некоторым набором навыков. Пусть K_i – количество навыков, необходимых для выполнения роли i , а w_{ik} – вес k -го навыка для роли i , причем для каждой роли выполняется условие нормировки:

$$\sum_{k=1}^{K_i} w_{ik} = 1, i = 1 \dots M. \quad (1)$$

Пусть s_{ijk} – нормированная оценка владения j -м кандидатом k -м навыком из набора, требуемого для роли i . Оценивать уровень владения навыком предлагается с использованием больших языковых моделей и технологий промпт-инжиниринга.

Определим C как матрицу компетенций с размерностью $M \times N$, элементы которой определены по следующему правилу:

$$c_{ij} = \sum_{k=1}^{K_i} w_{ik} s_{ijk}. \quad (2)$$

Введем булеву матрицу назначений X размерности $M \times N$, элементы которой определяются по следующему правилу:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если кандидат } j \text{ назначен на роль } i, \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases} \quad (3)$$

На модель накладывается ряд ограничений. Каждая роль занята одним кандидатом:

$$\sum_{i=1}^M x_{ij} = 1, j = 1 \dots N. \quad (4)$$

Каждый кандидат может быть назначен не более чем на одну роль:

$$\sum_{j=1}^N x_{ij} \leq 1, i = 1 \dots M. \quad (5)$$

Если учитывать только компетенции, то задача сводится к обобщенной задаче о назначениях с ограничениями (4)–(5):

$$\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (c_{ij} x_{ij}) \rightarrow \max. \quad (6)$$

Отметим, что в задаче о назначениях рассматривается ресурсный подход, в то время как в коллективах важны взаимоотношения между участниками. Поэтому предлагается расширить оптимизационную задачу (6), введя в нее компоненты, учитывающие взаимоотношения в коллективе.

Описанием эмоциональных связей между членами коллектива занимается социометрия, разработанная Якобом Морено [7]. Исследователь считает, перестройка групп в соответствии с реальными предпочтениями их членов не только способна повысить эффективность конкретной группы, но и в перспективе привести к позитивным изменениям в обществе в целом [8].

Результаты опроса о межличностных отношениях представляются в виде социоматрицы S . Ее элементы определяются по правилу:

$$s_{pq} = \begin{cases} 1, & \text{кандидат } p \text{ испытывает симпатию к кандидату } q, \\ 0, & \text{кандидат } p \text{ безразличен к кандидату } q, \\ -1, & \text{кандидат } p \text{ испытывает неприязнь к кандидату } q, \end{cases} \quad p, q = 1, \dots, N, p \neq q. \quad (7)$$

Элементы главной диагонали социоматрицы всегда равны 0.

Индекс групповой сплоченности Якоба Морено характеризует долю взаимных положительных связей:

$$Coh(X, S) = \frac{Msym(X, S)}{\frac{1}{2}M(M-1)}, \quad (8)$$

где числитель – функция, определяющая количество взаимных положительных выборов (рассчитывается по формуле (12)), а знаменатель – максимальное возможное количество пар участников команды.

Введем дополнительные функции для определения того, испытывает ли пара взаимную симпатию или антипатию:

$$f_{mpos}(a, b) = \begin{cases} 1, & a = 1 \text{ и } b = 1 \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}, \quad (9)$$

$$f_{mneg}(a, b) = \begin{cases} 1, & a = -1 \text{ и } b = -1 \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}. \quad (10)$$

Тогда сплоченность группы вычисляется следующим образом:

$$Msym(X, S) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^i f_{mpos}(s_{ij} x_{ij}, s_{ji} x_{ji}). \quad (11)$$

Отметим, что индекс групповой сплоченности Морено не учитывает негативные выборы в группе, поэтому были разработаны вспомогательная функция и индекс для учета антипатий в команде:

$$f_{neg}(a) = \begin{cases} 1, & a = -1 \\ 0, & \text{иначе} \end{cases} \quad (12)$$

$$Neg(X, S) = \frac{1}{M} \times \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N (f_{neg}(s_{ij} x_{ij})). \quad (13)$$

Также был разработан авторский индекс взаимной антипатии, выявляющий наличие пар с обоюдной неприязнью:

$$Mneg(X, S) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^i f_{mneg}(s_{ij} x_{ij}, s_{ji} x_{ji}). \quad (14)$$

Если $Mneg(X, S) > 0$, команда считается потенциально неработоспособной из-за высокой вероятности конфликтов.

С учетом введенных социометрических индексов модель оценки эффективности команды принимает следующий вид:

$$E(X, S) = \begin{cases} \frac{1+Coh(X,S)}{1+Neg(X,S)} \times \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (c_{ij} x_{ij}), & \text{если } Mneg(X, S) = 0, \rightarrow \max \\ -1, & \text{иначе.} \end{cases} \quad (15)$$

Ограничения (2), (3), (4) и (5) также справедливы для данной модели. Задача о назначениях без учета социометрических характеристик изменяется в диапазоне от 0 до количества участников N , поскольку значения компетенций нормированы.

Числитель множителя $1+Coh(X,S)$ поощряет формирование команды с высоким уровнем взаимных симпатий, поскольку предполагается, что сплоченность создает синергетический эффект, повышающий продуктивность команды сверх суммы индивидуальных вкладов. Функция нормирована и принимает значение от 0 до 1. Таким образом, сплоченность может повысить значение эффективности команды в идеальном случае в два раза.

Делитель множителя $1+Neg(X,S)$ штрафует команды за наличие антипатий. Значение функции нормировано и в худшем случае эффективность команды уменьшается в два раза.

Константа 1 в числителе и знаменателе отражает тот факт, что в нейтральной среде функция сводится к сумме компетенций.

Для решения задачи была разработана программа ЭВМ. Точные методы неприменимы из-за нелинейности целевой функции и наличия ограничения на взаимные антипатии. Поэтому для нахождения оптимального решения была выбрана эвристическая оптимизация, а именно генетические алгоритмы, которые имитируют в своей работе природные способы оптимизации: генетическое наследование и естественный отбор.

Программа разрабатывалась на языке Python, а для поиска экстремума функции использовался фреймворк для эволюционных вычислений – DEAP.

Каждое потенциальное решение (особь) представляет собой команду. В нашей реализации особь кодируется вектором целых чисел длиной M , где M – фиксированное количество ролей в команде. Индекс элемента в векторе соответствует определенной роли, а значение элемента по этому индексу – это уникальный идентификатор участника, назначенного на данную роль.

Модель реализована в функции вычисления степени приспособленности особи. В случае нарушения ограничений функция возвращает значение -1 . Селекция происходит посредством турнирного отбора: выбираются случайным образом три особи, наиболее приспособленная из них переходит в следующее поколение. Оператор скрещивания

применяется с вероятностью 0,7 и выбирает случайным образом две точки разрыва в хромосомах родителей и обменивает сегменты между ними, формируя двух потомков. Оператор мутации с вероятностью 0,2 для каждого гена выбирает случайный другой ген в той же хромосоме и обменивает их значения – таким образом происходит перераспределение ролей между уже отобранными участниками.

Результаты

Для апробации предложенной модели и алгоритма был проведен эксперимент на тестовом наборе данных. Требовалось сформировать проектную команду из трех ролей. Выбор осуществлялся из пяти кандидатов. Исходные данные представлены в Таблицах 1 и 2.

Таблица 1 – Матрица уровней компетенций C_{ij}

Table 1 – Competencies level matrix

Кандидат	Оценки компетенций кандидатов по ролям		
	Роль 1	Роль 2	Роль 3
Кандидат 1	0,641	0,555	0,431
Кандидат 2	0,976	0,903	0,247
Кандидат 3	0,295	0,445	0,453
Кандидат 4	0,741	0,852	0,688
Кандидат 5	0,474	0,708	0,489

Таблица 2 – Социоматрица

Table 2 – Sociomatrix

Кандидат	Кандидат 1	Кандидат 2	Кандидат 3	Кандидат 4	Кандидат 5
Кандидат 1	0	-1	1	-1	0
Кандидат 2	0	0	1	0	1
Кандидат 3	1	0	0	0	0
Кандидат 4	-1	0	1	0	0
Кандидат 5	0	0	0	0	0

Для начала была решена классическая задача о назначениях, не учитывающая социометрические данные. Тогда наилучшее распределение будет следующим: Кандидат 2 – Роль 1 (компетенция 0,976), Кандидат 4 – Роль 2 (компетенция 0,852), Кандидат 5 – Роль 3 (компетенция 0,489). Суммарная эффективность составила 2,317.

Затем была применена предложенная модель, учитывающая социометрические индексы. Наилучшее распределение будет следующим: Кандидат 1 – Роль 1 (компетенция 0,641), Кандидат 5 – Роль 2 (компетенция 0,708), Кандидат 3 – Роль 3 (компетенция 0,453). Суммарная компетентность этой команды составила 2,09, что несколько ниже, чем в классическом решении. Однако учет социометрических показателей дает следующие значения: количество взаимных положительных выборов $A = 1$ (пара Кандидат 1 – Кандидат 3), индекс сплоченности $Coh(X,S) = 1/3 \approx 0,333$, отрицательные связи $Neg(X,S) = 0$, взаимные антипатии $Mneg(X,S) = 0$. Итоговая эффективность равна 2,402.

Обсуждение

Проведенный вычислительный эксперимент на тестовом примере демонстрирует ключевую особенность предложенной модели: возможность достижения более высокой

интегральной эффективности команды за счет благоприятного социально-психологического климата, даже при некотором снижении суммарной компетентности.

Исследователи в своих работах по групповой динамике неоднократно указывали [9, 10]: позитивные межличностные отношения способствуют более эффективной коммуникации, взаимопомощи и координации действий, что повышает реальную продуктивность команды сверх суммы индивидуальных вкладов, переход к продуктивной стадии невозможен без выстраивания доверительных отношений и разрешения межличностных конфликтов.

Стоит отметить, что в данном представлении не учитывается степень симпатий и антипатий, а социоматрица фиксирует отношения на момент опроса и не учитывает их динамику в процессе работы над проектом.

Таким образом, предложенный подход рекомендуется к применению в творческих и учебных или студенческих коллективах, где важна не только квалификация, но и среда, сформировавшаяся в условиях доверия и взаимной поддержки [11, 12]. Также он важен и в краткосрочных проектах, где отсутствие взаимных антипатий критически важно для быстрой адаптации и начала работы.

Заключение

В ходе выполнения исследования была разработана и формализована математическая модель формирования проектных команд, расширяющая классическую обобщенную задачу о назначениях за счет включения социометрических характеристик взаимоотношений участников. В модель были введены индексы групповой сплоченности Я. Морено, а также авторские индексы не- и взаимных антипатий.

Для решения NP-трудной задачи оптимизации предложен и реализован генетический алгоритм на языке Python с использованием фреймворка DEAP. Программа загружает исходные данные из Excel-файлов, выдавая ранжированный список лучших команд, что дает возможность лицу, принимающему решения выбирать один вариант из нескольких.

Разработанная методика предлагается к применению в студенческих проектах и творческих коллективах, где психологический климат может стать решающим фактором, а также краткосрочных проектах, в которых нет времени на развитие взаимоотношений между участниками.

В проектах с высокими требованиями к квалификации и ценой ошибки ресурсный подход может оставаться приоритетным, а социометрические данные использоваться как дополнительный фильтр для отсева заведомо конфликтных проектных команд.

Дальнейшие исследования в себя включают развитие модели, позволяющей учитывать степень взаимоотношений в коллективе, например, путем перехода к нечеткой логике, а также разработку динамической модели, учитывающей эволюцию межличностных отношений в процессе совместной работы над проектом.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ / REFERENCES

1. Yong J., Park G., Spitzmuller M. From the Savannah to the Corporate Office: The Evolution of Teams. *Small Group Research*. 2021;52(1):33–67. <https://doi.org/10.1177/1046496420960516>
2. Крайденков Я.А., Свиридова Л.В. Командообразование в условиях цифровой экономики. *Вестник ПНИПУ. Социально-экономические науки*. 2019;(4):318–327. <https://doi.org/10.15593/2224-9354/2019.4.24>

- Kraydenkov Ya.A., Sviridova L.V. Team building in the digital economy. *PNRPU Sociology and Economics Bulletin*. 2019;(4):318–327. (In Russ.). <https://doi.org/10.15593/2224-9354/2019.4.24>
3. Новиков Д.А. *Математические модели формирования и функционирования команд*. Москва: Физматлит; 2008. 184 с.
 4. Захарова А.А., Захарченков К.В., Вайнилович Ю.В. Повышение эффективности формирования проектных команд и распределения задач IT-проектов. *Автоматизация и моделирование в проектировании и управлении*. 2020;(3):45–55. <https://doi.org/10.30987/2658-6436-2020-3-45-55>
Zaharova A., Zaharchenkov K., Vajnilovich Ju. Improving the efficiency of project teams formation and IT project tasks allocation. *Automation and Modeling in Design and Management*. 2020;(3):45–55. (In Russ.). <https://doi.org/10.30987/2658-6436-2020-3-45-55>
 5. Носова Л.С., Белоусова Н.А., Корчемкина Ю.В. Разработка прикладной интеллектуальной системы на основе нейрофизиологических данных для поддержки принятия решений по организации образовательного процесса. *Информатика и образование*. 2023;38(2):16–25. <https://doi.org/10.32517/0234-0453-2023-38-2-16-25>
Nosova L.S., Belousova N.A., Korchemkina Yu.V. Development of an applied intelligent system based on neurophysiological data to support decision-making on the organization of the educational process. *Informatics and education*. 2023;38(2):16–25. (In Russ.). <https://doi.org/10.32517/0234-0453-2023-38-2-16-25>
 6. Frost B., Schmedeman Ph., Paynter J. Optimization for Diverse Team Assignment with a Case Study at West Point. In: *A Regional Conference of the Society for Industrial and Systems Engineering: Proceedings of the Annual General Donald R. Keith Memorial Conference, 02 May 2024, New York, USA*. New York: Society for Industrial and Systems Engineering; 2024. P. 308–314.
 7. Морено Я.Л. *Кто останется в живых? Основы социометрии, групповой психотерапии и социодрамы*. Санкт-Петербург: Питер; 2026. 448 с.
Moreno J.L. *Who shall survive? A new approach to the problem of human interrelations*. Saint Petersburg: Piter; 2026. 448 p. (In Russ.).
 8. Золотовицкий Р.А. Социометрия Я.Л. Морено. *Методология и история психологии*. 2007;2(2):107–121.
 9. Tuckman B.W. Developmental sequence in small groups. *Psychological Bulletin*. 1965;63(6):384–399.
 10. Waller M., Kaplan S., Sanchez-Burks J., et al. More than a feeling: rapport and complex task performance in teams. *Team Performance Management: An International Journal*. 2025;31(7-8):409–435. <https://doi.org/10.1108/TPM-04-2025-0052>
 11. De Vaan M., Stark D., Vedres B. Game Changer: The Topology of Creativity. *American Journal of Sociology*. 2015;120(4):1144–1194. <https://doi.org/10.1086/681213>
 12. Минин А.И., Козьяков Р.В. Психологические основы групповой креативной деятельности в условиях креативной ситуации. *Проблемы современного педагогического образования*. 2025;(87-3):387–390.
Minin A.I., Kozyakov R.V. Psychological foundations of group creative activity in a creative situation. *Problems of Modern Teacher Education*. 2025;(87-3):387–390. (In Russ.).

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ / INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Куминов Павел Алексеевич, ассистент кафедры автоматизированных систем управления, Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, Томск, Российская Федерация.

e-mail: pavel.a.kuminov@tusur.ru

Pavel A. Kuminov, Assistant Lecturer at the Automated Control Systems Department, Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics, Tomsk, the Russian Federation.

Захарова Александра Александровна, доктор технических наук, профессор кафедры автоматизированных систем управления, Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, Томск, Российская Федерация.

e-mail: aleksandra.a.zakharova@tusur.ru

ORCID: [0000-0002-2379-8698](https://orcid.org/0000-0002-2379-8698)

Alexandra A. Zakharova, Doctor of Engineering Sciences, Professor at the Automated Control Systems Department, Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics, Tomsk, the Russian Federation.

Статья поступила в редакцию 02.03.2026; одобрена после рецензирования 10.04.2026; принята к публикации 20.04.2026.

The article was submitted 02.03.2026; approved after reviewing 10.04.2026; accepted for publication 20.04.2026.