

УДК 621.396

Д.Г.Панарин

**МОДЕЛИРОВАНИЕ РАССЕЯНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ
ВОЛН НА ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИХ ОБЪЕКТАХ С
ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МОДИФИЦИРОВАННОГО МЕТОДА
МОМЕНТОВ**

Воронежский институт высоких технологий

Рассматривается подход, направленный на решение задач, связанных с рассеянием электромагнитных волн на объектах больших размеров, базирующийся на комбинации поверхностных интегральных уравнений и метода моментов. Применяются стандартные базисные и пробные функции в методе моментов в процессе сведения интегрального уравнения к системе линейных уравнений для случая, когда матрица импедансов является сильно заполненной. Используется вейвлет-преобразование для того, чтобы упростить эту матрицу. Проводится сравнение результатов, которые получены на основе рассматриваемого подхода и других методов.

Ключевые слова: интегральное уравнение, метод моментов, вейвлет-преобразование, рассеяние электромагнитных волн.

Метод моментов представляет собой один из весьма мощных численных подходов, используемых при анализе самых различных электромагнитных проблем.

Несмотря на свою эффективность и популярность, метод моментов имеет основной недостаток, связанный с тем, что при разбиении рассматриваемой геометрии в результате получается сильно заполненная матрица, которая дает высокие требования к объемам машинной памяти быстройдействию процессоров при рассмотрении проблем рассеяния, характеризующимися большими размерами.

Даже в тех случаях, когда используется процедура, базирующаяся на итерациях при рассмотрении плотно заполненных матриц, вычислительные затраты обычно имеют порядок $O(qN^2)$, где q - число итераций, а N - размер анализируемой системы [1].

Методы, которые направлены на уменьшение вычислительных сложностей, связанные с получаемой матрицей, обычно следующие [2-9]: применение мультиполей, локализация в матрице элементов, соответствующих определенному импедансу, применение адаптивных подходов при интегрировании и подходы, базирующиеся на использовании wavelet-преобразования.

Вейвлеты можно использовать как базисные и как пробные функции (то есть, прямой метод) или матрица становится разреженной вследствие определенных преобразований с вейвлетами (косвенный метод).

В обоих случаях указанный порядок вычислительных затрат $O(qN^2)$ можно существенным образом снизить и усилия исследователей могут

быть направлены на улучшение методик, которые связаны с решением задач, включающих разреженные матрицы.

Подход, основанный на вейвлет-преобразовании, использует два основных базиса, а именно: ортогональные вейвлеты Добеши [10], и неортогональные фундаментальные сплайновые вейвлеты [11].

Несмотря на то, что во втором случае получается достаточно разреженная матрица импедансов, вейвлет-матрицы содержат меньше ненулевых элементов в первом случае, что позволяет использовать вейвлет-преобразование более эффективным образом.

Кроме того, преобразование во втором случае приводит к большим значениям чисел обусловленности матрицы импедансов, в то время, как в первом случае преобразование не влияет на значение числа обусловленности.

Следовательно, анализ показывает, что использование ортогональных вейвлетов Добеши оиндекс является лучшим выбором для работы с матрицей импедансов. Но, если использовать это преобразование стандартным образом, то мы столкнемся с необходимостью полной матрицы, получающейся в методе моментов, это ведет к трудностям на практике при решении задач для больших объектов.

Поэтому следует разбивать матрицу на блоки и к ним применять вейвлет-преобразование [12], матрица импедансов и постепенным образом преобразуется в разреженные подматрицы, что избавляет от необходимости хранения в памяти всей матрицы.

Мы использовали базисные и пробные функции для того, чтобы осуществлять процессы дискретизации интегральных уравнений, которые описывают различные электродинамические задачи.

При выполнении дискретного вейвлет-преобразования, как правило, мы получаем высокую степень разреженности матрицы. Для того, чтобы ускорить скорость сходимости, мы выполняем неполную LU-факторизацию преобразованной матрицы импеданса.

В зависимости от сложности решаемой задачи, можно детализировать ее разным образом, чтобы получить приемлемый результат.

После того, как применяется метод моментов, мы получаем в матричном виде следующую систему уравнений

$$ZJ = E, \quad (1)$$

где Z – матрица импедансов, J – вектор наведенного тока, E – вектор падающей электромагнитной волны.

Отметим, что Z является обычно сложной, неэрмитовой, сильно заполненной матрицей, имеющей размеры $N \times N$. При использовании вейвлет-матрицы W , уравнения преобразуются следующим образом

$$Z_1 J_1 = E_1 \quad (2)$$

причем

$$ZJ = E, \quad (3)$$

$$Z_1 J_1 = E_1 \quad (4)$$

$$Z_1 = QZQ^T, J_1 = (Q^T)^{-1}J, E_1 = QE. \quad (5)$$

Видно, что

$$J = Q^T J_1. \quad (6)$$

Матрицу W необходимо выбирать таким образом, чтобы в Z содержалось много элементов, имеющих малые значения, так, чтобы их можно было считать нулевыми и при этом такое допущение не оказывало сильного влияния на решение.

Этого можно достичь за счет использования ортогональных вейвлетов Добеши [10]. Преобразование осуществляется при определении масштаба и вейвлет-функций α и β , которые удовлетворяют следующим соотношениям

$$\alpha(x) = \sqrt{2} \sum_n \gamma_n \alpha(2x - n), \quad (7)$$

$$\beta(x) = \sqrt{2} \sum_n \rho_n \alpha(2x - n). \quad (8)$$

Существует связь между коэффициентами разложения, которая записывается в виде

$$\rho_k = (-1)^k \gamma_{2m+1-k}, k = 0, \dots, 2m + 1. \quad (9)$$

Вейвлет-преобразование приводит матрицу к разреженному виду при оперировании с ней целиком.

Но можно обеспечить разреженность матрицы при рассмотрении вейвлет-преобразования по границам компонентов токов, с учетом условия

их непрерывности [12]. В результате вейвлет-преобразования матрица преобразуется таким образом, что по диагонали располагаются подматрицы.

Тогда нет необходимости в рассмотрении плотно заполненной матрицы импедансов в методе моментов и мы можем хранить столько блоков, сколько мы их выделили в исходной матрице. Потом обеспечивается разреженный вид по каждому блоку и анализируются только ненулевые элементы для того, чтобы найти неизвестный ток.

Мы записываем матрицы в следующем виде:

$$Q = \begin{bmatrix} Q_1 & 0 & 0 \\ 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & Q_Y \end{bmatrix}, \quad (10)$$

$$Z = \begin{bmatrix} Z_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & Z_{SS} \end{bmatrix}, \quad (11)$$

$$E = \begin{bmatrix} E_1 \\ 0 \\ E_S \end{bmatrix}. \quad (12)$$

Матрица Q вычисляется на основе матрицы P_n^i [13]. Для других матриц имеем

$$Z_1 = \begin{bmatrix} Q_1^T Z_{11} Q_1 & Q_1^T Z_{1S} Q_S \\ Q_S^T Z_{S1} Q_1 & Q_S^T Z_{SS} Q_S \end{bmatrix}, \quad (13)$$

$$E_1 = \begin{bmatrix} Q_1^T(E)_1 \\ \dots \\ Q_S^T(E)_S \end{bmatrix}, \quad J_1 = \begin{bmatrix} Q_1^T(J)_1 \\ \dots \\ Q_S^T(E)_S \end{bmatrix}. \quad (14)$$

Следует отметить, что с каждым блоком в преобразованной матрице Z можно работать независимым образом, что ведет к тому, что мы формируем блочную матрицу и выполнять вычисления и хранение результатов для разреженной матрицы.

После решения разреженной системы редкие, неизвестный ток можно рассчитать на основе выражения

$$J = Q^T J_1. \quad (15)$$

То есть, неизвестный вектор J получается на основе J_1 при использовании обратного вейвлет-преобразования, после того, как J_1 определяется на основе итерационного подхода.

Отметим также, что если блоки в матрице имеют один и тот же размер, то это ведет к уменьшению времени вычислений. Существуют возможности дополнительного ускорения вычислений [14, 15].

Достоинством рассматриваемого подхода является возможность моделирования объектов с произвольной формой [16-20].

Для того, чтобы продемонстрировать эффективность рассматриваемого подхода проводились вычисления для идеально проводящего объекта – куба, имеющего размер ребра 2.1λ .

При использовании метода моментов получается матрица импедансов, имеющая размеры 300×300 , для вейвлет-преобразования задавалась погрешность 10^{-3} , в результате получается матрица с разреженностью 68%.

На Рисунке 1 приведена зависимость абсолютной разности по расчету тока между двумя подходами (на основе обычного метода моментов и с применением вейвлет-преобразования) от номера точки на поверхности куба.

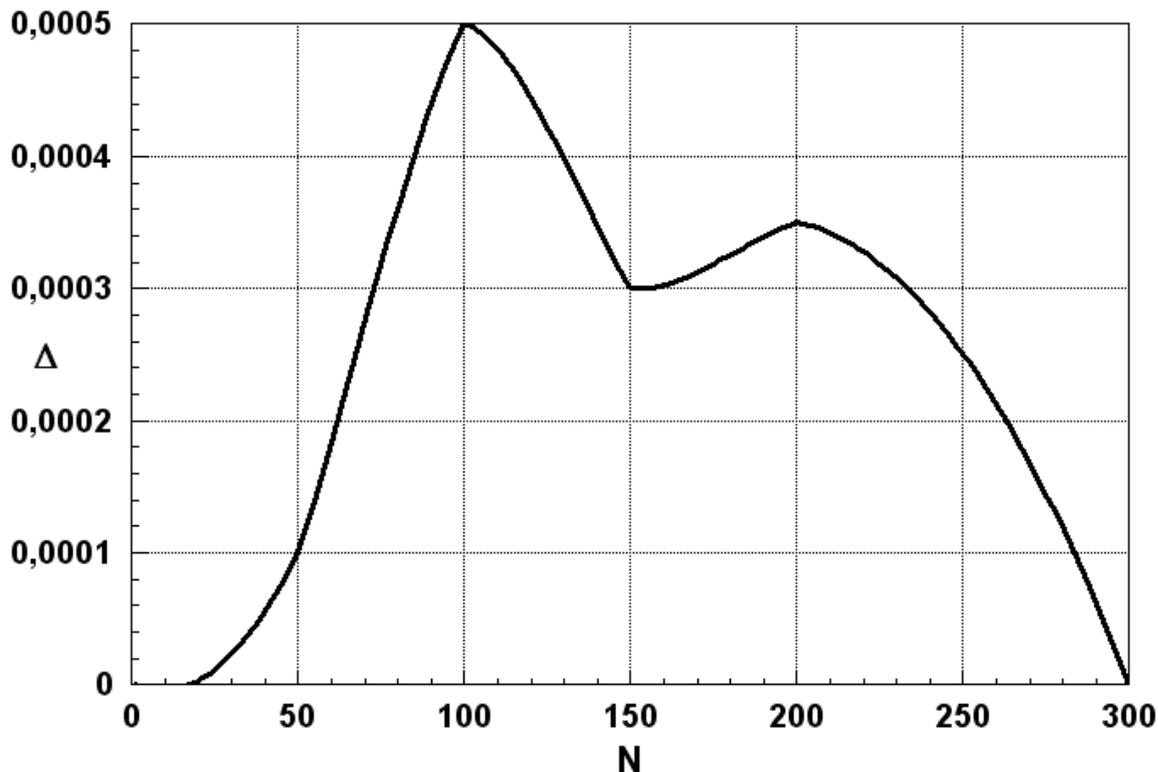


Рисунок 1 – зависимость абсолютной разности расчета тока от номера точки на поверхности куба

Вывод. Для уменьшения размерности системы уравнений при решении электродинамических задач методом моментов рассмотрена возможность использования вейвлет-преобразования. Проведено сравнение результатов между двумя численными методами, разница лежит в допустимых пределах.

ЛИТЕРАТУРА

1. Вычислительные методы в электродинамике / Под ред. Р. Митры. - М.: Мир, 1977. - 485 с.
2. Steinberg V. Z. On the use of wavelet expansion in the method of moment / V. Z. Steinberg, Y. Leviatan // IEEE Trans. Antennas Propagat., May, 1993, Vol. 41, pp. 610-619.
3. Марьин Д. Ф. Ускорение молекулярно-динамических расчетов с помощью быстрого метода мультиполей и графических процессоров / Д. Ф. Марьин, В. Л. Малышев, Е. Ф. Моисеева, Н. А. Гумеров, И.Ш. Ахатов, К. И. Михайленко // вычислительные методы и программирование, 2013, Т. 14, с. 483-495.
4. Каханер Д. Численные методы и программное обеспечение (пер. с англ.). / Д.Каханер, К.Моулер, С.Нэш //М.: Мир, 2001, 575 с.
5. Максимова А. А. Методы исследования характеристик рассеяния электромагнитных волн объектами / А. А. Максимова, А. Г. Юрочкин // Вестник Воронежского института высоких технологий. 2016. № 16. С. 53-56.
6. Баранов А.В. Проблемы функционирования mesh-сетей / А.В.Баранов // Вестник Воронежского института высоких технологий. 2012. № 9. С. 49-50.
7. Казаков Е.Н. Разработка и программная реализации алгоритма оценки уровня сигнала в сети wi-fi / Е.Н.Казаков // Моделирование, оптимизация и информационные технологии. 2016. № 1(12). С. 13.
8. Щербатых С.С. Метод интегральных уравнений как основной способ анализа в САПР антенн / С.С.Щербатых // Моделирование, оптимизация и информационные технологии. 2016. № 1(12). С. 10.
9. Пекшев Г. А. Гало-система с интерактивным управлением / Г. А. Пекшев // Вестник Воронежского института высоких технологий. 2016. № 16. С. 67-71.
10. Шоберг А. Г. Современные методы обработки изображений: модифицированное вейвлет-преобразование / А. Г. Шоберг. – Хабаровск: Изд-во Тихоокеан. гос. ун-та, 2014, 125 с.

11. Мясников В.В. Эффективные алгоритмы вычисления локального дискретного вейвлет-преобразования / В.В. Мясников // Компьютерная оптика, том 31, 2007, №4, с.86-94.
12. Yu J. Use of wavelets transform to the method of moment matrix arising from electromagnetic scattering problems of 2D objects due to oblique plane wave incidence / J.Yu, A. A. Kishk // Microwave and Optical Technology Letters, July, Vol. 34, 2002, № 2, pp.130-134, 2002.
13. Van der Vorst H.A. Bi-CGSTAB: A fast and smoothly converging variant of bi-cg for the solution of nonsymmetric systems / H.A.Van der Vorst // SIAM Journal on Scientific Computing, March,1992, Vol. 12, pp.631-644.
14. Лавлинская О. Ю. Технологии облачных вычислений и их применение в решении практических задач / О. Ю. Лавлинская, Т. М. Янкис // Вестник Воронежского института высоких технологий. 2016. № 16. С. 33-36.
15. Часовской А. А. Оценка перспектив внедрения облачных вычислений на предприятиях и в государственном секторе на примере ФРГ / А. А. Часовской, Е. В. Алференко // Вестник Воронежского института высоких технологий. 2016. № 16. С. 94-97.
16. Lvovich I. The development of cad of information systems and software for diffractive structures / I. Lvovich, A. Preobrazhensky, O. Choporov // Information Technology Applications. - 2016. - № 1. - С. 107-116.
17. Lvovich Ya. Modeling of scattering of electromagnetic waves on the base of multialternative optimization / Ya. Lvovich, A. Preobrazhensky, O. Choporov // Information Technology Applications. - 2016. - № 1. - С. 117-125.
18. Преображенский А.П. Моделирование рассеяния волн на полой структуре с поглощающим материалом / А.П. Преображенский, О.Н. Чопоров, К.В. Кайдакова // В мире научных открытий. - 2015. - № 8.1 (68). - С. 523-526.
19. Преображенский А.П. Моделирование рассеяния электромагнитных волн на несимметричном объекте / А.П. Преображенский, О.Н. Чопоров, К.В. Кайдакова // В мире научных открытий. - 2015. - № 8.1 (68). - С. 526-531.
20. Преображенский А.П. Исследование характеристик рассеяния электромагнитных волн для полой структуры в объекте / А.П. Преображенский, О.Н. Чопоров, К.В. Кайдакова // В мире научных открытий. - 2015. - № 4.1 (64). - С. 548-553.

D.G. Panarin

MODELING OF SCATTERING OF ELECTROMAGNETIC WAVES ON THE ELECTROMAGNETIC OBJECTS USING THE MODIFIED METHOD OF MOMENTS

Voronezh Institute of high technologies

In the paper the approach is discussed to the solution of problems related to scattering of electromagnetic waves on objects of large dimensions based on the combination of surface integral equations and the method of moments. We apply basic and trial functions in the method of moments in the process of information integral equations to a system of linear equations for the case when the matrix of impedances is very full. The wavelet transform is used in order to simplify the matrix. A comparison of results obtained based on this approach and other methods achieved their satisfactory coincidence is carried out.

Keywords: integral equations, method of moments, wavelet transform, scattering of electromagnetic waves.

REFERENCES

1. Vychislitel'nye metody v elektrodinamike / Pod red. R. Mitry. - M.: Mir, 1977. - 485 p.
2. Steinberg B. Z. On the use of wavelet expansion in the method of moment / B. Z. Steinberg, Y. Leviatan // IEEE Trans. Antennas Propagat., May, 1993, Vol. 41, pp. 610-619.
3. Mar'in D. F. Uskorenie molekulyarno-dinamicheskikh raschetov s pomoshch'yu bystrogo metoda mul'tipoley i graficheskikh protsessorov / D. F. Mar'in, V. L. Malyshev, E. F. Moiseeva, N. A. Gumerov, I.Sh. Akhatov, K. I. Mikhaylenko // vychislitel'nye metody i programmirovaniye, 2013, Vol. 14, pp. 483-495.
4. Kakhaner D. Chislennyye metody i programmnoye obespecheniye (per. s angl.). / D.Kakhaner, K.Mouler, S.Nesh //M.: Mir, 2001, 575 p.
5. Maksimova A. A. Metody issledovaniya kharakteristik rasseyaniya elektromagnitnykh voln ob"ektami / A. A. Maksimova, A. G. Yurochkin // Vestnik Voronezhskogo instituta vysokikh tekhnologiy. 2016. No.16. pp. 53-56.
6. Baranov A.V. Problemy funktsionirovaniya mesh-setey / A.V.Baranov // Vestnik Voronezhskogo instituta vysokikh tekhnologiy. 2012. No.9. pp. 49-50.
7. Kazakov E.N. Razrabotka i programmnyaya realizatsii algoritma otsenki urovnya signala v seti wi-fi / E.N.Kazakov // Modelirovaniye, optimizatsiya i informatsionnyye tekhnologii. 2016. No.1(12). pp. 13.

8. Shcherbatykh S.S. Metod integral'nykh uravneniy kak osnovnoy sposob analiza v SAPR antenn / S.S.Shcherbatykh // Modelirovanie, optimizatsiya i informatsionnye tekhnologii. 2016. No.1(12). pp. 10.
9. Pekshev G. A. Galo-sistema s interaktivnym upravleniem / G. A. Pekshev // Vestnik Voronezhskogo instituta vysokikh tekhnologiy. 2016. No.16. pp. 67-71.
10. Shoberg A. G. Sovremennye metody obrabotki izobrazheniy: modifitsirovannoe veyvlet-preobrazovanie / A. G. Shoberg. – Khabarovsk: Izd-vo Tikhookean. gos. un-ta, 2014, 125 p.
11. Myasnikov V.V. Effektivnye algoritmy vychisleniya lokal'nogo diskretnogo veyvlet-preobrazovaniya / V.V. Myasnikov // Komp'yuternaya optika, tom 31, 2007, №4, pp. 86-94.
12. Yu J. Use of wavelets transform to the method of moment matrix arising from electromagnetic scattering problems of 2D objects due to oblique plane wave incidence / J.Yu, A. A. Kishk // Microwave and Optical Technology Letters, July, Vol. 34, 2002, No.2, pp.130-134, 2002.
13. Van der Vorst H.A. Bi-CGSTAB: A fast and smoothly converging variant of bi-cg for the solution of nonsymmetric systems / H.A.Van der Vorst // SIAM Journal on Scientific Computing, March,1992, Vol. 12, pp.631-644.
14. Lavlinskaya O. Yu. Tekhnologii oblachnykh vychisleniy i ikh primeneniye v reshenii prakticheskikh zadach / O. Yu. Lavlinskaya, VOL. M. Yankis // Vestnik Voronezhskogo instituta vysokikh tekhnologiy. 2016. No.16. pp. 33-36.
15. Chasovskoy A. A. Otsenka perspektiv vnedreniya oblachnykh vychisleniy na predpriyatiyakh i v gosudarstvennom sektore na primere FRG / A. A. Chasovskoy, E. V. Alferenko // Vestnik Voronezhskogo instituta vysokikh tekhnologiy. 2016. No.16. pp. 94-97.
16. Lvovich I. The development of cad of information systems and software for diffractive structures / I. Lvovich, A. Preobrazhensky, O. Choporov // Information Technology Applications. - 2016. - No.1. - pp. 107-116.
17. Lvovich Ya. Modeling of scattering of electromagnetic waves on the base of multialternative optimization / Ya. Lvovich, A. Preobrazhensky, O. Choporov // Information Technology Applications. - 2016. - No.1. - pp. 117-125.
18. Preobrazhenskiy A.P. Modelirovanie rasseyaniya voln na poloy strukture s pogloshchayushchim materialom / A.P. Preobrazhenskiy, O.N. Choporov, K.V. Kaydakova // V mire nauchnykh otkrytiy. - 2015. - No.8.1 (68). - pp. 523-526.
19. Preobrazhenskiy A.P. Modelirovanie rasseyaniya elektromagnitnykh voln na nesimmetrichnom ob"ekte / A.P. Preobrazhenskiy, O.N. Choporov, K.V. Kaydakova // V mire nauchnykh otkrytiy. - 2015. - No.8.1 (68). - pp. 526-531.

20. Preobrazhenskiy A.P. Issledovanie kharakteristik rasseyaniya elektromagnitnykh voln dlya poloy struktury v ob"ekte / A.P. Preobrazhenskiy, O.N. Choporov, K.V. Kaydakova // V mire nauchnykh otkrytiy. - 2015. - No.4.1 (64). - pp. 548-553.