

УДК 681.51:629.3

DOI: [10.26102/2310-6018/2026.60.9.019](https://doi.org/10.26102/2310-6018/2026.60.9.019)

Метод низкоранговой онлайн-коррекции оценки сил шин автомобиля в информационно-измерительной системе на основе физических ограничений

Т. Хоу✉, А.А. Кулик, Ш. Чжоу

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация

Резюме. Рассматривается задача онлайн-коррекции оценки сил шин автомобиля в информационно-измерительной системе при изменении параметров шин и условий сцепления с дорогой. Непосредственное измерение продольных и боковых сил в эксплуатационных условиях затруднено, поэтому исходная оценка формируется с использованием физической базовой модели и остаточной Transformer-модели, обученной на офлайн-этапе. В работе исследуется не построение полной схемы оценки с нуля, а локальная низкоранговая коррекция выходного слоя замороженной оценочной модели. Предлагаемый метод сохраняет параметры основной модели неизменными и обновляет только корректирующий блок. Основная схема не использует псевдометки сил шин; вариант на основе взвешенного метода наименьших квадратов рассматривается только как связанный методический подход. Целевая функция включает согласование боковой динамики автомобиля, момента рыскания, ограничение по эллипсу сцепления и якорную регуляризацию. Для выделения информативных интервалов используется механизм запуска обновления, реагирующий на резкие изменения (скачки) выходного сигнала и динамическое возбуждение. Вычислительный эксперимент выполнен для пяти сценариев сдвига условий эксплуатации; для каждого сценария выполнено десять независимых запусков. Частота запуска составила 1,88–2,27 %, покрытие окон обновления – 11,2–14,4 %. Истинные значения сил шин не использовались при принятии решения о публикации обновления и применялись только для последующей офлайн-оценки; в рассматриваемых сценариях снижение среднеквадратичной ошибки составило от нулевого значения до 6,23 %. Полученные результаты показывают, что эффективность онлайн-коррекции зависит от характера сдвига условий эксплуатации и настроек процедуры обновления.

Ключевые слова: оценка сил шин, информационно-измерительная система, динамика автомобиля, физические ограничения, низкоранговая коррекция, онлайн-коррекция, сдвиг условий эксплуатации.

Для цитирования: Хоу Т., Кулик А.А., Чжоу Ш. Метод низкоранговой онлайн-коррекции оценки сил шин автомобиля в информационно-измерительной системе на основе физических ограничений. *Моделирование, оптимизация и информационные технологии*. 2026;14(9). URL: <https://moitvvt.ru/ru/journal/article?id=2488> DOI: 10.26102/2310-6018/2026.60.9.019

Method of low-rank online correction of vehicle tire-force estimation in an information-measuring system based on physical constraints

T. Hou✉, A.A. Kulik, S. Zhou

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, the Russian Federation

Abstract. The paper considers online correction of vehicle tire-force estimates in a measurement information system under changes in tire parameters and road adhesion conditions. Direct measurement of longitudinal and lateral forces under operating conditions is difficult; therefore, the initial estimate is

formed using a physical baseline model and an offline-trained residual Transformer model. The study focuses not on constructing a complete estimation scheme from scratch, but on low-rank correction of the output layer of a frozen estimation model. The proposed method keeps the parameters of the main model unchanged and updates only the correction block. The main scheme does not use tire-force pseudo-labels; the weighted least-squares pseudo-label variant is considered only as a related methodological technique. The objective function includes lateral-dynamics consistency, yaw-moment consistency, a friction-ellipse constraint and anchor regularization. To select informative intervals, an update-triggering mechanism based on output-estimate jumps and dynamic excitation is used. The computational experiment was performed for five operational-shift scenarios, with ten independent runs performed for each scenario. The trigger rate ranges from 1.88 to 2.27 %, and the update-window coverage ranges from 11.2 to 14.4 %. True tire-force values were not used in the update-release decision and were employed only for subsequent offline evaluation; across the examined scenarios, the reduction in root-mean-square error ranged from zero to 6.23 %. The results show that the effectiveness of online correction depends on the type of operational shift and on the update settings.

Keywords: tire-force estimation, measurement information system, vehicle dynamics, physical constraints, low-rank correction, online correction, operational shift.

For citation: Hou T., Kulik A.A., Zhou S. Method of low-rank online correction of vehicle tire-force estimation in an information-measuring system based on physical constraints. *Modeling, Optimization and Information Technology*. 2026;14(9). (In Russ.). URL: <https://moitvvt.ru/journal/article?id=2488> DOI: 10.26102/2310-6018/2026.60.9.019

Введение

Оценка сил, возникающих в контакте шины с дорогой, является одной из важных задач информационно-измерительных и управляющих систем современного автомобиля. Продольные и боковые силы шин определяют предельные возможности торможения, разгона и маневрирования, а также используются в системах курсовой устойчивости и активной безопасности [1, 2], а также в задачах автоматизированного управления движением [3]. В серийных автомобилях непосредственное измерение этих сил, как правило, невозможно из-за высокой стоимости специальных датчиков и сложности их установки. Поэтому на практике применяются косвенные методы оценки, основанные на данных бортовых датчиков, динамических моделях автомобиля и алгоритмах обработки измерительной информации.

К традиционным подходам относятся расширенный фильтр Калмана, сигматочечный фильтр Калмана, нелинейные наблюдатели, модели боковой динамики и параметрические модели шин [4, 5]. Эти методы обладают ясной физической интерпретацией и хорошо согласуются с инженерной структурой задачи. Вместе с тем их точность существенно зависит от параметров автомобиля, характеристик шин, эффективного радиуса колеса, распределения вертикальной нагрузки и условий сцепления шины с дорогой. При изменении типа шин, износе, сезонной замене, различии размерности шин или движении по покрытию с пониженным коэффициентом сцепления фиксированная физическая модель может давать систематическую ошибку. Особенно сложными являются режимы, в которых сцепление левых и правых колес различается, поскольку интегральные уравнения движения автомобиля не позволяют однозначно восстановить распределение сил по каждому колесу.

В последние годы для оценки сил шин применяются методы машинного обучения, в том числе модели, использующие временные последовательности сигналов бортовых датчиков [6, 7]. Нейросетевые оценочные модели способны аппроксимировать нелинейные зависимости, которые трудно явно описать с помощью аналитической модели шины. Однако полностью ориентированный на данные подход слабо учитывает физическую структуру задачи и может быть чувствителен к изменению условий

эксплуатации. Более устойчивым является комбинированный подход, при котором физическая базовая модель формирует начальную оценку, а нейросетевая модель оценивает остаточную составляющую ошибки [8]. В такой постановке физические признаки, включая вертикальную нагрузку, динамику вращения колеса, априорные оценки продольной и боковой сил, сохраняют инженерный смысл, а нейросетевая часть используется для компенсации остаточных нелинейных отклонений.

В настоящем исследовании комбинированная модель принимается в качестве базового оценщика, предварительно обученного на офлайн-этапе. Он включает физическую базовую модель и Transformer-оценщик остаточной составляющей. Далее эта часть обозначается как остаточная Transformer-модель. Следует подчеркнуть, что в рамках настоящей статьи не ставится задача заново синтезировать полную схему оценивания сил. Основная задача состоит в исследовании выходной низкоранговой онлайн-коррекции замороженной оценочной модели при сдвиге условий эксплуатации.

Необходимость такой коррекции связана с тем, что модель, обученная на ограниченном наборе режимов, может терять точность при изменении параметров шин и сцепления с дорогой. Полная онлайн-настройка нейросетевой модели в реальном автомобиле нежелательна: она требует значительных вычислительных ресурсов, может приводить к переобучению на коротких фрагментах движения и не располагает истинными значениями сил шин. Поэтому практический интерес представляет адаптация небольшого числа параметров при сохранении основной модели неизменной.

Один из возможных подходов к онлайн-обновлению состоит в построении псевдометок на основе уравнений равновесия или взвешенного метода наименьших квадратов. Более общий контекст таких методов связан с физически-информированным обучением и серыми моделями [9, 10], а также с методами физически-информированного машинного обучения [11] и параметрически эффективной адаптации [12, 13]. В такой схеме вспомогательная физическая модель формирует оценку целевого распределения сил, которая затем используется как обучающий сигнал. Однако псевдометки могут наследовать ошибки самой вспомогательной модели. При недостаточной наблюдаемости, шуме измерений или неоднозначности распределения сил между колесами такое обновление может приводить к ухудшению оценки. По этой причине в настоящей работе вариант с псевдометками, полученными взвешенным методом наименьших квадратов, рассматривается только как связанный методический подход и не используется ни в качестве основного метода, ни в качестве количественного эталона сравнения.

Основной подход статьи состоит в низкоранговой онлайн-коррекции выходного слоя замороженной оценочной модели. При этом физическая базовая модель, остаточная Transformer-модель и механизм формирования скрытых признаков не изменяются. Онлайн-обновлению подлежит только небольшой корректирующий блок, параметризованный низкоранговым разложением. Такая постановка снижает вычислительную стоимость онлайн-адаптации и ограничивает возможное отклонение модели от предварительно обученного состояния.

В качестве целевой функции основного метода используется прямая оптимизация физических ограничений. В нее входят согласование боковой динамики автомобиля, согласование момента рыскания, ограничение по эллипсу сцепления и якорная регуляризация относительно исходной оценки. Такой подход не требует построения псевдометок сил шин в основной схеме обновления. Истинные значения сил шин используются только при офлайн-оценке качества в вычислительном эксперименте, но не входят в процедуру онлайн-коррекции. Дополнительно применяется механизм запуска обновления, основанный на скачках выходной оценки и динамическом возбуждении. Кандидатное обновление публикуется только при выполнении

совокупности физических и статистических критериев. Если хотя бы один критерий не выполнен, кандидат отклоняется, а действующие параметры сохраняются без изменения.

Вычислительная проверка выполняется в нескольких сценариях сдвига условий эксплуатации, включая замену шин, изменение размерности шин, снижение коэффициента сцепления и асимметричное сцепление левых и правых колес. Помимо основного метода анализируются статистика принятия и отклонения кандидатных обновлений, чувствительность к весовым коэффициентам функции потерь и влияние размерности низкорангового разложения.

Целью работы является разработка и экспериментальная оценка метода низкоранговой онлайн-коррекции оценки сил шин автомобиля на основе прямой оптимизации физических ограничений при сдвиге параметров шин и условий сцепления с дорогой. Такая постановка соответствует тематике моделирования, оптимизации и информационных технологий в задачах управления транспортными и беспилотными системами [14, 15].

В соответствии с указанной целью в работе решаются следующие задачи: сформировать постановку выходной низкоранговой коррекции замороженной оценочной модели, включающей физическую базовую модель и остаточную Transformer-модель; разработать целевую функцию прямой физической оптимизации, не использующую псевдометки сил шин в основной схеме обновления; выполнить в сценариях сдвига условий эксплуатации анализ механизма запуска обновления, статистики принятия и отклонения кандидатных обновлений, чувствительности к весовым коэффициентам функции потерь и размерности низкорангового разложения.

Статья организована следующим образом. Во втором разделе описана физическая модель формирования исходных оценок сил шин. В третьем разделе рассматривается оценка остаточной составляющей на основе временной модели. В четвертом разделе представлена низкоранговая онлайн-коррекция на основе физических ограничений. В пятом разделе приведены результаты вычислительного эксперимента, после чего сформулировано заключение.

Материалы и методы

Физическая модель формирования исходных оценок сил шин. Рассматривается система координат автомобиля, связанная с центром масс: ось x направлена вперед, ось y – влево, положительное направление рыскания соответствует повороту против часовой стрелки. В дискретный момент времени t доступен вектор измерительной информации:

$$x_t \in \mathbb{R}^{n_x}. \quad (1)$$

В его состав входят угловые скорости колес, ускорения кузова, угловая скорость рыскания, угол поворота управляемых колес, продольная и боковая скорости, а также вспомогательные признаки, формируемые физической базовой моделью. Замороженная оценочная модель обозначается как:

$$f_{\theta_0}: \mathbb{R}^{n_x} \rightarrow \mathbb{R}^8, \quad (2)$$

где θ_0 – параметры, определенные на офлайн-этапе и не изменяемые при онлайн-коррекции. Выходной вектор включает оценки продольных и боковых сил четырех колес:

$$\hat{F}_t = f_{\theta_0}(x_t) = [\hat{F}_{x,fl}, \hat{F}_{x,fr}, \hat{F}_{x,rl}, \hat{F}_{x,rr}, \hat{F}_{y,fl}, \hat{F}_{y,fr}, \hat{F}_{y,rl}, \hat{F}_{y,rr}]^T. \quad (3)$$

Вертикальная нагрузка $\hat{F}_{z,i}$ не является целевой переменной онлайн-коррекции. Она формируется физической базовой моделью и используется далее в ограничении по эллипсу сцепления.

Базовая физическая модель служит источником интерпретируемых начальных приближений для продольной и боковой сил, а также вертикальной нагрузки. Продольная сила оценивается с учетом динамики вращения колеса. Для i -го колеса уравнение динамики вращения имеет вид:

$$I_w \dot{\omega}_i = T_{d,i} - T_{b,i} - R_e F_{x,i}^w - \Omega_i^{loss}, \quad (4)$$

где I_w – момент инерции колеса, ω_i – угловая скорость колеса, $T_{d,i}$ и $T_{b,i}$ – приводной и тормозной моменты на валу, R_e – эффективный радиус качения, $F_{x,i}^w$ – продольная сила шины в системе координат колеса, а Ω_i^{loss} – неучтенный момент потерь. Продольная сила шины и момент потерь объединяются в эквивалентное возмущение:

$$\dot{\omega}_i = u_i + d_i, \quad u_i = \frac{T_{d,i} - T_{b,i}}{I_w}, \quad (5)$$

$$d_i = -\frac{R_e F_{x,i}^w + \Omega_i^{loss}}{I_w}. \quad (6)$$

Для оценки этого возмущения используются расширенные состояния $z_1 = \omega_i$, $z_2 = d_i$, $z_3 = \dot{d}_i$. Слабый адаптивный высокоусилительный расширенный наблюдатель состояния третьего порядка имеет вид:

$$\dot{\hat{z}}_1 = u_i + \hat{z}_2 + l_1 \psi(e_1), \quad (7)$$

$$\dot{\hat{z}}_2 = \text{sat}_{\bar{z}_3}(\hat{z}_3) + l_2 \psi(e_1), \quad (8)$$

$$\dot{\hat{z}}_3 = \Pi_{\bar{z}_3}(\hat{z}_3, -\eta_3 \omega_0 \hat{z}_3 + l_3 \psi(e_1)), \quad (9)$$

где $e_1 = \omega_i - \hat{z}_1$. Насыщение во втором канале, а также проекция и утечка в третьем канале ограничивают неустойчивый рост высокоусилительной компоненты при шуме измерений. Коэффициенты наблюдателя задаются через параметр полосы:

$$l_1 = 3\omega_0, \quad l_2 = 3\omega_0^2, \quad l_3 = \gamma_3 \omega_0^3. \quad (10)$$

После оценки эквивалентного возмущения продольная сила в системе координат колеса восстанавливается как:

$$\hat{F}_{x,i}^{w,ESO} = -\frac{I_w \dot{\hat{z}}_2}{R_e}. \quad (11)$$

Боковая сила в физической базовой модели задается через угол увода и модель Magic Formula. Угол увода i -го колеса определяется выражением:

$$\alpha_i = \arctan \frac{v_{y,i}^w}{\max(|v_{x,i}^w|, v_{\min})}, \quad (12)$$

а априорная оценка боковой силы записывается в виде:

$$\hat{F}_{y,i}^0 = D_i \sin[C_\alpha \arctan(B_\alpha \alpha_i - E_\alpha (B_\alpha \alpha_i - \arctan(B_\alpha \alpha_i)))] + S_y, \quad (13)$$

где B_α , C_α , D_i , E_α – параметры модели шины, S_y – смещение боковой силы. Вертикальная нагрузка вычисляется с учетом продольного и бокового перераспределения, включая деформацию подвески и вязкое трение:

$$\Delta F_z^x = \frac{mh}{l} a_x, \quad \Delta F_{z,f}^y = \lambda_f \frac{mh}{t_f} a_y, \quad \Delta F_{z,r}^y = \lambda_r \frac{mh}{t_r} a_y. \quad (14)$$

Низкочастотная составляющая вертикальной нагрузки по каналу подвески задается выражением:

$$\hat{F}_{z,i}^s = F_{z,i}^{st} + \beta_i(k_i z_{s,i} + c_i \dot{z}_{s,i}). \quad (15)$$

Указанные физические зависимости выступают в качестве источника априорной информации и ограничений для замороженной структуры оценщика, а не как непосредственный объект онлайн-оптимизации. На их основе далее формируются как исходные оценки сил, так и ограничения, применяемые при онлайн-коррекции.

Дальнейшая физическая согласованность задается уравнениями плоского движения автомобиля. Уравнение бокового движения принимает вид:

$$m(\dot{v}_y + v_x r) = \sum_{i=1}^4 F_{y,i}^b, \quad (16)$$

а уравнение рыскания:

$$I_z \dot{r} = \sum_{i=1}^4 (x_i F_{y,i}^b - y_i F_{x,i}^b). \quad (17)$$

В этих выражениях m – масса автомобиля, v_x и v_y – продольная и поперечная скорости, r – угловая скорость рыскания, I_z – момент инерции относительно вертикальной оси, x_i и y_i – координаты контакта i -го колеса, $F_{x,i}^b$ и $F_{y,i}^b$ – силы, приведенные к системе координат кузова.

Для управляемых колес переход от системы координат колеса к системе координат кузова задается матрицей поворота:

$$\begin{bmatrix} F_x^b \\ F_y^b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \delta & -\sin \delta \\ \sin \delta & \cos \delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_x^w \\ F_y^w \end{bmatrix}. \quad (18)$$

Для задних колес $\delta = 0$, поэтому матрица поворота принимается единичной.

Таким образом, физическая базовая модель задает интерпретируемую, но параметрически ограниченную оценку. Для компенсации ее остаточных ошибок используется отдельная модель остаточной составляющей.

Оценка остаточной составляющей на основе временной модели. В дополнение к базовой физической модели применяется офлайн-обученный Transformer-блок, предназначенный для компенсации остаточной погрешности. Его задача состоит не в восстановлении сил шин с нуля, а в компенсации систематических остатков физической базовой модели. Для временного окна длиной L :

$$X_{t-L+1:t} = [x_{t-L+1}, \dots, x_t], \quad (19)$$

физическая базовая модель формирует:

$$\hat{F}_t^0 = f_0(x_t). \quad (20)$$

Остаточная Transformer-модель оценивает добавку:

$$\Delta \hat{F}_t^{NN} = g_{\theta_0}(X_{t-L+1:t}), \quad (21)$$

после чего итоговая замороженная оценочная модель имеет вид:

$$\hat{F}_t = \hat{F}_t^0 + \Delta \hat{F}_t^{NN}. \quad (22)$$

Остаточная Transformer-модель получает последовательность измеряемых и расчетных признаков в фиксированном временном окне и оценивает остаточную составляющую продольных и боковых сил относительно физической базовой модели. Использование временного окна позволяет учитывать задержанные зависимости между движением кузова, вращением колес, перераспределением вертикальной нагрузки и

изменением сцепления. На онлайн-этапе параметры временной модели и механизм формирования скрытых признаков остаются неизменными; корректируется только выходной низкоранговый блок, описанный далее.

Низкоранговая онлайн-коррекция на основе физических ограничений. Пусть $h_{x,k}$ и $h_{y,k}$ – скрытые признаки перед выходными слоями продольной и боковой ветвей замороженной оценочной модели. В выходной части вводится низкоранговая коррекция:

$$\hat{F}_k^{corr} = \hat{F}_k + \Delta F_k. \quad (23)$$

Низкоранговая добавка формируется отдельно для продольной и боковой ветвей:

$$\Delta F_k = \frac{1}{r} \cdot \begin{bmatrix} B_x A_x h_{x,k} \\ B_y A_y h_{y,k} \end{bmatrix}, \quad (24)$$

$$B_x, B_y \in R^{4 \times r}, A_x \in R^{r \times d_{hx}}, A_y \in R^{r \times d_{hy}}. \quad (25)$$

Эквивалентная поправка весовых матриц двух выходных ветвей имеет блочно-диагональный вид:

$$\Delta W = \text{diag}(B_x A_x, B_y A_y),$$

$$\text{rank}(B_j A_j) \leq \min(4, r), j \in \{x, y\}. \quad (26)$$

Корректирующий блок реализован в виде пяти параллельно обучаемых теневых экземпляров с независимой случайной инициализацией матриц A_x и A_y ; публикуемая поправка равна среднему по экземплярам, а разброс между экземплярами используется как показатель межмодельного расхождения в критериях публикации. Число обучаемых параметров одного корректирующего блока и пяти параллельных теневых блоков равно соответственно:

$$N_{par} = r(d_{hx} + d_{hy} + 8) = 232r,$$

$$N_{par}^{(5)} = 1160r. \quad (27)$$

На онлайн-этапе параметры основной модели не изменяются. Обновляются только матрицы A_x, B_x, A_y и B_y . Чтобы до начала онлайн-коррекции выход замороженной оценочной модели не изменялся, матрицы B_x и B_y инициализируются нулями, а матрицы A_x и A_y – малыми случайными значениями:

$$B_{x,0} = B_{y,0} = 0,$$

$$A_{x,0} \sim U(-a_x, a_x), A_{y,0} \sim U(-a_y, a_y), \quad (28)$$

где $a_x = d_{hx}^{-\frac{1}{2}}$ и $a_y = d_{hy}^{-\frac{1}{2}}$. При такой инициализации $\Delta W_0 = 0$, но сохраняется ненулевой градиент по матрицам B_x и B_y . Величина r – внутренняя размерность низкоранговой факторизации, а множитель $1/r$ нормирует амплитуду поправки при изменении r . Поскольку каждая ветвь имеет четыре выходных канала, эффективный ранг матрицы коррекции не превышает $\min(4, r)$. При $r > 4$ увеличиваются число параметров факторизации и свобода оптимизации, но не максимальный ранг четырехвыходной матрицы. В используемой реализации $d_{hx} = 96$ и $d_{hy} = 128$; поэтому один теневой корректирующий блок содержит $232r$ обучаемых параметров, а пять параллельных блоков – $1160r$. При $r = 6$ это соответствует 1392 параметрам на один блок и 6960 параметрам в совокупности.

С инженерной точки зрения, постоянная адаптация параметров в процессе движения нецелесообразна из-за роста вычислительной нагрузки и риска расходимости

алгоритма в малоинформативных режимах движения. Поэтому используется механизм запуска обновления. Сначала вычисляется скачок выходной оценки:

$$q_k = \|\hat{F}_k - \hat{F}_{k-1}\|_2. \quad (29)$$

В скользящем окне длиной $W = 80$ определяются среднее значение $\bar{q}_{k,W}$ и стандартное отклонение $\sigma_{k,W}$, после чего формируется нормированная статистика:

$$z_k = \frac{q_k - \bar{q}_{k,W}}{\sigma_{k,W} + \varepsilon}. \quad (30)$$

Показатель динамического возбуждения обозначается через e_k и рассчитывается по динамическим признакам колес и подвески на ближайшем временном участке. Условие запуска задается как:

$$J_k = 1(z_k > 3,5, e_k > 0,08). \quad (31)$$

Каждая точка запуска расширяется в окно обновления размером ± 10 отсчетов. Это позволяет включить в кандидатное обновление не только момент резкого изменения оценки, но и соседний переходный фрагмент.

Основная схема онлайн-коррекции не использует истинные значения сил шин и не строит псевдометки как целевой обучающий сигнал. Поэтому мы минимизируем функцию прямой оптимизации физических ограничений:

$$\mathcal{L} = \frac{\mathcal{L}_{lat}}{100} + \frac{\mathcal{L}_{yaw}}{10} + \mathcal{L}_{fric} + 0,1\mathcal{L}_{anc}. \quad (32)$$

Боковая динамическая невязка имеет вид:

$$\mathcal{L}_{lat} = \left(\frac{1}{m} \sum_i \hat{F}_{y,i}^{b,corr} - a_y^{b,*} \right)^2. \quad (33)$$

Здесь $a_y^{b,*}$ обозначает наблюдаемую боковую величину, приведенную к системе координат кузова с учетом доступной компенсации гравитационной составляющей и ориентации кузова.

Невязка по моменту рыскания определяется выражением:

$$\mathcal{L}_{yaw} = \left(\frac{1}{I_z} \sum_i (x_i \hat{F}_{y,i}^{b,corr} - y_i \hat{F}_{x,i}^{b,corr}) - \dot{r} \right)^2. \quad (34)$$

Ограничение по эллипсу сцепления записывается как:

$$\mathcal{L}_{fric} = \frac{1}{4} \sum_i \left[\max \left(0, \frac{\sqrt{(\hat{F}_{x,i}^{corr})^2 + (\hat{F}_{y,i}^{corr})^2}}{\mu_i \hat{F}_{z,i}^0} - 1 \right) \right]^2. \quad (35)$$

Якорная регуляризация ограничивает отклонение скорректированного выхода от исходной оценки:

$$\mathcal{L}_{anc} = \|\hat{F}^{corr} - \hat{F}\|_2^2. \quad (36)$$

Базовые коэффициенты функции потерь эквивалентны значениям $\lambda_{lat} = 0,01$, $\lambda_{yaw} = 0,1$, $\lambda_{fric} = 1$ и $\lambda_{anc} = 0,1$. Такая запись эквивалентна исходному масштабированию с делителями 100 и 10 и коэффициентом якорной регуляризации 0,1; изменена только форма представления весов. Коэффициенты заданы как инженерные начальные значения после приведения невязок к сопоставимым численным масштабам на офлайн-данных. Коэффициент ограничения сцепления со значением 1 использовался как фиксированный опорный масштаб нормированного штрафа и не варьировался. В

анализе локальной чувствительности три остальных относительных коэффициента поочередно умножались на 0,5 и 2; результаты приведены в Таблице 4.

После оптимизации в выбранном окне формируется кандидатное обновление. Решение о его публикации принимается без истинных значений сил шин. Кандидат должен одновременно обеспечивать уменьшение совокупной физической невязки, не увеличивать нарушение ограничения сцепления сверх допуска, сохранять согласованное улучшение на временных подмножествах, удовлетворять ограничению межмодельного расхождения, превышать установленную границу накопленного физического улучшения либо статистический критерий для калиброванного варианта, сохранять согласованность относительно исходного состояния и не превышать адаптивное ограничение амплитуды коррекции. Если хотя бы один из указанных критериев не выполняется, кандидатное обновление не публикуется, а действующие параметры сохраняются без изменения.

Результаты

Вычислительный эксперимент включал офлайн-оценку исходных моделей и основную серию онлайн-коррекции. Истинные значения сил шин использовались только при офлайн-обучении и последующей оценке; в онлайн-алгоритм они не передавались. Сценарии data011 и data012 соответствовали двум вариантам замены шин, data013 – изменению размерности шин, data014 – снижению сцепления, data015 – асимметрии сцепления левых и правых колес. Для каждого сценария выполнено десять независимых запусков.

Офлайн-обучение выполнялось на NVIDIA GeForce RTX 3070 в среде PyTorch 2.5.1; онлайн-подтверждение – в среде PyTorch 2.12.0 с использованием Apple Metal Performance Shaders.

Параметры процедуры обновления определялись на отдельной разработочной серии и были зафиксированы до основной подтверждающей серии отдельно для каждого сценария; результаты подтверждающей серии при выборе указанных значений не использовались. Максимальное число эпох составляло 50 для data011, 15 для data012 и data013, 30 для data014 и 20 для data015. В data011 использовалась граница накопленного физического улучшения 0,3 % и остановка после первого кандидата, прошедшего все критерии; в data013 дополнительно применялся односторонний критерий согласованности улучшения на трех временных подмножествах с критическим значением 2,920; в остальных сценариях использовалась фиксированная граница 1 %.

Таблица 1 – Сравнение базовых методов оценки сил шин
Table 1 – Comparison of baseline tire-force estimation methods

Метод	RMSE, Н	RMSE Fx, Н	RMSE Fy, Н	MAE, Н	P95, Н	R ²
Прямая физическая оценка	382,76	97,67	532,41	189,23	803,97	0,8914
EKF-Bicycle	360,65	111,20	497,77	238,32	727,38	0,8664
UKF-RandomWalk-Fy	348,26	111,20	479,80	182,23	904,74	0,8755
Чистая Transformer-модель	56,96	17,13	78,71	12,97	45,71	0,9976
Физическая модель + обычная Transformer-модель остатка	75,13	17,73	104,76	12,11	37,56	0,9958
Замороженная остаточная Transformer-модель	57,70	14,68	80,27	8,83	26,46	0,9975

Как следует из Таблицы 1, физическая оценка, расширенный и сигма-точечный фильтры дают RMSE 348-383 Н. Чистая Transformer-модель дает наименьшую RMSE (56,96 Н), однако замороженная остаточная Transformer-модель при сопоставимой RMSE (57,70 Н) имеет существенно меньший P95 (26,46 Н против 45,71 Н), поэтому принята за исходную модель онлайн-коррекции.

Первичная частота запуска составила 1,88–2,27 %, а покрытие окон – 11,2–14,4 % (Рисунки 1, 2). По Рисунку 3 окна выделяют локальные изменения выходной оценки, а не стационарный режим.

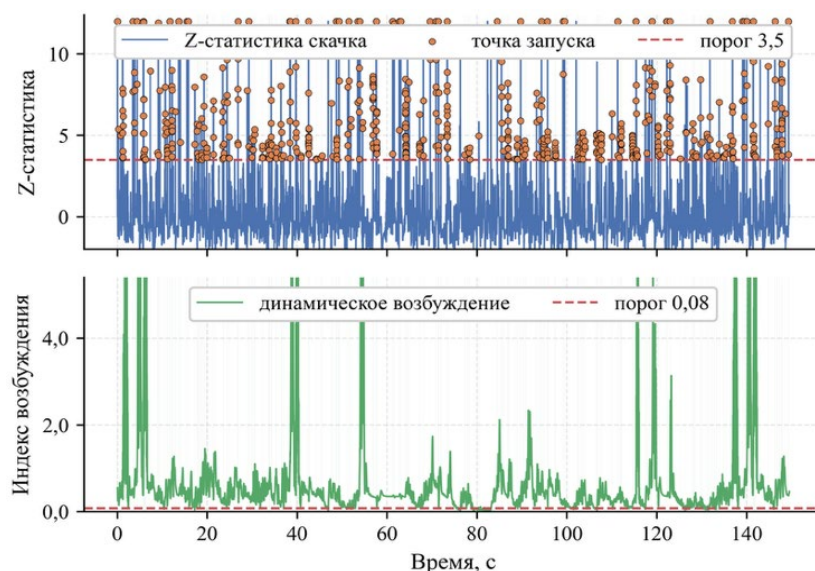


Рисунок 1 – Временная диаграмма запуска онлайн-обновления

Figure 1 – Time diagram of online-update triggering

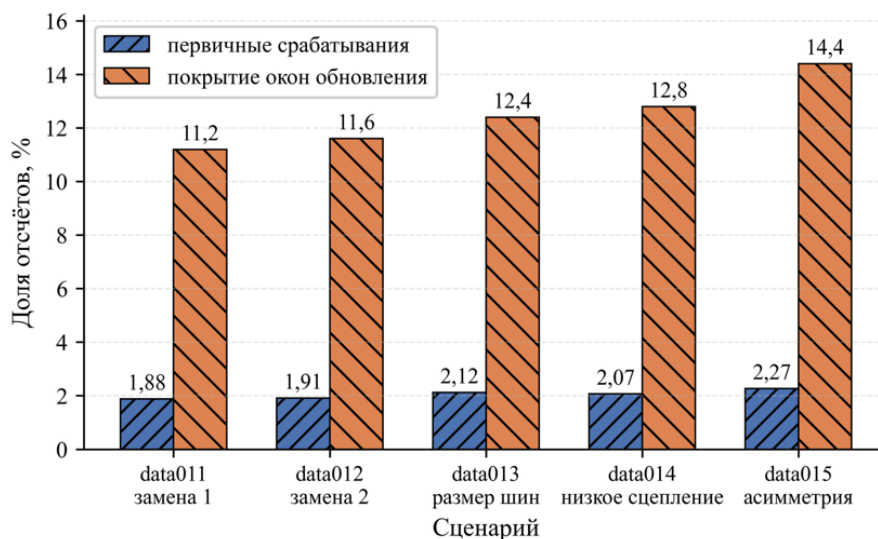


Рисунок 2 – Частота запуска и покрытие окон обновления

Figure 2 – Trigger rate and update-window coverage

В основной серии (Таблица 2, Рисунок 4) положительное снижение RMSE получено от 0,584 % в data013 до 6,227 % в data015; максимальное значение составило 6,23 %. В data012 обновления не публиковались. Результаты относятся к сценарно-зависимой конфигурации.

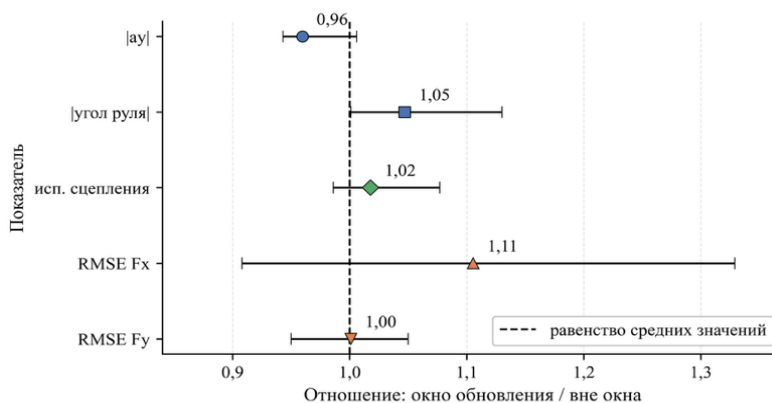


Рисунок 3 – Сравнение показателей в окнах обновления и вне них
Figure 3 – Comparison of indicators inside and outside update windows

Таблица 2 – Результаты основной серии онлайн-коррекции
Table 2 – Results of the primary online-correction series

Сценарий	Снижение RMSE, среднее $\pm$ SD, %	95 %-й доверительный интервал, %	Запуски с опубликованным обновлением
data011	1,220 $\pm$ 0,195	[1,081; 1,360]	10/10
data012	0,000 $\pm$ 0,000	[0,000; 0,000]	0/10
data013	0,584 $\pm$ 0,102	[0,511; 0,658]	10/10
data014	4,470 $\pm$ 0,167	[4,350; 4,589]	10/10
data015	6,227 $\pm$ 0,759	[5,685; 6,770]	10/10

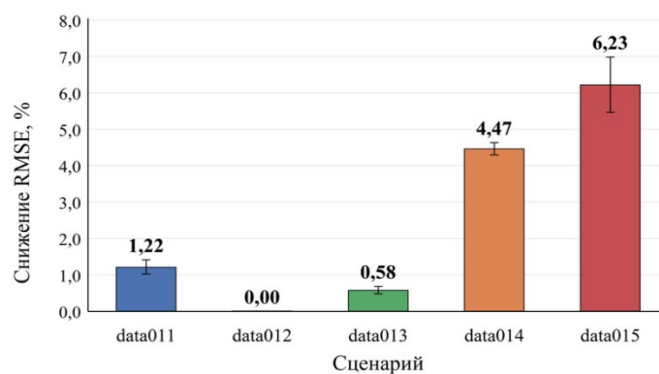


Рисунок 4 – Снижение RMSE при основной серии онлайн-коррекции
Figure 4 – RMSE reduction in the primary online-correction series

В основной серии принято 278 из 1174 кандидатов; 896 (76,32 %) отклонены (Таблица 3). Доля отклонений изменялась от 8,67 % в data013 до 100 % в data012.

Таблица 3 – Статистика принятия и отклонения кандидатных обновлений
Table 3 – Statistics of candidate-update acceptance and rejection

Сценарий	Кандидаты	Принято	Отклонено	Доля отклонений, %
data011	374	10	364	97,33
data012	150	0	150	100,00
data013	150	137	13	8,67
data014	300	81	219	73,00
data015	200	50	150	75,00
Итого	1174	278	896	76,32

Основным основанием отклонения был критерий накопленного физического улучшения (825 из 896 случаев). В основной подтверждающей серии офлайн-аудит выявил 59 кандидатов, которые при публикации ухудшили бы RMSE; все отклонены. Для 21 из них критерии согласованности улучшения на временных подмножествах стали дополнительными основаниями отклонения. При заранее зафиксированной основной конфигурации итогового отрицательного переноса не наблюдалось. Однако в отдельной абляционной серии data012 при $r = 1$ зарегистрирован отрицательный перенос; поэтому данный вывод не распространяется на произвольно малые ранги.

Весовые коэффициенты были выбраны для численного согласования составляющих функции потерь и зафиксированы до основной серии. Каждый из трех коэффициентов поочередно уменьшался и увеличивался вдвое; вместе с базовой настройкой это дало семь конфигураций, для каждой из которых в каждом сценарии выполнено десять независимых запусков (всего 350).

Таблица 4 – Чувствительность снижения RMSE к весовым коэффициентам функции потерь, %
Table 4 – Sensitivity of RMSE reduction to loss-function weights, %

Сценарий	Базовая	$\lambda_{lat} \times 0,5$	$\lambda_{lat} \times 2$	$\lambda_{yaw} \times 0,5$	$\lambda_{yaw} \times 2$	$\lambda_{anc} \times 0,5$	$\lambda_{anc} \times 2$
data011	1,145	1,202	1,155	1,156	1,194	1,147	1,151
data012	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
data013	0,424	0,237	0,521	0,519	0,233	0,425	0,531
data014	4,499	3,515	4,801	4,760	3,563	4,535	4,418
data015	6,467	1,410	7,822	7,052	2,917	7,227	4,819

В data011 диапазон составил 1,145–1,202 %, в data012 обновления не публиковались; наибольшая чувствительность получена в data014 и data015 (для data015 – 1,410–7,822 %).

Для $r = 1, 2, 4, 6$ и 8 выполнено по десять запусков (Рисунок 5). Планки погрешностей соответствуют 95 %-м доверительным интервалам по десяти независимым запускам для каждого значения r . Монотонного роста точности с r не наблюдается; для data011, data014 и data015 интервалы преимущественно перекрываются. Эффективный ранг ограничен $\min(4, r)$. В data012 при $r = 1$ один запуск дал ухудшение на 2,344 % (среднее $-0,234$ %), тогда как при $r \geq 2$ обновления не публиковались. Анализ не использовался для выбора ранга по тестовым данным.

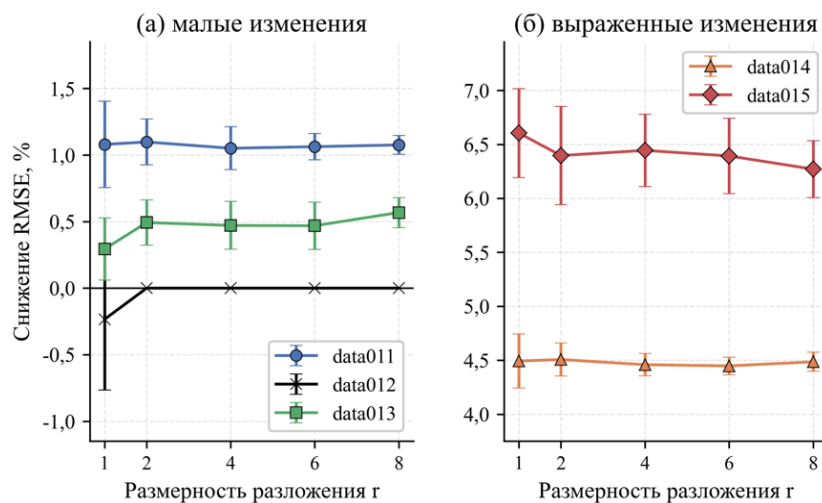


Рисунок 5 – Влияние размерности низкорангового разложения на снижение RMSE
Figure 5 – Effect of low-rank factorization dimension on RMSE reduction

Межсерийный анализ объединил четыре непересекающиеся группы по десять запусков (Таблица 5). Он подтверждает знак эффекта основной серии; для data013 объединенная оценка 0,478 % ниже 0,584 % в Таблице 2.

Таблица 5 – Межсерийная воспроизводимость результатов онлайн-коррекции
Table 5 – Cross-series reproducibility of online-correction results

Сценарий	Объединенное снижение RMSE, среднее $\pm$ SD, %	95%-й доверительный интервал, %	Диапазон средних по группам, %
data011	1,173 $\pm$ 0,236	[1,097; 1,248]	1,098–1,227
data013	0,478 $\pm$ 0,217	[0,409; 0,548]	0,424–0,584
data014	4,462 $\pm$ 0,122	[4,423; 4,501]	4,431–4,499
data015	6,307 $\pm$ 0,607	[6,113; 6,501]	6,136–6,467

Заключение

В работе предложен метод низкоранговой онлайн-коррекции замороженной физико-нейросетевой модели оценки сил шин без использования истинных значений сил в процессе адаптации. Онлайн-обновлению подвергается только выходной корректирующий блок, а направление обновления определяется физическими ограничениями и защитными критериями публикации.

В основной подтверждающей серии снижение RMSE получено в четырех из пяти сценариев и достигло 6,23 %. В сценарии data012 обновления не публиковались, что подтверждает возможность сохранения исходной модели при недостаточных основаниях для безопасной коррекции. Полученные результаты показывают перспективность выборочной физически обусловленной низкоранговой адаптации, однако ее эффективность зависит от характера сдвига условий эксплуатации и настроек процедуры обновления.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ / REFERENCES

1. Pacejka H.B. *Tire and Vehicle Dynamics*. Oxford: Butterworth-Heinemann; 2012. 672 p.
2. Singh K.Bh., Arat M.A., Taheri S. Literature review and fundamental approaches for vehicle and tire state estimation. *Vehicle System Dynamics*. 2018;57(11):1643–1665. <https://doi.org/10.1080/00423114.2018.1544373>
3. Ding X., Wang Zh., Zhang L., Liu J. A Comprehensive Vehicle Stability Assessment System Based on Enabling Tire Force Estimation. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*. 2022;71(11):11571–11588. <https://doi.org/10.1109/TVT.2022.3193139>
4. Денисенко В.В. *Компьютерное управление технологическим процессом, экспериментом, оборудованием*. Москва: Горячая линия-Телеком; 2009. 608 с.
5. Nguyen A.-T., Frezzatto L., Guerra Th.-M., Delprat S. Cost-Effective Estimation of Vehicle Lateral Tire-Road Forces and Sideslip Angle via Nonlinear Sampled-Data Observers: Theory and Experiments. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*. 2024;29(6):4606–4617. <https://doi.org/10.1109/TMECH.2024.3382777>
6. Xu N., Askari H., Huang Y., Zhou J., Khajepour A. Tire Force Estimation in Intelligent Tires Using Machine Learning. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*. 2022;23(4):3565–3574. <https://doi.org/10.1109/TITS.2020.3038155>
7. Hongxun F., Zhang J., Luo X., et al. An intelligent tire force estimation correction method based on wheel spoke strain. *Sensors and Actuators A: Physical*. 2024;380(06):116023. <https://doi.org/10.1016/j.sna.2024.116023>

8. Acosta M., Kanarachos S., Fitzpatrick M.E. A Virtual Sensor for Integral Tire Force Estimation using Tire Model-less Approaches and Adaptive Unscented Kalman Filter. In: *Proceedings of the 14th International Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics: Volume 1, 26–28 July 2017, Madrid, Spain*. SciTePress; 2017. P. 386–397. <https://doi.org/10.5220/0006394103860397>
9. Löwenstein K.F., Bernardini D., Fagiano L., Bemporad A. Physics-informed online learning of gray-box models by moving horizon estimation. *European Journal of Control*. 2023;74(4):100861. <https://doi.org/10.1016/j.ejcon.2023.100861>
10. Raissi M., Perdikaris P., Karniadakis G.E. Physics-informed neural networks: A deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations. *Journal of Computational Physics*. 2019;378:686–707. <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2018.10.045>
11. Karniadakis G.E., Kevrekidis I.G., Lu L., Perdikaris P., Wang S., Yang L. Physics-informed machine learning. *Nature Reviews Physics*. 2021;3(6):422–440. <https://doi.org/10.1038/s42254-021-00314-5>
12. Hu E.J., Shen Y., Wallis Ph., et al. LoRA: Low-Rank Adaptation of Large Language Models. In: *The Tenth International Conference on Learning Representations, 25–29 April 2022, Virtual Event*. OpenReview; 2022. URL: <https://openreview.net/forum?id=nZeVKeeFYf9>
13. Houlsby N., Giurghi A., Jastrzebski S., et al. Parameter-Efficient Transfer Learning for NLP. In: *Proceedings of the 36th International Conference on Machine Learning: Volume 97, 09–15 June 2019, Long Beach, CA, USA*. PMLR; 2019. P. 2790–2799. URL: <https://proceedings.mlr.press/v97/houlsby19a.html>
14. Чернышев Н.Н., Альфара А.Ю.А., Ниженец Т.В. Система автоматического управления движением транспортных средств в колонне. *Моделирование, оптимизация и информационные технологии*. 2025;13(4). <https://doi.org/10.26102/2310-6018/2025.51.4.016>
Chernyshev N.N., Alfara A.Y.A., Nizhenec T.V. Automatic control system for vehicle platoon movement. *Modeling, Optimization and Information Technology*. 2025;13(4). (In Russ.). <https://doi.org/10.26102/2310-6018/2025.51.4.016>
15. Чугунов М.В., Полунина И.Н., Овчинников А.Ю., Гаригов А.С., Осипов А.В. Технологические аспекты проектирования беспилотного электромобиля на базе конструктора Bigo.Land и ArduPilot. *Моделирование, оптимизация и информационные технологии*. 2025;13(3). <https://doi.org/10.26102/2310-6018/2025.50.3.018>
Chugunov M.V., Polunina I.N., Ovchinnikov A.Y., Garikov A.S., Osipov A.V. Technological aspects unmanned electric vehicle design based on the Bigo.Land set and ArduPilot. *Modeling, Optimization and Information Technology*. 2025;13(3). (In Russ.). <https://doi.org/10.26102/2310-6018/2025.50.3.018>

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ / INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Хоу Тяньюй, аспирант, Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация. **Tianyu Hou**, Postgraduate, Bauman Moscow State Technical University, Moscow, the Russian Federation.
e-mail: tanuehou@outlook.com
ORCID: [0009-0008-6869-3997](https://orcid.org/0009-0008-6869-3997)

Кулик Алексей Анатольевич, доктор технических наук, профессор, Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация.
e-mail: kulikaa@bmstu.ru

Чжоу Шицзи, аспирант, Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация.
e-mail: chzhoush@student.bmstu.ru
ORCID: [0009-0008-3265-3387](https://orcid.org/0009-0008-3265-3387)

Статья поступила в редакцию 19.06.2026; одобрена после рецензирования 21.09.2026; принята к публикации 28.09.2026.

The article was submitted 19.06.2026; approved after reviewing 21.09.2026; accepted for publication 28.09.2026.