

УДК 004.93

DOI: [10.26102/2310-6018/2026.56.5.019](https://doi.org/10.26102/2310-6018/2026.56.5.019)

Модификация процедуры распрямления объектов бинарных растровых изображений на основе оси криволинейной симметрии для многоконтурных фигур

О.С. Середин^{1,2}, Д.В. Ляхов¹✉, О.А. Кушнир¹

¹Тулский государственный университет, Тула, Российская Федерация

²Московский государственный технологический университет «Станкин», Москва, Российская Федерация

Резюме. В работе предложена модификация процедуры распрямления многоконтурных фигур бинарных растровых изображений на основе оси криволинейной симметрии. Данная модификация учитывает внешний и внутренние контуры анализируемой фигуры при ее разделении на части для последующего распрямления. Каждая часть фигуры соответствует своему фрагменту оси криволинейной симметрии, представляющей собой набор сочлененных отрезков. Для каждой части составляется маска, содержащая точки внешнего контура и внутренних контуров, входящих в нее. Каждая точка любого контура из полученной маски преобразуется – поворачивается и смещается относительно соответствующего фрагмента оси криволинейной симметрии. Для отображения преобразованных контуров учитывается их иерархия, представляющая собой структуру дерева. Цвет закрашивания контура меняется поочередно в зависимости от глубины его вложенности в дереве иерархии. Экспериментальные исследования предложенной модификации продемонстрировали возможность распрямлять фигуры с произвольным количеством внутренних контуров разных форм и разного уровня вложенности. Сравнение площадей преобразованных фигур относительно исходных показало уменьшение количества искажений при распрямлении. Предложенный метод позволяет устранить ограничение на использование жадного алгоритма поиска оси криволинейной симметрии только для объектов без внутренних контуров.

Ключевые слова: симметрия, бинарное растровое изображение, криволинейная симметрия, мера Жаккара, контур фигуры.

Благодарности: Исследование выполнено в рамках государственного задания № FSFS-2026-0009.

Для цитирования: Середин О.С., Ляхов Д.В., Кушнир О.А. Модификация процедуры распрямления объектов бинарных растровых изображений на основе оси криволинейной симметрии для многоконтурных фигур. *Моделирование, оптимизация и информационные технологии*. 2026;14(5). URL: <https://moitvvt.ru/ru/journal/article?id=2305> DOI: 10.26102/2310-6018/2026.56.5.019

The modification for the straightening procedure by curvilinear symmetry axis for multi-contour figures in binary raster images

O.S. Seredin^{1,2}, D.V. Liakhov¹✉, O.A. Kushnir¹

¹Tula State University, Tula, the Russian Federation

²Moscow State University of Technology «STANKIN», Moscow, the Russian Federation

Abstract. The paper proposes the modification for the straightening procedure by curvilinear symmetry axis for multi-contour figures in binary raster images. This modification considers an external contour and internal contours of an analyzed figure when it is divided into parts for subsequent straightening. Each part of figure corresponds to its own fragment of curvilinear symmetry axis, which is a set of

articulated segments. A mask is created for each part, containing points of the external contour and internal contours included in the mask. Each point of any contour from a created mask is transformed (rotated and shifted) relative to the corresponding fragment of curvilinear symmetry axis. To display the transformed contours, their hierarchy, a tree structure, is taken into account. The color of contour painting over changes alternately by the nesting level of the contour in the hierarchy tree. Experimental results of the proposed modification demonstrate the possibility of creating straightened figures with a different number of internal contours of different shapes and different nesting levels. A comparison of areas of transformed shapes relative to the original ones showed a decrease the number of distortions during straightening. The proposed method eliminates the restriction using the greedy algorithm to find curvilinear symmetry only for objects without internal contours.

Keywords: symmetry, binary raster image, curvilinear symmetry, Jaccard measure, figure contour.

Acknowledgements: The research was carried out within the state task № FSFS-2026-0009.

For citation: Seredin O.S., Liakhov D.V., Kushnir O.A. The modification for the straightening procedure by curvilinear symmetry axis for multi-contour figures in binary raster images. *Modeling, Optimization and Information Technology*. 2026;14(5). (In Russ.). URL: <https://moitvvt.ru/ru/journal/article?id=2305> DOI: 10.26102/2310-6018/2026.56.5.019

Введение

Криволинейная симметрия является одним из свойств геометрических объектов, при котором ось симметрии задается непрямой линией. Примеры объектов с криволинейной симметрией представлены на Рисунке 1.

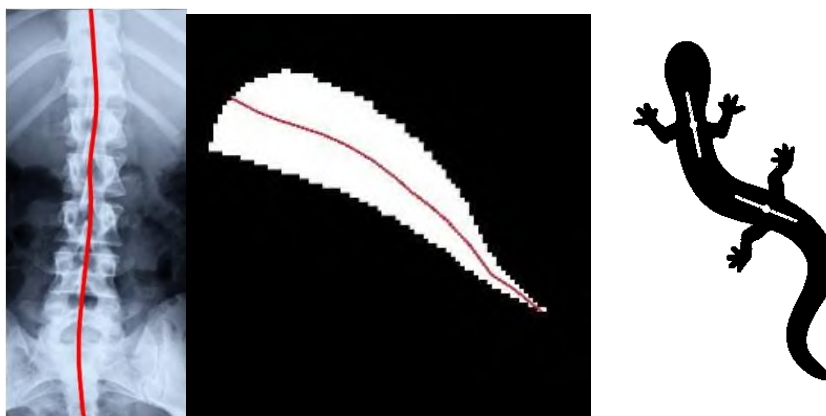


Рисунок 1 – Примеры объектов с криволинейным типом симметрии
 Figure 1 – Examples of objects with a curvilinear symmetry type

Данное свойство может быть использовано при анализе биомедицинских изображений [1], сканов листьев растений или при наблюдении за движениями животных в лабораторных условиях, при симметризации плоских полигональных форм (symmetrization of 2D polygonal shapes) [2].

В работе Lee и Liu [3] предлагается обобщение классического понятия симметрии отражения: авторы вводят и формализуют концепцию скользящей симметрии с криволинейной осью. Процесс поиска симметрии начинается с выявления локальных признаков симметрии между парами точек или элементов изображения, для каждой из которых вычисляются параметры потенциальной локальной оси. Затем локальные оси группируются в кластеры по их параметрам, из которых формируется изогнутая ось симметрии. Данный метод позволяет обнаруживать сложные оси симметрии на изображениях с шумом. Однако на некоторых наборах изображений реальных объектов он способен найти ось лишь в половине случаев.

Модификация метода из предыдущей работы была представлена Yanxi Liu и Jingchen Liu в статье [1]. Как и в предыдущем подходе, происходит поиск пар симметричных точек, для которых определяют среднюю точку. Затем из всех средних точек осуществляется поиск плавных траекторий, которые формируют ось симметрии. Так же вводится дополнительная проверка по четырехугольникам, сформированным соседними парами точек для отсеивания шума и уменьшения количества экземпляров для построения оси. По результатам экспериментов показано, что данный метод находит приемлемую ось симметрии по сравнению с предыдущей работой, однако сохраняется общий недостаток – зависимость от поиска начальных симметричных точек, которые в ряде случаев могут быть не обнаружены.

Совсем другой подход был представлен Тео в работе [4]. В ней поиск криволинейной симметрии происходит на зашумленных реальных изображениях с помощью метода структурированного случайного леса, для обучения которого требуется размеченный набор изображений. Сама же симметрия используется в качестве ориентира для сегментации сложных сцен.

Quan [5] переносит проблему обнаружения криволинейной симметрии в трехмерное пространство. Криволинейная симметрия формализована как симметрия вдоль гладкой трехмерной кривой, где каждая точка является локальным центром отражения для некоторого фрагмента поверхности анализируемой фигуры.

Криволинейная ось симметрии используется в задаче анализа изображений нематоды *Caenorhabditis Elegans* [6]. Авторы предлагают использовать параметрический «скелет» червя в виде кубического сплайна, по которому накладываются сечения, по которым фигура разворачивается в выпрямленную фигуру.

Еще один подход поиска криволинейной оси предложен Alhabri в работе [7]. Авторы разработали последовательный графовый алгоритм, который выделяет на каждой итерации наиболее выраженные пути на основе интенсивности, связности и формы, постепенно переходя к более мелким элементам. Данный подход позволяет выделить сложные криволинейные структуры, но также является требовательным к вычислительным ресурсам.

Среди всех описанных работ не существует единого способа оценки меры симметричности фигуры. В нашей работе [8], посвященной поиску оси криволинейной симметрии, был представлен алгоритм жадного поиска. Ось криволинейной симметрии задана набором сочлененных отрезков, поиск которых осуществляется итеративно на основе анализа локальных признаков фигуры. Представленный алгоритм продемонстрировал высокое быстродействие и возможность получать ось криволинейной симметрии для объектов любой степени «закрученности». Для оценки меры симметричности мы предлагаем использовать меру Жаккара [9], выраженную как

$$J = \frac{I \cap \bar{I}}{I \cup \bar{I}}, \quad (1)$$

где I – исходная фигура, \bar{I} – отраженная фигура относительно некоторой заданной прямой оси. Такой способ вычисления основан на предположении о том, что отражательная симметрия является частным случаем криволинейной симметрии. Кроме того, отражательная симметрия является более легким типом симметрии для восприятия человеком, а мера Жаккара хорошо согласуется с житейским представлением о параметрах симметрии.

Для осуществления расчета меры симметричности по такому способу исходную фигуру необходимо преобразовать – «выпрямить» найденную ось криволинейной симметрии и саму фигуру относительно этой оси (Рисунок 2).

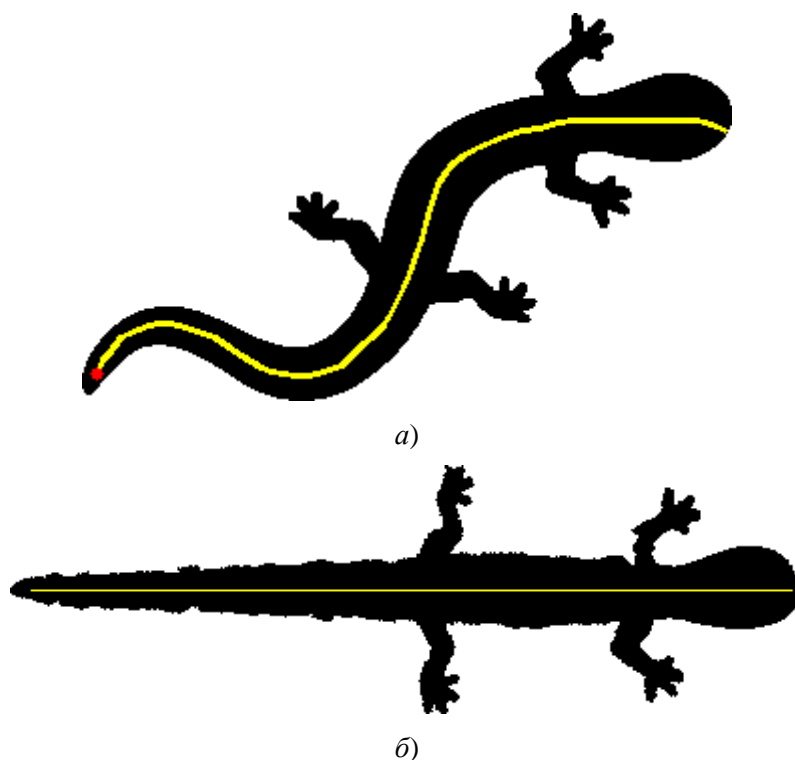


Рисунок 2 – Преобразование фигуры: *a* – пример найденной криволинейной симметрии с помощью жадного алгоритма (красным отмечена начальная точка алгоритма, задана экспертом); *b* – результат распрямления фигуры по найденной оси

Figure 2 – Transformation of the shape: *a* – an example of found curvilinear symmetry using a greedy algorithm (the starting point of the algorithm, set by an expert, is marked in red); *b* – the result of straightening the shape along the found axis

Использование меры Жаккара в качестве определения меры симметричности для криволинейной симметрии так же используется в работе [10]. В ней был предложен способ поиска оси на основе динамического программирования. Экспериментальные исследования показывают хорошее качество поиска оси, однако, у данного метода есть ограничения на кривизну искомой линии, а также данный способ требует существенных вычислительных затрат.

Хотя в работе [6] предложен подход распрямления фигуры, он направлен на узкое использование для конкретных биологических объектов. Наш подход более универсален, так как позволяет анализировать фигуры произвольной формы с разным количеством выступов любой сложности.

Однако изначально наш алгоритм распрямления был направлен только для простых фигур с одним внешним контуром, из-за чего возникают артефакты при распрямлении фигур с внутренними контурами. В данной работе предлагается способ распрямления с учетом внутренних контуров, на основе оси криволинейной симметрии, что позволяет уменьшить количество артефактов при распрямлении и последующей оценки меры симметричности.

Материалы и методы

Описание исходной процедуры распрямления на основе оси криволинейной симметрии. В нашей исходной работе [8] был представлен алгоритм жадного поиска оси криволинейной симметрии, результатом работы которого является набор точек p_i , $i \in [0, n]$, формирующих криволинейную ось. Расчет меры симметричности

осуществляется на распрямленной фигуре путем отражения относительно распрямленной оси и расчета меры Жаккара по формуле (1). Для получения такой фигуры в исходной работе была представлена процедура распрямления, принцип работы которой заключается в следующем.

На основе точек оси p_i формируются отрезки, начало и конец которых представляют собой точки p_i^L и p_i^R внешнего контура фигуры и которые проходят через точку p_i . Пары таких отрезков делят внешний контур и фигуру на сегменты. Пример такого разделения представлен на Рисунке 3.

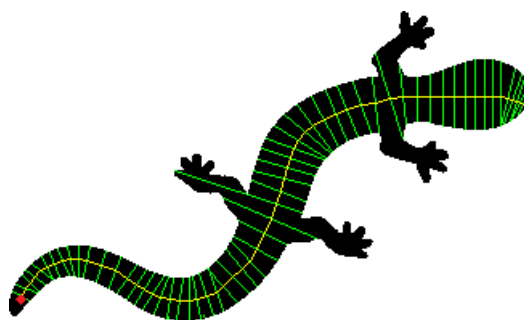


Рисунок 3 – Фигура, разделенная на сегменты по оси криволинейной симметрии
 Figure 3 – The figure divided into segments along the curvilinear symmetry axis

Каждый сегмент соответствует определенному набору точек внешнего контура фигуры $p_{ij}^{C_{external}}$ ($j \in [1, N]$, где N – количество точек внешнего контура). Кроме того, каждый отрезок оси $p_{i-1}p_i$ повернут на угол α_i относительно оси Y и точки поворота p_{i-1} . Тогда все точки $p_{ij}^{C_{external}}$ внешнего контура из полученного набора для отрезка $p_{i-1}p_i$ нужно повернуть на угол α_i относительно точки p_{i-1} . В результате распрямленная фигура формируется как совокупность ее повернутых и сочлененных фрагментов.

Дополнительно для внешнего контура создается специальная маска M , в которой, $m_j = 1$, если точка $p_{ij}^{C_{external}}$ была повернута и $m_j = 0$ в противном случае. Наличие этой маски обусловлено тем, что прямые, по которым разделяются фигуры, могут пересекаться и часть точек внешнего контура может принадлежать нескольким секторам. Таким образом, перед поворотом $p_{ij}^{C_{external}}$ проверяется условие $m_j \neq 1$ и если оно выполняется, тогда точка поворачивается и m_j становится равным 1.

Далее нужно разместить все секторы так, чтобы ось криволинейной симметрии образовала прямую. Для этого зафиксируем p_0 , относительно которой будет происходить распрямление. Следующая точка распрямленной оси \hat{p}_1 будет считаться точка p_1 , повернутая на угол α_1 относительно оси Y вокруг точки p_0 . Чтобы сместить следующий сектор, нужно вычислить вектор $q_1 = p_1 - \hat{p}_1$, который нужно применить к каждой точке внешнего контура p_{1j}^C и точкам оси p_1p_2 . Аналогичные действия выполняются для всех остальных секторов.

При распрямлении фигуры преобразованные точки внешнего контура могут быть расположены далеко друг от друга. Чтобы убрать пропуски из преобразованного контура, используется алгоритм Брезенхема [11] для прямой для поиска промежуточных точек. В итоге получается контур распрямленной фигуры, который можно отобразить на изображении.

Описанная выше базовая процедура обладает рядом недостатков. Так, если шаг жадного алгоритма будет достаточно большим, а фигура будет обладать внутренними контурами, то распрямленная фигура будет обладать большим количеством артефактов

при относительно адекватной оси криволинейной симметрии (Рисунок 4). На рисунке шаг жадного алгоритма – 115 пикселей, $\lambda = 0,7$; отношение площадей исходной фигуры к распрямленной – 0,976.

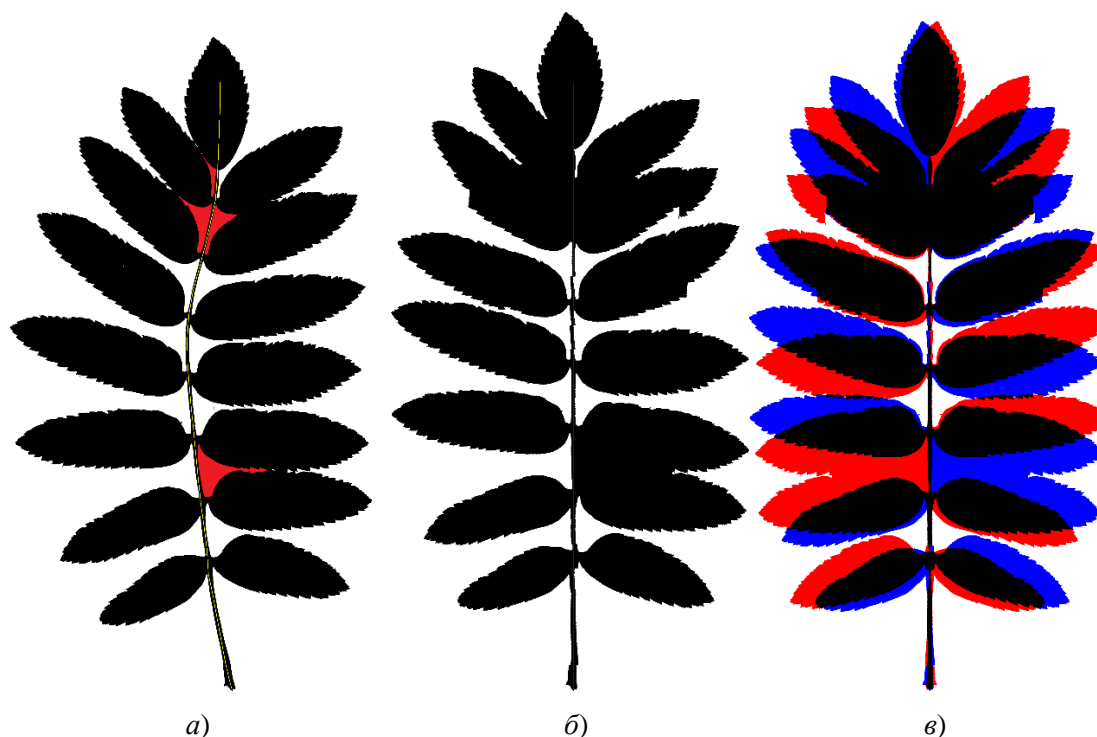


Рисунок 4 – Результат поиска оси криволинейной симметрии и распрямления по данной оси ветки рябины: *a* – исходная фигура с отмеченной осью (зеленый цвет) и внутренними контурами (закрашены красным цветом); *b* – распрямленная фигура; *c* – пересечение при отражении распрямленной фигуры относительно распрямленной оси
Figure 4 – Result of searching for the axis of curvilinear symmetry and straightening along this axis of a rowan branch: *a* – original figure with marked axis (green) and internal contours (filled in red); *b* – straightened figure; *c* – intersection when reflecting the straightened figure relative to the straightened axis

В данной статье мы будем решать проблему распрямления многоконтурных фигур. Исправление артефактов при большом шаге затрагивает изменение самого алгоритма жадного поиска оси криволинейной симметрии и будет рассмотрено в других работах.

Модификация процедуры распрямления многоконтурных фигур. Пусть задано исходное изображение I , которое содержит фигуру, состоящую из N контуров (внешний контур $C_{external}$ и все остальные – внутренние по отношению к внешнему). Создаем новое изображение I^{mask} , в котором 1 отмечены лишь точки контуров, а все остальные точки равны 0, и специальный «словарь» V , где каждой точке ставится в соответствие контур C_i , к которому она принадлежит.

В процессе работы базовой процедуры фигура делится на секторы по отрезкам, ограниченными точками внешнего контура и проходящим через точки оси криволинейной симметрии. Таким образом, фрагменты внешнего контура анализируемой фигуры и точки делящих отрезков формируют внешние контуры секторов, на которые делится фигура.

Тогда из этого набора точек можно сформировать новый контур и отобразить его заполненную версию на другом изображении I_i^{mask} . Далее можно вычислить маску

$I_i^{result} = I_i^{mask} \cap I^{mask}$, в которой 1 обозначены точки любых контуров, находящиеся внутри полученной фигуры сектора I_i^{mask} . Для фигуры на Рисунке 4 I^{mask} и полученные секторы на каждом шаге I_i^{result} показаны на Рисунке 5 (черными линиями отмечены проведенные между точками внешнего контура отрезки, которые выполняют разделение всей фигуры на секторы).

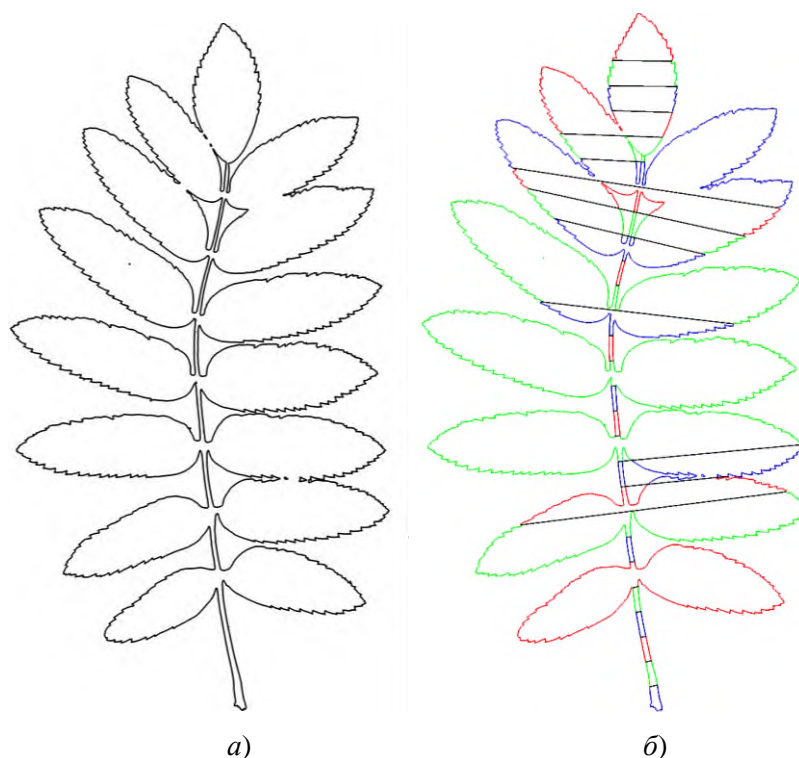


Рисунок 5 – Маска контуров фигуры: *a* – маска с отмеченными точками всех контуров для фигуры на Рисунке 4; *б* – секторы после разделения по внешнему контуру
Figure 5 – Mask of shape contours: *a* – mask with marked points of all contours for the shape in Figure 4; *b* – sectors after partitioning along the outer contour

Далее среди ненулевых точек I_i^{result} находим в словаре V контуры C_i , к которым они принадлежат.

Как и в исходной процедуре для каждого контура есть маска M_i , где $m_{ij} = 1$, если точка уже была преобразована. Поворот точки контура p_j^i осуществляется только, если $m_{ij} \neq 1$ по тем же формулам, что и в исходной процедуре.

В результате прохода процедуры по всем секторам исходной фигуры каждая точка любого контура – внешнего или внутреннего – становится преобразованной.

Затем в каждом контуре выполняется заполнение пробелов при их наличии и выполняется генерация изображения с распрямленной фигурой.

Генерация осуществляется следующим образом. Известно, что в бинарном изображении существует всего два цвета – черный и белый. Но для удобства будем обозначать цвета числами 0 и 1. Пусть сама исходная фигура закодирована цветом 1, а фон – 0. Если фигура обладает внутренними контурами, это значит, что их цвет кодируется 0. Внутренние контуры так же могут иметь свои внутренние контуры, которые будут кодироваться вновь единицами. Данный принцип сохраняется для любого уровня вложенности внутренних контуров.

Внешний контур $C_{external}$ обладает внутренними контурами $C_i^{external}$, каждый из которых так же может иметь свои внутренние контуры C_j^i и так далее. В результате такие связи образуют структуру дерева с корнем $C_{external}$.

Пройти по данному дереву можно как алгоритмом обхода в глубину, так и в ширину, но самое главное – цвет зарисовки контура поочередно меняется на 0 или 1 в зависимости от глубины.

В результате обхода такого дерева можно получить изображение распрямленной многоконтурной фигуры. Так, например, для фигуры на Рисунке 4 распрямленная версия с учетом внутренних контуров показана на Рисунке 6 (отношение площадей исходной фигуры к распрямленной – 0,997).

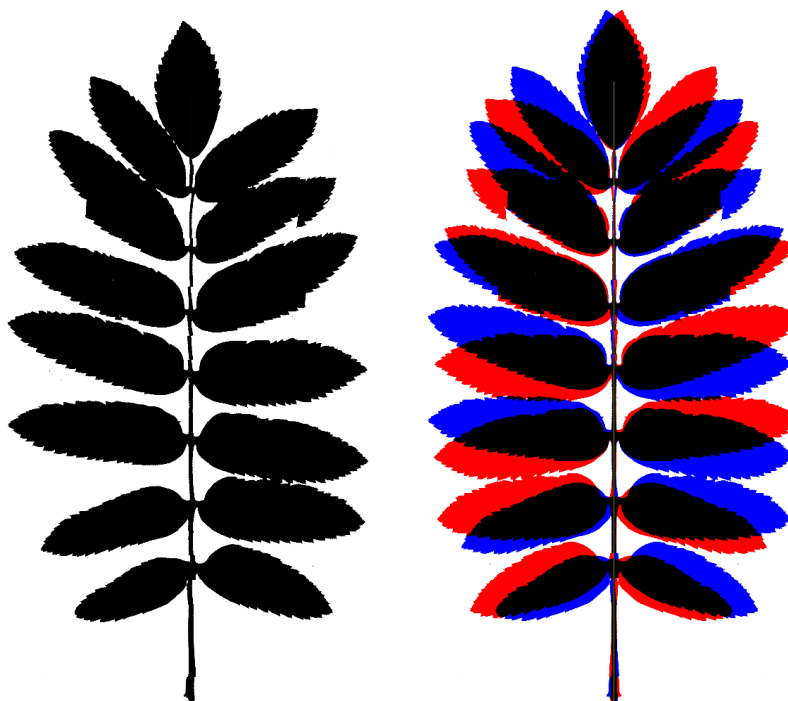


Рисунок 6 – Результат распрямления фигуры на Рисунке 4 с учетом внутренних контуров
Figure 6 – Result of straightening the figure in Figure 4, taking into account internal contours

Результаты

Оценка качества работы модифицированной процедуры распрямления будет осуществляться по следующим параметрам: отношение площадей исходной фигуры и распрямленной ($\frac{S_{original}}{S_{rectified}}$), время работы процедур распрямления (t_{old} и t_{new} для старой и новой процедуры соответственно) и полученные меры Жаккара (J_{old} и J_{new}). Для проведения экспериментов будем использовать изображения с фигурами, содержащие внутренние контуры. Модифицированная процедура распрямления многоконтурной фигуры на основе оси криволинейной симметрии разработана на языке программирования C++ с применением библиотек OpenCV для работы с изображениями и обработкой контуров фигур. Тестирование модифицированной процедуры проводилось на обычном ноутбуке с процессором Intel Core i5-9300h и ОЗУ типа DDR4 2667 МГц. Результаты экспериментов представлены в Таблицах 1 и 2.

Таблица 1 – Результаты распрямления фигур с использованием базовой и модифицированной процедуры распрямления

Table 1 – Results of straightening figures using the basic procedure and the modified procedure

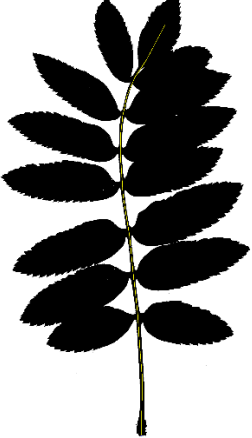
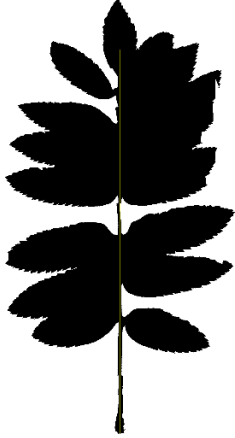
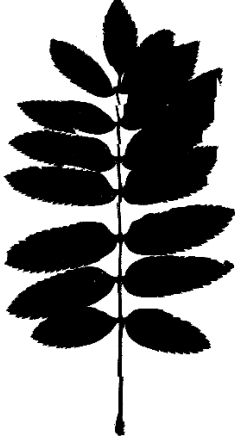
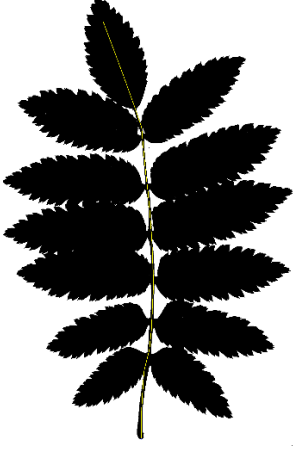
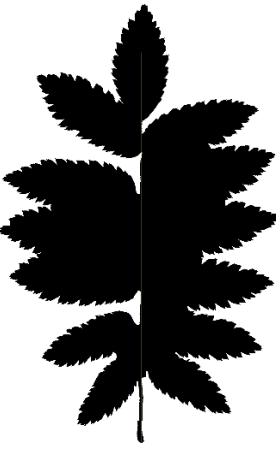
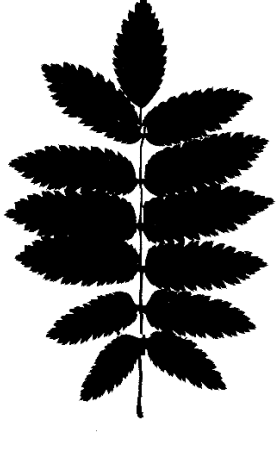
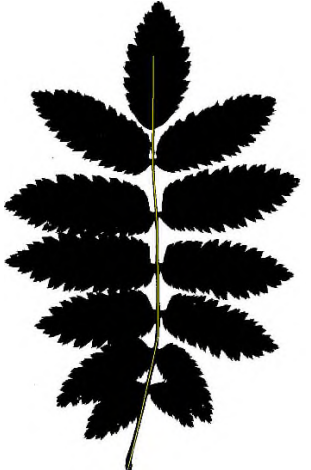
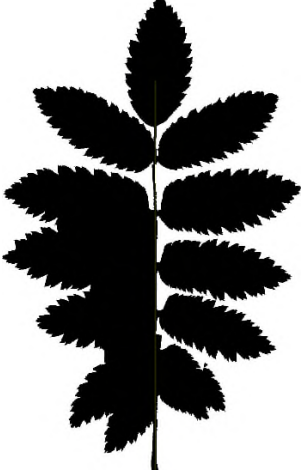
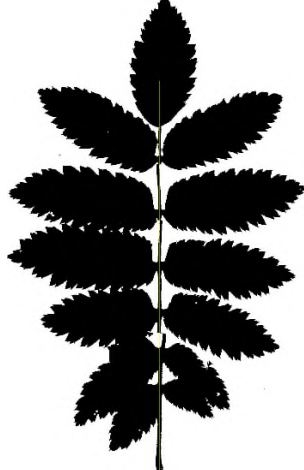
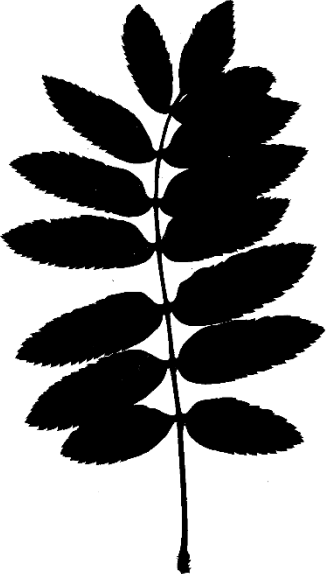
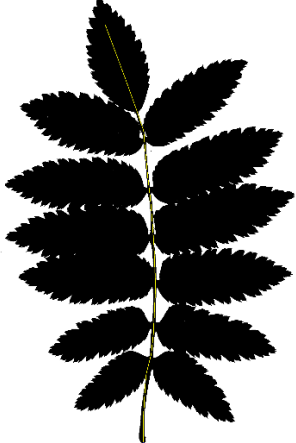
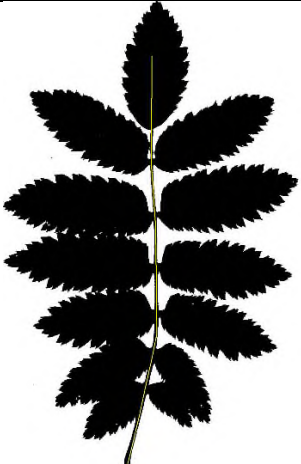
Исходная фигура	Распрямленная фигура с помощью базовой процедуры	Распрямленная фигура с помощью модифицированной процедуры
		
		
		

Таблица 2 – Числовые характеристики результатов поиска оси криволинейной симметрии с использованием исходной и модифицированной процедуры распрямления фигуры
 Table 2 – Numerical characteristic of the search results for a curvilinear symmetry axis using the original straightening procedure and the modified straightening procedure

Исходная фигура	t_{old} (мс)	t_{new} (мс)	J_{old}	J_{new}	$\frac{S_{original}}{S_{old}^{rectified}}$	$\frac{S_{original}}{S_{new}^{rectified}}$
	10	749	0,62951	0,597	0,907	0,957
	10	778	0,6623	0,6518	0,956	0,996
	9	424	0,6994	0,702	0,968	0,991

Как видно из результатов таблицы, отношение площади исходной фигуры к площади распрямленной фигуры стало ближе к единице, что говорит о том, что распрямленная фигура обладает меньшим количеством артефактов, чем до этого. Однако, время распрямления так же увеличилось, но это можно объяснить усложнением процедуры за счет введения новых этапов во время ее работы. И хотя из рисунков в Таблице 1 видно, что распрямленные фигуры все еще обладают некоторыми артефактами, все они связаны с длиной шага самого алгоритма жадного поиска оси криволинейной симметрии и исправление данных артефактов предполагает модификацию исходного алгоритма поиска оси.

В то же время предлагаемая в данной статье процедура позволяет распрямлять фигуру с любым количеством вложенных внутренних контуров. Для демонстрации этой возможности исходную фигуру на Рисунке 4 дополнили искусственными внутренними контурами разного уровня вложенности и сложности (Рисунок 7).

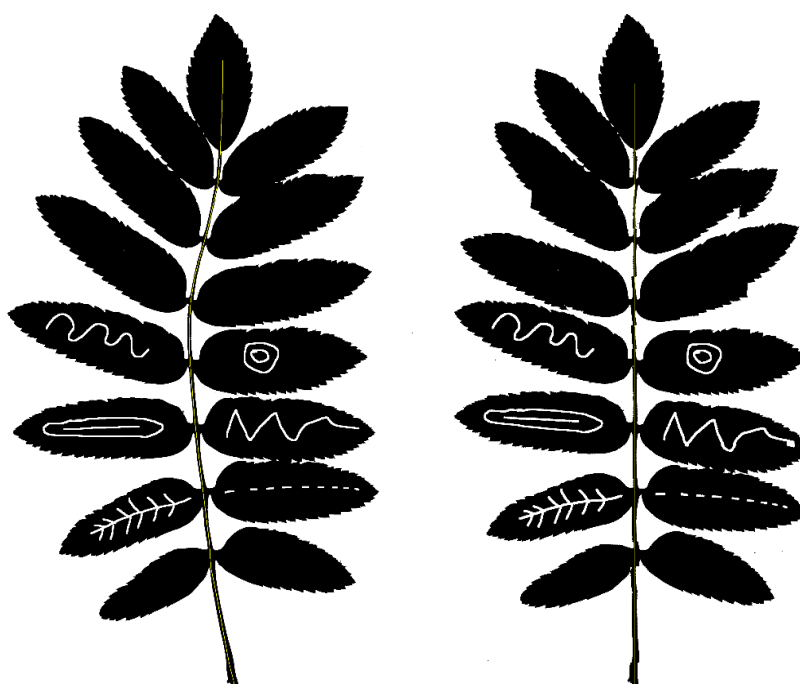


Рисунок 7 – Результат распрямления фигуры с произвольными количеством внутренних контуров

Figure 7 – The result of straightening the figure with an arbitrary number of internal contours

Заключение

В работе предложена модификация процедуры распрямления фигур на основе оси криволинейной симметрии для объектов с внутренними контурами. Процедура использует маски каждого сектора распрямления, соответствующие фрагментам оси криволинейной симметрии. Данные маски накладываются на изображения с отмеченными точками всех внутренних контуров, что позволяет учитывать их при распрямлении.

Модифицированная процедура продемонстрировала возможность распрямлять фигуры с любым количеством внутренних контуров. И хотя время распрямления увеличилось, предложенная модификация позволила убрать ограничение на поиск оси криволинейной симметрии только для фигур без внутренних контуров. А наличие двух разных алгоритмов распрямления можно использовать для выбора эффективного алгоритма на основе анализа структуры фигуры.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ / REFERENCES

1. Liu J., Liu Y. Curved reflection symmetry detection with self-validation. In: *Computer Vision – ACCV 2010: 10th Asian Conference on Computer Vision: Revised Selected Papers: Part IV, 08–12 November 2010, Queenstown, New Zealand*. Berlin, Heidelberg: Springer; 2011. P. 102–114. https://doi.org/10.1007/978-3-642-19282-1_9
2. Huang J., Stoter J., Nan L. Symmetrization of 2D Polygonal Shapes Using Mixed-Integer Programming. *Computer-Aided Design*. 2023;163. <https://doi.org/10.1016/j.cad.2023.103572>
3. Lee S., Liu Y. Curved glide-reflection symmetry detection. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*. 2012;34(2):266–278. <https://doi.org/10.1109/TPAMI.2011.118>
4. Teo Ch.L., Fermüller C., Aloimonos Y. Detection and segmentation of 2D curved reflection symmetric structures. In: *2015 IEEE International Conference on Computer Vision (ICCV), 07–13 December 2015, Santiago, Chile*. IEEE; 2015. P. 1644–1652. <https://doi.org/10.1109/ICCV.2015.192>
5. Quan L., Zhang Y., Tang K. Curved reflection symmetric axes on free-form surfaces and their extraction. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*. 2018;15(1):111–126. <https://doi.org/10.1109/TASE.2016.2595589>
6. Peng H., Long F., Liu X., Kim S.K., Myers E.W. Straightening *Caenorhabditis elegans* images. *Bioinformatics*. 2008;24(2):234–242. <https://doi.org/10.1093/bioinformatics/btm569>
7. Alharbi Sh.S., Willcocks Ch.G., Jackson Ph.T.G., Alhasson H.F., Obara B. Sequential graph-based extraction of curvilinear structures. *Signal, Image and Video Processing*. 2019;13(5):941–949. <https://doi.org/10.1007/s11760-019-01431-6>
8. Seredin O., Liakhov D., Lomov N., Kushnir O., Kopylov A. Greedy Algorithm for Fast Finding Curvilinear Symmetry of Binary Raster Images. In: *Analysis of Images, Social Networks and Texts: 11th International Conference (AIST 2023), 28–30 September 2023, Yerevan, Armenia*. Cham: Springer; 2024. P. 241–251. https://doi.org/10.1007/978-3-031-54534-4_17
9. Jaccard P. Étude comparative de la distribution florale dans une portion des Alpes et du Jura. *Bulletin de la Société Vaudoise des Sciences Naturelles*. 1901;37:547–579.
10. Lomov N., Seredin O. Dynamic programming for curved reflection symmetry detection in segmented images. *The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*. 2023;XLVIII-2/W3-2023:157–163. <https://doi.org/10.5194/isprs-archives-XLVIII-2-W3-2023-157-2023>
11. Bresenham J.E. Algorithm for computer control of a digital plotter. In: *Seminal graphics: pioneering efforts that shaped the field*. New York: ACM SIGGRAPH; 1998. P. 1–6.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ / INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Середин Олег Сергеевич, кандидат физико-математических наук, доцент, Тульский государственный университет, Тула; старший научный сотрудник, Московский государственный технологический университет «Станкин», Москва, Российская Федерация.
e-mail: oseredin@yandex.ru
ORCID: [0000-0003-0410-7705](https://orcid.org/0000-0003-0410-7705)

Oleg S. Seredin, Candidate of Physico-Mathematical Sciences, Associate Professor, Tula State University, Tula; Senior Researcher, Moscow State University of Technology «STANKIN», Moscow, the Russian Federation.

Ляхов Даниил Викторович, аспирант, **Daniil V. Liakhov**, Postgraduate, Tula State
Тульский государственный университет, Тула, Российская Федерация. University, Tula, the Russian Federation.
e-mail: liakhov.daniil@mail.ru
ORCID: [0000-0003-1105-9780](https://orcid.org/0000-0003-1105-9780)

Кушнир Олеся Александровна, кандидат технических наук, доцент, Тульский государственный университет, Тула, Российская Федерация. **Olesia A. Kushnir**, Candidate of Engineering Sciences, Associate Professor, Tula State University, Tula, the Russian Federation.
e-mail: kushnir-olesya@rambler.ru
ORCID: [0000-0001-7879-9463](https://orcid.org/0000-0001-7879-9463)

*Статья поступила в редакцию 22.03.2026; одобрена после рецензирования 12.05.2026;
принята к публикации 19.05.2026.*

*The article was submitted 22.03.2026; approved after reviewing 12.05.2026;
accepted for publication 19.05.2026.*