

УДК 621.396

Т.В. Глотова, Т.В. Мельникова
**МОДИФИКАЦИЯ МЕТОДА МОМЕНТОВ В ЗАДАЧАХ
РАССЕЯНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН**

Воронежский институт высоких технологий

Рассматриваются особенности решения интегральных уравнений, применяемых при решении задач рассеяния электромагнитных волн. Отмечаются основные используемые методы. Предлагается модифицировать обычный метод моментов, за счет выбора базисных и пробных функций. Приведены примеры тестовых объектов, которые использовались для расчетов. Было установлено, что чем сложнее контур объекта, тем хуже будет число обусловленности линейных уравнений. То есть, масштаб исследуемых базисных функций не может быть большим. Показано, что если решение интегрального уравнения является почти линейной функцией, то размер линейного уравнения может быть значительно уменьшен по сравнению с исходным.

Ключевые слова: техническая электродинамика, рассеяние радиоволн, метод моментов, интегральное уравнение, численный метод.

Интегральное уравнение Фредгольма первого рода применяется при решении многих практических задач в электродинамике. Для его решения были разработаны различные подходы, например, методика расширения [1, 2], метод регуляризации [3], метод Бакуса-Гильберта [4], метод Галеркина [1] или метод моментов [5] и т.д.

В общем случае, матрица, которая строится в рамках метода моментов является плотной, инверсия матрицы и окончательное решение линейного уравнения является весьма трудоемким делом, особенно для большого количества электродинамических компонентов. Но в обычной матрице содержится вся информация, необходимая для решения задачи рассеяния [6-10].

Чтобы преодолеть трудности, связанные с большими требованиями к памяти и времени вычислений, многие исследователи предложили использовать вейвлет-базисы.

Как мы знаем, важно выбрать подходящую базисную функцию в численном решении интегральных уравнений и дифференциальных уравнений [11-14].

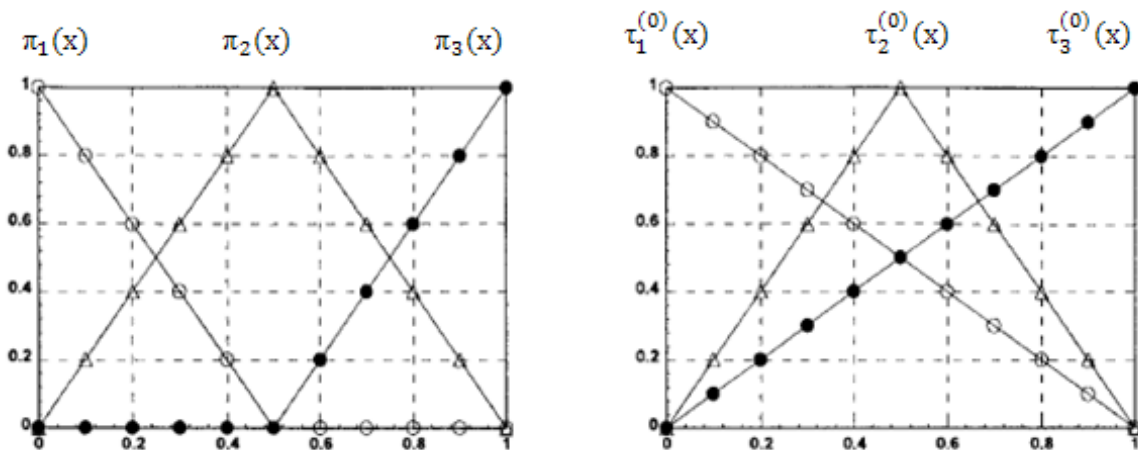
Для одномерного случая, среди множества видов базисных функций были предложены, такие, как трехсторонняя базисная функция, базисная импульсная функция, полиномиальная базисная функция, базисная функция в виде сплайнов.

Целью данной работы заключается в разработке модификации метода моментов для решения двумерного интегрального уравнения Фредгольма первого рода. Во-первых, на базе двумерной

многомасштабной основе будут введены тензоры, связанные с произведением одномерных многомасштабных треугольных основ. Будут обсуждаться геометрический смысл коэффициентов многомасштабного базиса и методика сжатия для представления оригинала двумерной функции.

Мы будем рассматривать треугольный базис и многомасштабный базис будет иметь вид:

$$\begin{pmatrix} \pi_1(x) \\ \pi_2(x) \\ \pi_3(x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1/2 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tau_1^{(0)}(x) \\ \tau_2^{(0)}(x) \\ \tau_1^{(1)}(x) \end{pmatrix} \quad (1)$$



а) треугольный базис б) треугольный базис со многими шкалами

Рисунок 1 – Иллюстрация треугольного базиса

Базисные функции в области $[0,1] \times [0,1]$ рассматриваются как тензор.

Итак, 2-D треугольные базисные функции будут $(\pi_1(x)\pi_1(y))$, $(\pi_2(x)\pi_1(y))$, $(\pi_3(x)\pi_1(y))$, $(\pi_1(x)\pi_2(y))$, $(\pi_2(x)\pi_2(y))$, $(\pi_3(x)\pi_2(y))$, $(\pi_1(x)\pi_3(y))$, $(\pi_2(x)\pi_3(y))$, $(\pi_3(x)\pi_3(y))$. Двумерные 2-D многомасштабные треугольные базисные функции $(\tau_1^{(0)}(x), \tau_1^{(0)}(y))$, $(\tau_2^{(0)}(x), \tau_1^{(0)}(y))$, $(\tau_1^{(0)}(x), \tau_2^{(0)}(y))$, $(\tau_2^{(0)}(x), \tau_2^{(0)}(y))$, $(\tau_1^{(1)}(x), \tau_1^{(0)}(y))$, $(\tau_1^{(1)}(x), \tau_2^{(0)}(y))$, $(\tau_1^{(0)}(x), \tau_1^{(1)}(y))$, $(\tau_2^{(0)}(x), \tau_1^{(1)}(y))$, $(\tau_1^{(1)}(x), \tau_1^{(1)}(y))$.

Предположим, что функция $f(x,y)$ аппроксимируется в области $[0,1] \times [0,1]$ треугольным 2-D базисом следующим образом:

$$f_{approx}(x, y) = (\pi_1(x) \quad \pi_2(x) \quad \pi_3(x)) \begin{pmatrix} f_{1,1} & f_{1,2} & f_{1,3} \\ f_{2,1} & f_{2,2} & f_{2,3} \\ f_{3,1} & f_{3,2} & f_{3,3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \pi_1(x) \\ \pi_2(x) \\ \pi_3(x) \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Аппроксимация функции $f(x, y)$ в области $[0,1] \times [0,1]$ с 2-D многомасштабным базисом будет представляться следующим образом

$$\begin{aligned} f_{approx}(x, y) &= (\tau_1^{(0)}(x) \quad \tau_2^{(0)}(x) \quad \tau_1^{(1)}(x)) \begin{pmatrix} \varphi_{1,1} & \varphi_{1,2} & \varphi_{1,3} \\ \varphi_{2,1} & \varphi_{2,2} & \varphi_{2,3} \\ \varphi_{3,1} & \varphi_{3,2} & \varphi_{3,3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tau_1^{(0)}(y) \\ \tau_2^{(0)}(y) \\ \tau_1^{(1)}(y) \end{pmatrix} = \\ &= f_0(x, y) + \varphi_{3,1} \tau_1^{(1)}(x) \tau_1^{(0)}(y) + \varphi_{3,2} \tau_1^{(1)}(x) \tau_2^{(0)}(y) + \varphi_{1,3} \tau_1^{(0)}(x) \tau_1^{(1)}(y) + \\ &+ \varphi_{2,3} \tau_2^{(0)}(x) \tau_1^{(1)}(y) + \varphi_{3,3} \tau_1^{(1)}(x) \tau_1^{(1)}(y). \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь

$$\begin{aligned} f_0 &= \varphi_{1,1} \tau_1^{(0)}(x) \tau_1^{(0)}(y) + \varphi_{1,2} \tau_1^{(0)}(x) \tau_1^{(0)}(y) + \\ &+ \varphi_{2,1} \tau_2^{(0)}(x) \tau_1^{(0)}(y) + \varphi_{2,2} \tau_2^{(0)}(x) \tau_2^{(0)}(y). \end{aligned}$$

Исходя из выражения (1), мы можем получить следующее соотношение между $f_{i,j}$ и $\varphi_{i,j}$:

$$\begin{pmatrix} \varphi_{1,1} & \varphi_{1,2} & \varphi_{1,3} \\ \varphi_{2,1} & \varphi_{2,2} & \varphi_{2,3} \\ \varphi_{3,1} & \varphi_{3,2} & \varphi_{3,3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1/2 & 1 & -1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f_{1,1} & f_{1,2} & f_{1,3} \\ f_{2,1} & f_{2,2} & f_{2,3} \\ f_{3,1} & f_{3,2} & f_{3,3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1/2 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1/2 \end{pmatrix} \quad (4)$$

то есть

$$\varphi_{1,1} = f_{1,1}, \quad \varphi_{1,2} = f_{1,3}, \quad \varphi_{2,1} = f_{3,1}, \quad \varphi_{2,2} = f_{3,3},$$

$$\varphi_{1,3} = f_{1,2} - \frac{1}{2}(f_{1,1} + f_{1,3}), \quad \varphi_{2,3} = f_{3,2} - \frac{1}{2}(f_{3,1} + f_{3,3}),$$

$$\varphi_{3,1} = f_{2,1} - \frac{1}{2}(f_{1,1} + f_{3,1}), \quad \varphi_{3,2} = f_{2,3} - \frac{1}{2}(f_{1,3} + f_{3,3}),$$

$$\varphi_{3,3} = f_{2,2} - \frac{1}{2}(f_{1,2} + f_{3,2}) - \frac{1}{2}(f_{2,1} + f_{2,3}) + \frac{1}{4}(f_{1,1} + f_{1,3} + f_{3,1} + f_{3,3}) =$$

$$\begin{aligned}
 &= f_{2,2} - \frac{1}{2}(\varphi_{1,3} + \varphi_{3,1} + \varphi_{2,3} + \varphi_{3,2}) - \frac{1}{4}(f_{1,1} + f_{1,3} + f_{3,1} + f_{3,3}) = \\
 &= \varphi'_{3,3} - \frac{1}{2}(\varphi_{1,3} + \varphi_{3,1} + \varphi_{2,3} + \varphi_{3,2}),
 \end{aligned} \tag{4}$$

где

$$\varphi'_{3,3} = f_{2,2} - \frac{1}{4}(f_{1,1} + f_{1,3} + f_{3,1} + f_{3,3}).$$

Если функция $f(x, y)$ дважды дифференцируема в соответствующей области, то

$$\begin{aligned}
 \varphi_{1,3} &\approx -\frac{h^2}{2} \frac{\partial^2 f(0,1/2)}{\partial y^2}, \quad \varphi_{2,3} \approx -\frac{h^2}{2} \frac{\partial^2 f(1,1/2)}{\partial y^2}, \quad \varphi_{3,1} \approx -\frac{h^2}{2} \frac{\partial^2 f(1/2,0)}{\partial y^2}, \\
 \varphi_{2,3} &\approx -\frac{h^2}{2} \frac{\partial^2 f(1/2,1)}{\partial y^2}, \\
 \varphi'_{3,3} &\approx -\frac{h^2}{4} \left(\frac{\partial^2 f(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f(1/2, 1/2)}{\partial y^2} \right),
 \end{aligned} \tag{5}$$

$$\varphi_{3,3} \approx -\frac{h^2}{4} \left(\frac{\partial^2 f(\frac{1}{2}, 0)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f(\frac{1}{2}, 1)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f(\frac{1}{2}, 0)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f(\frac{1}{2}, 1)}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 f(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 f(1/2, 1/2)}{\partial y^2} \right).$$

Тогда, если функция $f(x, y)$ является планарной $f(x, y) = ax + by + c$, в области $[0,1] \times [0,1]$, коэффициенты $\varphi_{1,3}, \varphi_{2,3}, \varphi_{3,1}, \varphi_{3,2}, \varphi_{3,3}$.

Для упрощения мы рассмотрим такое уравнение Фредгольма

$$\int_0^1 dy' \int_0^1 k(x, y; x', y') f(x', y') dx' = g(x, y) \quad (x, y) \in [0,1] \times [1,0]. \tag{6}$$

Мы выбираем треугольные базисные функции на равномерной сетке с узлами $\{x_m = y_m = mh, m = 0, 1, 2, \dots, 2^V N, h = \frac{1}{2^V N}\}$ для оси x и y . Мы будем рассматривать неизвестную функцию в виде

$$f(x, y) = \sum_{i=0}^{1+2^V N} \sum_{j=0}^{1+2^V N} f(x_i, y_j) \pi_i(x) \pi_j(y) = \Pi'_\Delta F_\Delta \tag{7}$$

где

$$F_\Delta = (f(x_0, y_0), \dots, f(x_{1+2^V N}, y_0), \dots, f(x_0, y_{1+2^V N}), \dots, f(x_{1+2^V N}, y_{1+2^V N}))'.$$

Осуществляется дискретизация уравнения на основе использования треугольных базисных функций и сшивания по точкам на основе пробных функций в виде δ -функций.

На Рисунке 2 приведены примеры тестовых объектов, которые использовались для расчетов.

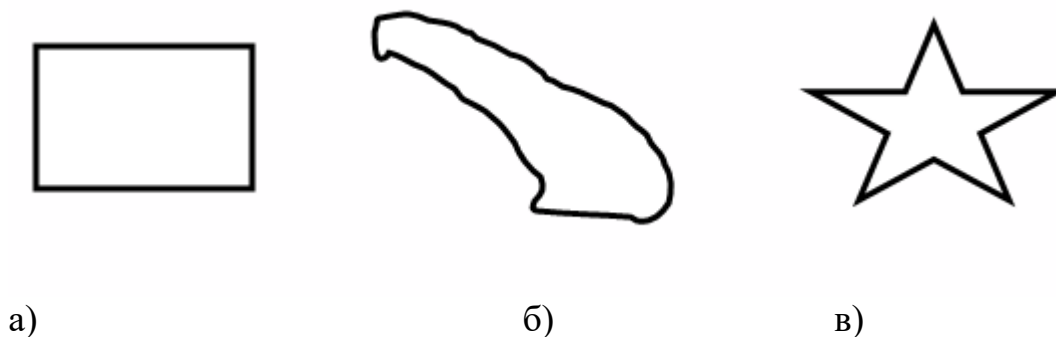


Рисунок 2 – Примеры объектов, которые были взяты в качестве тестовых.

В результате исследований на тестовых примерах было установлено, что чем сложнее контур объекта, тем хуже будет число обусловленности линейных уравнений. То есть, масштаб исследуемых базисных функций не может быть большим. Это необходимо учитывать в современных системах проектирования [15-19].

Размер линейного уравнение определяется на основе адаптивного многомасштабного способа. V -й масштаб может быть уменьшен в соответствии с решением линейного уравнения на $V - 1$ -м масштабе, после чего отфильтровываются члены, чей вклад является незначительным.

Если решение интегрального уравнения является почти линейной функцией, то размер линейного уравнения может быть значительно уменьшен по сравнению с исходным.

Кроме того, результаты расчетов могут быть улучшены на основе методов искусственного интеллекта [20-24].

Адаптивный многомасштабный метод моментов может быть автоматически реализован на сетке при уточнении процедуры для отдельных областей, на которых решение функции не является гладким.

ЛИТЕРАТУРА

1. Delves L. M. Numerical Solution of Integral Equations / L. M. Delves // Clarendon Press, Oxford, 1974.
2. Hackbusch W. Integral equations theory and numerical treatment / W.Hackbusch // ISNM, Vol. 120, Birkhauser Verlag, Switzerland, 1995.
3. Tikhonov A. N. On the Solution of Ill-posed Problems / A. N.Tikhonov , V. Y. Arsenin// John Wiley and Sons, New York, 1977.
4. Backus, G. Numerical applications of a formalism for geophysical inverse problems / G.Backus , F. Gilbert // Geophys.J.R oy.Astr on.Soc., Vol. 13, 247–276, 1967.
5. Harrington, R. F. Field Computation by Moment Method / R. F.Harrington // Macmillan Press, New York, 1968.
6. Львович И.Я. Расчет характеристик металлодиэлектрических антенн / И.Я.Львович, А.П.Преображенский // Вестник Воронежского государственного технического университета. 2005. Т. 1. № 11. С. 26-29.
7. Максимова А. А. Методы исследования характеристик рассеяния электромагнитных волн объектами / А. А. Максимова, А. Г. Юрочкин // Вестник Воронежского института высоких технологий. 2016. № 1. С. 53 -56.
8. Преображенский А.П. Моделирование рассеяния электромагнитных волн на несимметричном объекте/ А.П.Преображенский, О.Н.Чопоров, К.В.Кайдакова // В мире научных открытий. 2015. № 8. С. 526.
9. Львович И.Я. Построение алгоритма оценки средних характеристик рассеяния полых структур / И.Я.Львович, Я.Е.Львович, А.П.Преображенский // Телекоммуникации. 2014. № 6. С. 2-5.
10. Преображенский А.П. Прогнозирование радиолокационных характеристик объектов с радиопоглощающими покрытиями в диапазоне длин волн / А.П. Преображенский // Телекоммуникации. 2003. № 4. С. 21-24.
11. Преображенский А.П. Прогнозирование радиолокационных характеристик объектов в диапазоне длин волн с использованием результатов измерения характеристик рассеяния на дискретных частотах / А.П.Преображенский // Телекоммуникации. 2004. № 5. С. 32-35.
12. Преображенский А.П. Алгоритмы прогнозирования радиолокационных характеристик объектов при восстановлении радиолокационных изображений / А.П.Преображенский, О.Н.Чопоров // Системы управления и информационные технологии. 2004. Т. 17. № 5. С. 85-87.

13. Преображенский А.П. Оценка возможностей комбинированной методики для расчета ЭПР двумерных идеально проводящих полостей / А.П.Преображенский // Телекоммуникации. 2003. № 11. С. 37-40.
14. Преображенский А.П. Прогнозирование радиолокационных характеристик идеально проводящей полости в диапазоне длин волн /А.П.Преображенский // Телекоммуникации. 2005. № 12. С. 29-31.
15. Львович И.Я. Разработка информационного и программного обеспечения САПР дифракционных структур и радиолокационных антенн / И.Я.Львович, А.П.Преображенский // Вестник Воронежского государственного технического университета. 2006. Т. 2. № 12. С. 63-68.
16. Канавин С. В. Перспективы применения систем мобильного широкополосного доступа в сетях подвижной радиосвязи на основе стандартов mobile WIMAX и LTE / С. В. Канавин, А. С. Лукьянов // Вестник Воронежского института высоких технологий. 2016. № 1. С. 79-82.
17. Львович И.Я. Программный комплекс для автоматизированного анализа характеристик рассеяния объектов с применением математических моделей / И.Я.Львович, А.П.Преображенский, Р.П.Юров, О.Н.Чопоров // Системы управления и информационные технологии. 2006. Т. 24. № 2. С. 96-98.
18. Преображенский А.П. Алгоритм расчета радиолокационных характеристик полостей с использованием приближенной модели / А.П.Преображенский, О.Н.Чопоров // Системы управления и информационные технологии. 2005. Т. 21. № 4. С. 17-19.
19. Преображенский А.П. Исследование возможности определения формы объекта в окрестности восстановления локальных отражателей на поверхности объектов по их диаграммам обратного рассеяния / А.П. Преображенский // Телекоммуникации. 2003. № 4. С. 29-32.
20. Lvovich Y.Y. The use of "ant" algorithm in constructing models of objects that have maximum average values of the scattering characteristics / Y.Y.Lvovich, I.Y.Lvovich, A.P.Preobrazhenskiy, O.N.Choporov // Life Science Journal. 2014. Т. 12. № 12. С. 463.
21. Васильев Е.М. Эволюционные алгоритмы с матричной репликацией / Е.М.Васильев, И.В.Крутских // Вестник Воронежского государственного технического университета. 2011. Т. 7. № 2. С. 21-23.
22. Подвальный С.Л. Эволюционные принципы построения интеллектуальных систем многоальтернативного управления /

- С.Л.Подвальный, Е.М.Васильев // Системы управления и информационные технологии. 2014. Т. 57. № 3. С. 4-8.
23. Ткалич С.А. Основания и возможности использования искусственных нейросетей в системах прогнозирования / С.А.Ткалич, Е.М.Васильев // Электротехнические комплексы и системы управления. 2008. № 2. С. 37-38.
24. Васильев Е.М. Многоальтернативное управление в хаотических системах связи / Е.М. Васильев // Вестник Воронежского государственного технического университета. 2012. Т. 8. № 11. С. 155-158.

T. V. Glotova, T.V.Melnikova

THE MODIFICATION OF THE METHOD OF MOMENTS IN THE SCATTERING OF ELECTROMAGNETIC WAVES

Voronezh Institute of High Technologies

The features of the solution of the integral equations used in the solution of problems of scattering of electromagnetic waves are discussed. The main methods that used are noted. It is proposed to modify the usual method of moments, due to the choice of basis and test functions. Examples of test objects used for the calculations are given. It was found that the more complex the contour of the object, the worse the condition number of linear equations. That is, the scale of the investigated basis functions may not be large. It is shown that if the solution of the integral equation is almost a linear function, the size of the linear equations can be significantly reduced compared to the original.

Keywords: technical electrodynamics, the scattering of radio waves, method of moments, integral equation, numerical method.

REFERENCES

1. Delves L. M. Numerical Solution of Integral Equations / L. M. Delves // Clarendon Press, Oxford, 1974.
2. Hackbusch W. Integral equations theory and numerical treatment / W.Hackbusch // ISNM, Vol. 120, Birkhauser Verlag, Switzerland, 1995.
3. Tikhonov A. N. On the Solution of Ill-posed Problems / A. N.Tikhonov , V. Y. Arsenin// John Wiley and Sons, New York, 1977.
4. Backus, G. Numerical applications of a formalism for geophysical inverse problems / G.Backus , F. Gilbert // Geophys.J.R oy.Astr on.Soc., Vol. 13, 247–276, 1967.
5. Harrington, R. F. Field Computation by Moment Method / R. F.Harrington // Macmillan Press, New York, 1968.
6. L'vovich I.Ya. Raschet kharakteristik metallodielektricheskikh antenn / I.Ya.L'vovich, A.P.Preobrazhenskiy // Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. 2005. Т. 1. № 11. S. 26-29.

7. Maksimova A. A. Metody issledovaniya kharakteristik rasseyaniya elektromagnitnykh voln ob"ektami / A. A. Maksimova, A. G. Yurochkin // Vestnik Voronezhskogo instituta vysokikh tekhnologiy. 2016. № 1. S. 53 -56.
8. Preobrazhenskiy A.P. Modelirovanie rasseyaniya elektromagnitnykh voln na nesimmetrichnom ob"ekte/ A.P.Preobrazhenskiy, O.N.Choporov, K.V.Kaydakova // V mire nauchnykh otkrytiy. 2015. № 8. S. 526.
9. L'vovich I.Ya. Postroenie algoritma otsenki srednikh kharakteristik rasseyaniya polykh struktur / I.Ya.L'vovich, Ya.E.L'vovich, A.P.Preobrazhenskiy // Telekommunikatsii. 2014. № 6. S. 2-5.
10. Preobrazhenskiy A.P. Prognozirovanie radiolokatsionnykh kharakteristik ob"ektov s radiopogloshchayushchimi pokrytiyami v diapazone dlin voln / A.P. Preobrazhenskiy // Telekommunikatsii. 2003. № 4. S. 21-24.
11. Preobrazhenskiy A.P. Prognozirovanie radiolokatsionnykh kharakteristik ob"ektov v diapazone dlin voln s ispol'zovaniem rezul'tatov izmereniya kharakteristik rasseyaniya na diskretnykh chastotakh / A.P.Preobrazhenskiy // Telekommunikatsii. 2004. № 5. S. 32-35.
12. Preobrazhenskiy A.P. Algoritmy prognozirovaniya radiolokatsionnykh kharakteristik ob"ektov pri vosstanovlenii radiolokatsionnykh izobrazheniy / A.P.Preobrazhenskiy, O.N.Choporov // Sistemy upravleniya i informatsionnye tekhnologii. 2004. T. 17. № 5. S. 85-87.
13. Preobrazhenskiy A.P. Otsenka vozmozhnostey kombinirovannoy metodiki dlya rascheta EPR dvumernykh ideal'no provodyashchikh polostey / A.P.Preobrazhenskiy // Telekommunikatsii. 2003. № 11. S. 37-40.
14. Preobrazhenskiy A.P. Prognozirovanie radiolokatsionnykh kharakteristik ideal'no provodyashchey polosti v diapazone dlin voln /A.P.Preobrazhenskiy // Telekommunikatsii. 2005. № 12. S. 29-31.
15. L'vovich I.Ya. Razrabotka informatsionnogo i programmogo obespecheniya SAPR difraktsionnykh struktur i radiolokatsionnykh antenn / I.Ya.L'vovich, A.P.Preobrazhenskiy // Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. 2006. T. 2. № 12. S. 63-68.
16. Kanavin S. V. Perspektivy primeneniya sistem mobil'nogo shirokopolosnogo dostupa v setyakh podvizhnoy radiosvyazi na osnove standartov mobile WIMAX i LTE / S. V. Kanavin, A. S. Luk'yanov // Vestnik Voronezhskogo instituta vysokikh tekhnologiy. 2016. № 1. S. 79-82.
17. L'vovich I.Ya. Programmnyy kompleks dlya avtomatizirovannogo analiza kharakteristik rasseyaniya ob"ektov s primeneniem matematicheskikh modeley / I.Ya.L'vovich, A.P.Preobrazhenskiy, R.P.Yurov,

- O.N.Choporov // *Sistemy upravleniya i informatsionnye tekhnologii*. 2006. T. 24. № 2. S. 96-98.
18. Preobrazhenskiy A.P. Algoritm rascheta radiolokatsionnykh kharakteristik polostey s ispol'zovaniem priblizhennoy modeli / A.P.Preobrazhenskiy, O.N.Choporov // *Sistemy upravleniya i informatsionnye tekhnologii*. 2005. T. 21. № 4. S. 17-19.
 19. Preobrazhenskiy A.P. Issledovanie vozmozhnosti opredeleniya formy ob"ekta v okrestnosti vosstanovleniya lokal'nykh otrazhateley na poverkhnosti ob"ektov po ikh diagrammam obratnogo rasseyaniya / A.P. Preobrazhenskiy // *Telekommunikatsii*. 2003. № 4. S. 29-32.
 20. Lvovich Y.Y. The use of "ant" algorithm in constructing models of objects that have maximum average values of the scattering characteristics / Y.Y.Lvovich, I.Y.Lvovich, A.P.Preobrazhenskiy, O.N.Choporov // *Life Science Journal*. 2014. T. 12. № 12. S. 463.
 21. Vasil'ev E.M. Evolyutsionnye algoritmy s matrichnoy replikatsiey / E.M.Vasil'ev, I.V.Krutsikh // *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*. 2011. T. 7. № 2. S. 21-23.
 22. Podval'nyy S.L. Evolyutsionnye printsipy postroeniya intellektual'nykh sistem mnogoal'ternativnogo upravleniya /
 23. Tkalich S.A. Osnovaniya i vozmozhnosti ispol'zovaniya iskusstvennykh neyrosetey v sistemakh prognozirovaniya / S.A.Tkalich, E.M.Vasil'ev // *Elektrotekhnicheskie kompleksy i sistemy upravleniya*. 2008. № 2. S. 37-38.
 24. Vasil'ev E.M. Mnogoal'ternativnoe upravlenie v khaoticheskikh sistemakh svyazi / E.M. Vasil'ev // *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*. 2012. T. 8. № 11. S. 155-158.