

УДК 681.2.08

Т.В. Патрушева, Е.М. Патрушев
**ИССЛЕДОВАНИЕ ГРАНИЦЫ КАСАТЕЛЬНОЙ БИФУРКАЦИИ В
ОБНАРУЖИТЕЛЕ ПЕРИОДИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ,
ПОСТРОЕННОМ НА ОСНОВЕ ГЕНЕРАТОРА
ДЕТЕРМИНИРОВАННОГО ХАОСА**

ФГБОУ ВО Алтайский государственный технический университет

В статье рассматривается способ обнаружения периодических сигналов на фоне случайных помех. Предлагается реализация обнаружителя на основе неавтономного генератора детерминированного хаоса. Авторами обоснован выбор касательной бифуркации в качестве основы механизма обнаружения. Предполагается, что при отсутствии обнаруживаемого сигнала на входе генератора хаоса, его режим работы будет хаотическим, а при его наличии устанавливается периодический режим. Составлена численная модель обнаружителя в Matlab/Simulink, которая реализует систему дифференциальных уравнений для генератора хаоса Murali–Lakshmanan–Chua. В качестве информативного параметра обнаружителя было выбрано количество хаотических выбросов за время обнаружения и представлены теоретические зависимости для него. Предложенная модель позволила провести статистические исследования границы хаоса и периодических колебаний для генератора хаоса под действием случайной узкополосной помехи. На основе полученных зависимостей осуществлён выбор оптимальных параметров системы. Исследование в целом позволило сделать вывод о возможности использования предлагаемого обнаружителя в качестве узла приборов, получающих информационный сигнал на фоне нестационарных помех.

Ключевые слова: генератор хаоса, обнаружитель периодических сигналов, перемежаемость, касательная бифуркация, нестационарные помехи.

Введение. Обнаружитель периодических сигналов является одним из важнейших узлов приборов контроля, в которых полезный сигнал получают на фоне преобладающих помех. Согласно теории потенциальной помехоустойчивости, наилучшим обнаружителем сигналов на фоне помех является корреляционный приёмник или согласованный фильтр [1]. Следует заметить, что преимущество корреляционного обнаружителя будет только в случае помех в виде стационарных случайных процессов по типу белого шума и при условии неизменного отношения сигнал/шум. В реальных приборах контроля, мощность помех, на фоне которых получают измерительный сигнал, не остаётся неизменной, и, следовательно, применение простых приёмников может оказаться неэффективным, поскольку применяемая в них линейная обработка сигналов не различает сигнал и помеху. Предлагаемым решением задачи совершенствования обнаружителя для случая нестационарных помех является использование в нём нелинейного преобразователя, в частности неавтономного генератора хаоса. Хаотическое движение в нём становится возможным в результате потери устойчивости периодического движения в низкочастотной

колебательной системе. Воздействие случайных помех на такую систему принципиально не изменяет движение в ней, которое так и остаётся хаотическим. Подача на вход системы периодического сигнала, напротив, изменяет устойчивость движения системы в целом, динамика становится периодической, а чувствительность к помехам уменьшается. Наблюдая качественную картину движения в системе можно сделать вывод об обнаружении или отсутствии сигнала.

Данные соображения легли в основу настоящих исследований, задачи которых были сформулированы следующим образом:

- осуществить выбор информативного параметра для сигнала, получаемого с выхода генератора хаоса;
- получить теоретические зависимости, устанавливающие взаимосвязь информативного сигнала генератора хаоса с входным сигналом и выполнить сравнение теоретических формул с расчётом на численной модели
- сделать вывод о возможности применения хаотического обнаружителя в приборах контроля и условиях наиболее подходящих для этого

Методика исследования. Известный способ обнаружения периодических сигналов с помощью бифуркаций в генераторе хаоса (рисунок 1) состоит в следующем: неавтономный генератор хаоса (ГХ) с помощью опорного генератора синусоидальных колебаний $f_0 \sin(\omega\tau)$ настраивается в состояние близкое к порогу бифуркации и при отсутствии обнаруживаемого сигнала находится в хаотическом режиме [2, 3]. Предполагается, что сигнал, подаваемый на вход генератора хаоса, уже предварительно отфильтрован в узкой полосе, включающей ω , но при этом содержит случайную помеху $\sigma \cdot n(\tau)$ с нулевым средним значением и равномерным спектром в заданной полосе. Если во входном сигнале присутствует полезный сигнал $d \cdot \sin(\omega\tau)$ – то, система проходит порог бифуркации и в ней устанавливается периодический режим.

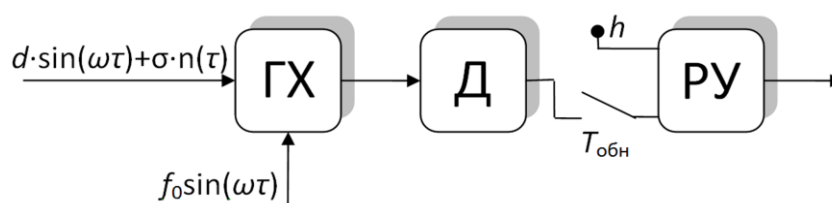


Рисунок 1 – Структурная схема обнаружителя периодических сигналов на основе генератора хаоса: ГХ – генератора хаоса; Д – детектор состояния; РУ – решающее устройство

Детектор состояния (Д) должен осуществить различие типа траекторий генератора хаоса. Таким образом, можно считать, что генератор хаоса

является обнаружителем известных периодических сигналов. Из существующих аналогов для данного круга задач следует назвать корреляционный приёмник Котельникова и синхронный детектор [4]. На Рисунке 1 у генератора хаоса обозначено два входа, один из которых требует наличия периодического сигнала – копии того сигнала, который следует обнаружить. При этом сам генератор хаоса является неавтономным.

В качестве обнаружителя, может быть использована практически любая неавтономная нелинейная система, демонстрирующая хаотическое поведение. В данном исследовании в качестве примера был выбран генератор Murali-Lakshmanan-Chua (MLC-цепь), поскольку он имеет очень простую техническую реализацию, что важно, при создании реального прибора [5]. Под действием смеси сигнала и помехи генератор хаоса описывается следующей системой уравнений в безразмерных величинах:

$$\begin{cases} \frac{dx}{d\tau} = y - m(x) \\ \frac{dy}{d\tau} = -\beta y - \beta x + f_0 \sin \omega\tau + K \cdot (d \sin \omega\tau + \sigma \cdot n(\tau)) \end{cases}, (1)$$

где: x, y – динамические переменные системы; $\beta=0,9$ – бифуркационный параметр; $\omega=0,4$ – частота опорного генератора; $m(x)$ – нелинейный элемент, называемый диодом Чуа; τ – безразмерное время; K – масштабный множитель для входных воздействий; $f_0 \approx 0,08$. Элемент $m(x)$ представляет собой эквивалент нелинейного отрицательного сопротивления, описываемого формулой (2):

$$m(x) = b \cdot x + \frac{1}{2} (a - b) \cdot (|x + 1| - |x - 1|), (2)$$

где: $a = -1,02; b = -0,55$.

На Рисунке 2 представлена схема модели обнаружителя в Matlab/Simulink [6]. В ней показан только один синусоидальный источник, поскольку сигнал опорного генератора и обнаруживаемый сигнал складываются и, следовательно, они могут быть представлены одним источником.

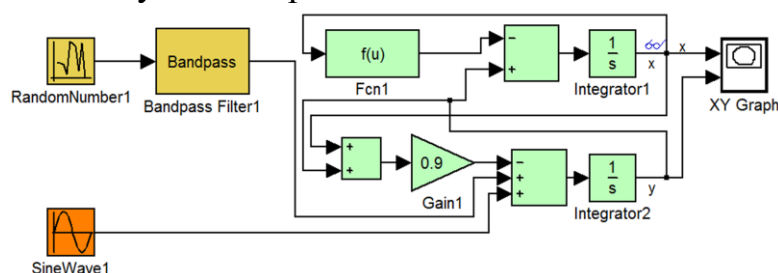


Рисунок 2 - Расчётная модель в Matlab/Simulink генератора хаоса под воздействием узкополосной помехи для исследования окрестностей критической точки бифуркации

Если рассматривать траектории в фазовом пространстве для установившегося периодического режима (Рисунок 3, а), то можно сделать вывод, что выходной сигнал имеет ту же частоту, что и опорный генератор, и фаза вращения вокруг начала координат нарастает монотонно. В тоже время, для хаотического режима, наблюдаются петли (Рисунок 3,б), что означает немонотонность нарастания фазы от времени.

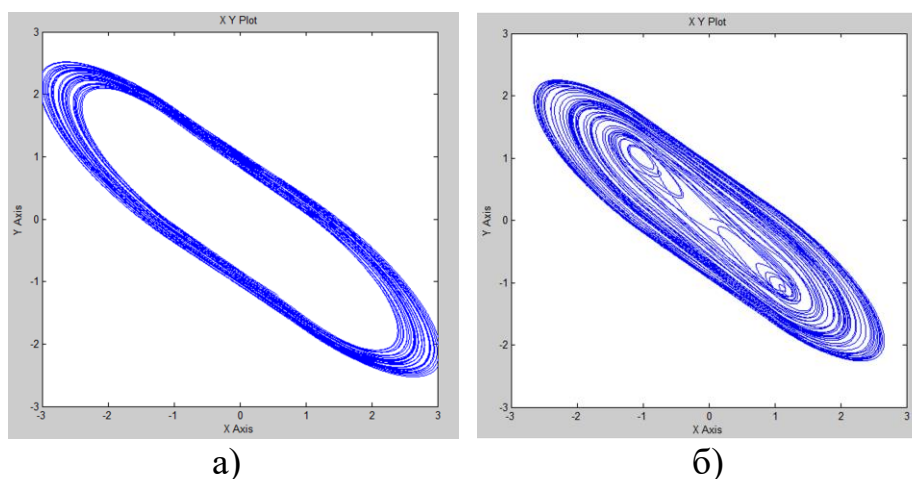


Рисунок 3 – Аттрактор в фазовом пространстве $x - y$ для генератора хаоса под действием случайных помех, в случае а) периодического движения $f=0,09$; б) хаотического движения $f=0,08$

Замечено, что по мере приближения к границе между режимами, движение в системе напоминает периодическое с крайне редкими фазовыми перескоками. Для установления типа бифуркации была построена диаграмма для функции последования динамической переменной y в сечении Пуанкаре плоскостью $x=0$ (Рисунок 4). Полученная диаграмма даёт основания полагать, что в точке $f \approx 0,08245$ имеет место касательная бифуркация, сопровождающаяся перемежаемостью I-типа и демонстрацией сценария Помо-Манневиля [7].

Наличие достаточно редких фазовых перескоков может быть легко зафиксировано фазовым детектором релейного типа, тогда перескоки фазы будут преобразовываться в прямоугольные импульсы [8].

Информативным параметром обнаружителя предлагается взять число хаотических выбросов за время обнаружения $T_{обн}$, получаемое детектором (Д). Это число подаётся на вход решающего устройства (РУ). Решающее устройство выполнено по типу компаратора и осуществляет сравнение с заданным некоторым пороговым уровнем h , который выбирается таким образом, чтобы обеспечить желаемую вероятность ложной тревоги при обеспечении наибольшей вероятности правильного срабатывания.

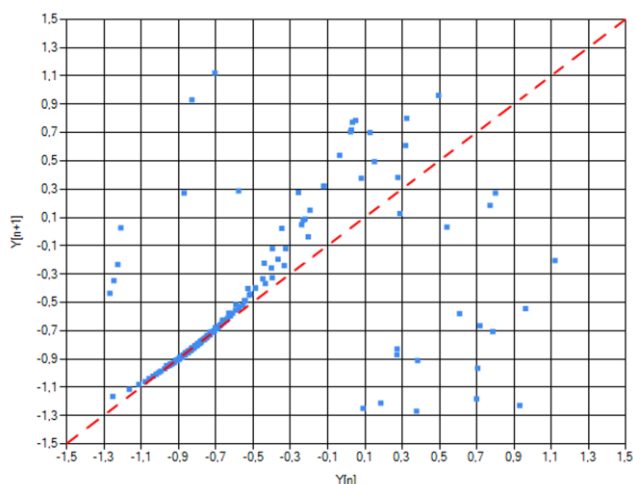


Рисунок 4 – Диаграмма для функции последования динамической переменной y в сечении Пуанкаре плоскостью xOy , при $f=0,08245$

Теоретическое рассмотрение предполагало получение приближённых формул для числа хаотических выбросов за время обнаружения. В цикле работ [9 - 11], посвящённом перемежаемости I-типа была введена величина средней длительности ламинарной фазы вблизи границы хаоса и периодического режима в присутствии аддитивного шума. Кроме этого, авторами отмечается, что в присутствии шума, возможно появление хаотических выбросов в закритической области параметров хаотического генератора, где при отсутствии шума наблюдается устойчивый периодический режим.

Основным параметром, описывающим уравнения для числа хаотических выбросов, является надкритичность ε , определяемая как абсолютная величина разности между критическим значением и текущим значением одного из параметров системы. В нашем случае:

$$\varepsilon = |f - f_{кр}|,$$

где f - амплитуда гармонического воздействия для неавтономного генератора хаоса; $f_{кр}=0,08245$ – критическое значение при отсутствии шумовой помехи [6].

Запишем выражения для среднего числа хаотических выбросов N_1 , получаемые для случая $f < f_{кр}$ и числа N_2 для случая $f > f_{кр}$:

$$N_1 = k_1 \cdot T_{обн} \cdot \sqrt{\varepsilon}; \quad (3)$$

$$N_2 = k_2 \cdot T_{обн} \cdot \sqrt{\varepsilon} \cdot e^{\frac{-4 \cdot \varepsilon^{3/2}}{3 \cdot D}}, \quad (4)$$

где: k_1, k_2 – постоянные коэффициенты, которые берутся в соответствии: для $D=0$ $k_1=1400$, $k_2=0$, для $D=3 \cdot 10^{-4}$ $k_1=900$, $k_2=700$, для $D=3 \cdot 10^{-3}$ $k_1=450$, $k_2=400$; D – мощность помехи.

Результаты. Для проверки представленных формул они были совмещены с результатами, полученными на численной модели. При разных значениях

мощности помехи исследовалось число хаотических выбросов N_1 и N_2 за время, соответствующее $Z=500$ периодам опорного генератора в зависимости от амплитуды синусоидального сигнала (рисунок 5).

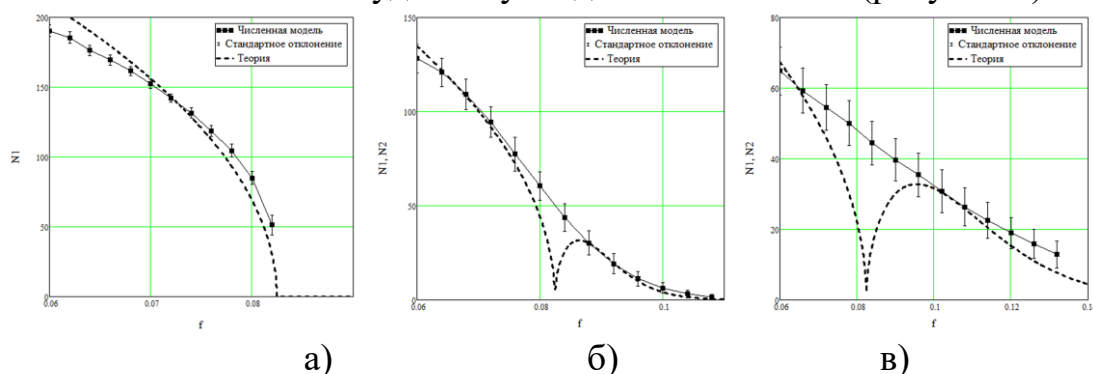


Рисунок 5 – Зависимость среднего числа хаотических выбросов под воздействием случайных помех в третьоктавной полосе: а) $D=0$; б) $D=3 \cdot 10^{-4}$; в) $D=3 \cdot 10^{-3}$

Сравнительный анализ полученных зависимостей позволяет сделать вывод об удовлетворительном совпадении теории с численной моделью. Следует предположить, что в окрестности пересечения всех этих зависимостей, существует некоторое значение амплитуды опорного генератора, при котором под действием разных по мощности помех, будет оставаться почти неизменный режим перемежаемости.

Для полноты анализа были построены гистограммы распределения числа хаотических выбросов за время обнаружения при разных значениях амплитуды синусоидального источника и мощности шума. Типичное семейство гистограмм представлено на рисунке 6.

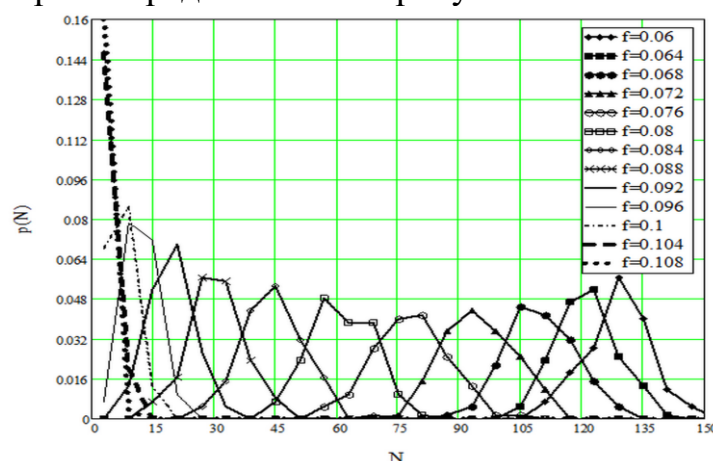


Рисунок 6 – Семейство нормированных гистограмм распределения числа хаотических выбросов при $Z=500$, $D=3 \cdot 10^{-4}$ для разных значений амплитуды опорного генератора

Обсуждение. Гистограммы, подобные приведённым на рисунке 6, были получены также и для других значений D . Их сравнение позволило подтвердить предположение о существовании точки, в которой

воздействие на систему случайной помехи принципиально не изменяет распределение числа хаотических выбросов за фиксированное время. Путём подбора с небольшим шагом, было установлено это значение $f_0=0,0821$. На Рисунке 7 приведены гистограммы распределения числа хаотических выбросов в этой точке при разной мощности помехи в пределах 3 порядков. Этот рисунок даёт основания, полагать, что вероятность ложного срабатывания P_F такого обнаружителя не будет зависеть от мощности помехи, и не будет необходимости корректировать уровень сравнения h в условиях нестационарных помех (рекомендуется устанавливать уровень $h=15..20$ за время, соответствующее $Z=500$ периодам опорного генератора).

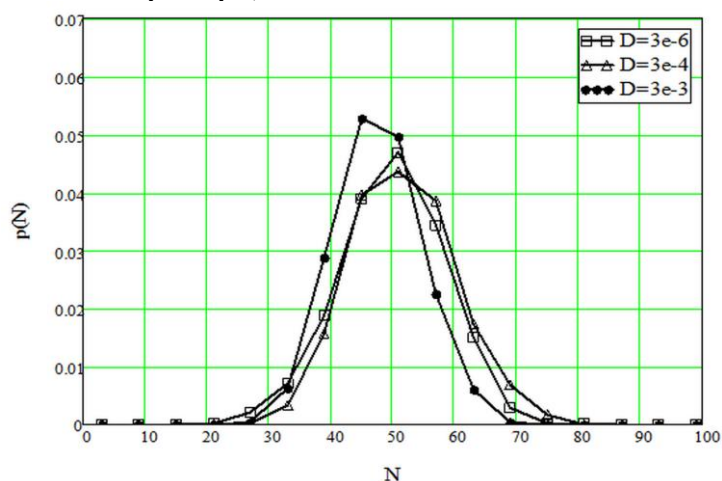


Рисунок 7 - Нормированные гистограммы распределения числа N хаотических выбросов при разной мощности помехи D при $f=f_0=0,0821$

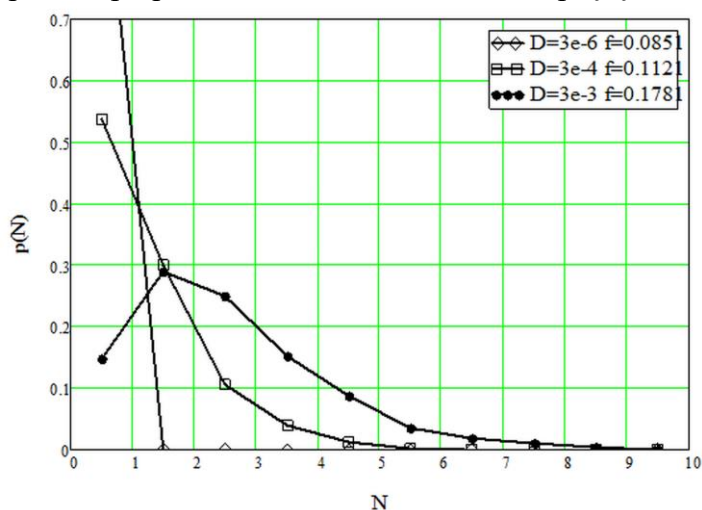


Рисунок 8 - Нормированные гистограммы распределения числа N хаотических выбросов для обнаружителя под действием на вход смеси сигнала и помехи при неизменном отношении сигнал/помеха

В исследовании случая подачи на вход смеси сигнала и помехи для наглядности принималось неизменное отношение сигнал/помеха.

Гистограммы распределения для этого случая представлены на рисунке 8. При поступлении на вход обнаружителя смеси сигнала и помехи, генератор хаоса переходит в периодический режим, однако одиночные хаотические выбросы могут иметь место. Для сохранения неизменного количества таких выбросов в широком динамическом диапазоне входных сигналов и помех, достаточно, чтобы отношение сигнал/шум по мощности для них оставалось неизменным, следовательно, также будет обеспечена неизменная вероятность P_D правильного обнаружения.

Заключение. Проведённое исследование позволило сделать вывод о возможности применения обнаружителя периодических сигналов на фоне помех в приборах контроля, в которых полезный сигнал сопровождается случайными помехами с изменяющейся мощностью. Одним из примеров такого применения может служить фотоэлектрический датчик на излучение – приём модулированного светового пучка [12]. В этом датчике фоновая засветка окружающей сцены также облучает фотоприёмник, поскольку он имеет некоторый угол поля зрения. Широко применяемые в настоящее время фотоприёмники на фотодиодах кроме получения полезного сигнала также являются источниками случайных помех. Этот шумовой ток фотодиода растёт с увеличением облучённости фотодиода и, если изменяется фоновая засветка, то получаемый сигнал будет сопровождаться нестационарными помехами, мощность которых в реальных условиях может различаться на несколько порядков. Для фотоэлектрического датчика, предназначенного для работы в условиях естественной освещённости, решением проблемы повышения мощности шумов при дневном свете, является использование в нём обнаружителя на основе генератора детерминированного хаоса.

ЛИТЕРАТУРА

1. Тихонов В.И. Оптимальный приём сигналов. – М.: Радио и связь, 1983. – 320с.
2. Wang F., Xing H., Duan S., Yu H. Study on Chaos-Based Weak Signal Detection Method with Duffing Oscillator// Advances in Computer Science and Information Engineering, v2(169) - Berlin: Springer Berlin Heidelberg, 2012. –p.21-26.
3. Yue Li, Yang Baojun Chaotic system for the detection of periodic signals under the background of strong noise// Chinese Science Bulletin, Vol. 48, № 5, 2003. – p. 508-510.
4. Макс Ж. Методы и техника обработки сигналов при физических измерениях Т.2. – М.: «Мир», 1983. – 256 с.
5. Murali K., Lakshmanan M., Chua L.O. The simplest dissipative nonautonomous chaotic circuit // Trans. Circuits Syst, Vol. 41 – New

- York: Circuits and Systems Society, 1994. – p. 462-463.
6. Патрушева Т. В., Патрушев Е.М. Численное моделирование процесса обнаружения периодических сигналов на фоне преобладающих шумов в приборах контроля, основанных на использовании генераторов хаоса // Ползуновский альманах, № 1 – Барнаул, 2013. – с. 59-64.
 7. Шустер Г. Детерминированный хаос: Введение. – М.: Мир, 1988.– 240с.
 8. Патрушева Т. В., Патрушев Е.М., Наздрюхин И.С. Детектор состояния в обнаружителе слабых периодических сигналов на основе генератора хаоса/ Т. В. Патрушева, Е.М.Патрушев // Ползуновский альманах № 2 – Барнаул, 2016. – с. 11-13.
 9. Hramov A.E., Koronovskii A.A., Kurovskaja M.K. Length distribution of laminar phases for type-I intermittency in the presence of noise // Phys. Rev. E. 76 – 2007. 026206.
 10. Короновский А.А., Куровская М.К., Москаленко О.И., Храмов А.Е. Перемежаемость типа I в присутствии шума и перемежаемость игольного ушка // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. Т. 18, № 1 – Саратов 2010. С. 24-34.
 11. Овчинников А.А. Экспериментальное изучение перемежаемости типа I в присутствии шума и на примере генератора, синхронизируемого внешним гармоническим сигналом // Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика. Т.17, №6. – Саратов, 2009. С.119-124.
 12. Патрушева Т. В., Патрушев Е.М. Фотоэлектрический датчик диффузного типа на основе генератора хаоса // Фундаментальные исследования. № 6-6. – Пенза, 2013. С. 1354-1358

T. V. Patrusheva, E. M. Patrushev
**STUDY OF THE BOUNDARY OF THE TANGENTIAL BIFURCATION
IN DETECTOR OF PERIODIC SIGNALS, BASED ON CHAOTIC
OSCILLATOR**

Altai State Technical University

The article considers a method for detecting periodic signals under the background of random interference. The implementation of the detector on the basis of a non-autonomous chaotic oscillator is proposed. The authors have justified choosing a tangent bifurcation as the basis of the detection mechanism. It is assumed that in the absence of a detectable signal at the input of the chaotic oscillator, its operation mode will be chaotic, and if it is available, a periodic mode will be established. A numerical model of the detector in Matlab / Simulink is implemented, which implements a system of differential equations for the chaotic oscillator Murali-Lakshmanan-Chua. As an informative parameter of the detector, the amount of chaotic emissions during the detection period was chosen and theoretical dependencies for it were presented. The proposed model allowed to carry out statistical studies of the boundary of chaos and periodic oscillations for the chaos generator under the influence of random narrow-band interference. Based on the dependencies obtained, the optimal parameters of the system were selected. The study as a whole made it possible to conclude that the proposed detector can be used as a node of devices receiving an information signal against a background of non-stationary interference.

Keywords: chaotic oscillator, periodic signals detector, intermittency, tangential bifurcation, non-stationary interference.

REFERENCES

1. Tihonov V.I. Optimal'nyj priyom signalov. – M.: Radio i svyaz', 1983. – p.320.
2. Wang F., Xing H., Duan S., Yu H. Study on Chaos-Based Weak Signal Detection Method with Duffing Oscillator// Advances in Computer Science and Information Engineering, v2(169) - Berlin: Springer Berlin Heidelberg, 2012. – pp.21-26.
3. Yue Li, Yang Baojun Chaotic system for the detection of periodic signals under the background of strong noise// Chinese Science Bulletin, Vol. 48, No. 5, 2003. – pp. 508-510.
4. Maks Zh. Metody i tekhnika obrabotki signalov pri fizicheskikh izmereniyah T.2. – M.: «Mir», 1983. – p.256.
5. Murali K., Lakshmanan M., Chua L.O. The simplest dissipative nonautonomous chaotic circuit // Trans. Circuits Syst, Vol. 41 – New York: Circuits and Systems Society, 1994. – pp. 462-463.
6. Patrusheva T. V., Patrushev E.M. Chislennoe modelirovanie processa obnaruzheniya periodicheskikh signalov na fone preobladayushchih shumov v priborah kontrolya, osnovannyh na ispol'zovanii generatorov haosa //Polzunovskij al'manah, № 1 – Barnaul, 2013. – pp. 59-64.

7. Shuster G. Determinirovannyj haos: Vvedenie. – M.: Mir, 1988.– p.240.
8. Patrusheva T. V., Patrushev E.M., Nazdryuhin I.S. Detektor sostoyaniya v obnaruzhitele slabyh periodicheskikh signalov na osnove generatora haosa/ T. V. Patrusheva, E.M.Patrushev // Polzunovskij al'manah No. 2 – Barnaul, 2016. – pp. 11-13.
9. Hramov A.E., Koronovskii A.A., Kurovskaja M.K. Length distribution of laminar phases for type-I intermittency in the presence of noise // Phys. Rev. E. 76 – 2007. 026206.
10. Koronovskij A.A., Kurovskaya M.K., Moskalenko O.I., Hramov A.E. Peremezhaemost' tipa I v prisutstvii shuma i peremezhaemost' igol'nogo ushka // Izvestiya vuzov. Prikladnaya nelinejnaya dinamika. Vol. 18, No. 1 – Saratov 2010. pp. 24-34.
11. Ovchinnikov A.A. Eksperimental'noe izuchenie peremezhaemosti tipa I v prisutstvii shuma i na primere generatora, sinhroniziruemogo vneshnim garmonicheskim signalom //Izvestiya vysshih uchebnyh zavedenij. Prikladnaya nelinejnaya dinamika. T.17, №6. – Saratov, 2009. pp.119-124.
12. Patrusheva T. V., Patrushev E.M. Fotoelektricheskij datchik diffuznogo tipa na osnove generatora haosa // Fundamental'nye issledovaniya. No. 6-6. – Penza, 2013. pp. 1354-1358.