

УДК 004.942

А.Г. Ярмолич

ТЕСТОВАЯ МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ ПЕШЕХОДА

Балтийский государственный технический университет
«ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова

Представлены результаты разработки и анализа простой и наглядной модели движения пешехода, предназначенной для формирования измерительных данных в канале счисления пути пешеходной бесплатформенной инерциальной навигационной системы (БИНС). Данная модель совместно с моделью измерительных ошибок БИНС позволяет проводить тестирование различных алгоритмов обработки измерений канала и оценивать потенциальную точность определения текущих координат пешехода для различных вариантов его движения. Приведено математическое описание модели. Представлены результаты моделирования, свидетельствующие об удобстве пользования моделью и высокой точности расчетов.

Ключевые слова: модель пешехода, инерциальная навигация, счисление пути, походка человека.

ВВЕДЕНИЕ

Разработчики пешеходных автономных бесплатформенных инерциальных навигационных систем (БИНС), располагаемых на уровне пояса пешехода, повсеместно используют простую и наглядную биомеханическую модель движения человека как для определения длины шага [1], так и при комплексировании средних скоростей на шаге [2, 3].

Данная биомеханическая модель представляет собой плоский механизм (см. Рисунок 1), состоящий из двух равных звеньев «ног» AO и OC , соединенных в точке подвеса O идеальным плоским шарниром «таз». Движение механизма на одном шаге представлено на Рисунке 1 и представляет собой перемещение одного звена вдоль заранее выбранного направления по оси X к другому звену без изменения уровня точек A и C по оси Y .

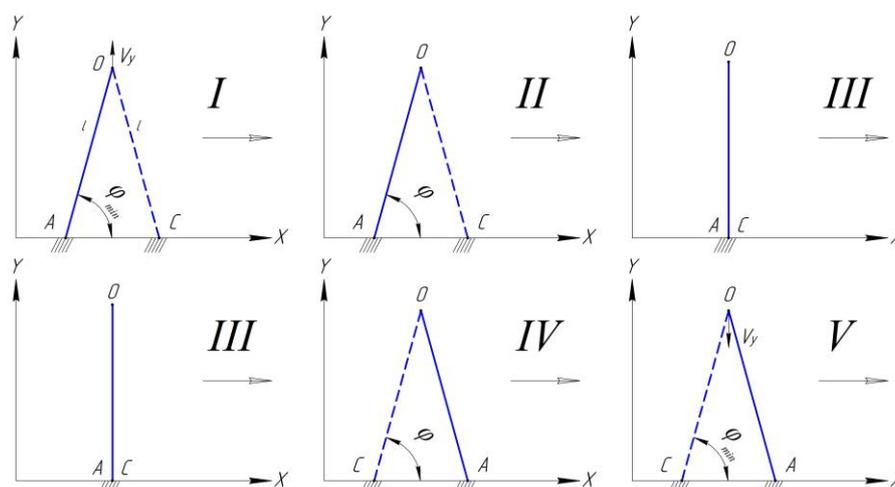


Рисунок 1 – Биомеханическая модель движения пешехода

Определение длины шага $\text{sup}(AC)$ производится простыми геометрическими построениями между двумя фазами шага в соответствии с Рисунком 2. Так, из $\triangle OBC$ получаем $OB = \sqrt{OC^2 - (O'C - O'B)^2}$, а с учетом равенства длин ног $AO = OC = O'C = l$,

$$\text{sup}(AC) = 2OB = 2\sqrt{2lh - h^2}, \quad (1)$$

где $h = O'B$ – максимальное вертикальное перемещение таза в течение шага.

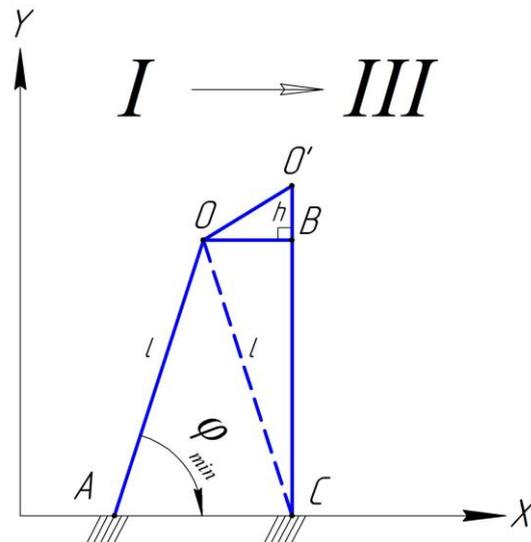


Рисунок 2 – Определение длины шага

Популярность данной модели вызвана не только ее простотой и наглядностью, но и тем, что точка подвеса ног совершает в течение шага колебания по оси Y , имитируя тем самым существенную особенность походки человека [4], в отличие от класса моделей с «комфортабельной походкой», когда точка подвеса ног остается на одном уровне по оси Y в течение всего шага.

При экспериментальных исследованиях и апробации разработанных пешеходных БИНС разработчики сталкиваются с уникальностью походки каждого пешехода. Отличие локомоции одного человека от другого столь существенно, что на нем основываются разработки систем доступа и идентификации [5], заключения экспертов-криминалистов для суда [6] и др. При решении этой проблемы разработчики пешеходных БИНС вынужденно вводят процедуру настройки системы для конкретного пользователя перед ее применением. Такая процедура обычно включает в себя либо ввод пешеходом своих антропометрических данных, либо прохождение тестовых заданий для подстройки апостериорных коэффициентов и пороговых уровней [7], например [3], безразмерной величины перед радикалом в (1).

Таким образом, на практике у разработчиков пешеходных БИНС имеется уникальная и зачастую немногочисленная выборка пешеходов для описания статистической динамики движения и оценки выбранных алгоритмов работы системы, что затрудняет их сравнение между собой. Например, результат по точности в 1 % от пройденного пути, полученный в работе [7] для прототипа пешеходной БИНС, указан на основе одной реализации без уточнения параметров и выборки тестируемых пешеходов. В работе [8] результат по точности в 3 % от пройденного пути указан на основе двух реализация для конкретного пешехода.

ТЕСТОВАЯ МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ ПЕШЕХОДА

Наличие тестовой модели движения пешехода, отражающей основные существенные особенности его биомеханики, позволит до проведения натурных испытаний на разнообразном реальном движении оценить потенциальную точность работы БИНС.

Опишем математическую модель тестового движения пешехода на основе ранее рассмотренной наглядной биомеханической модели. Выходными параметрами разрабатываемой модели будут являться зависимости ускорений $a_x(t)$ и $a_y(t)$ для точки крепления пешеходной БИНС

на уровне пояса пешехода (точка O). Это позволит симитировать показания соответствующих акселерометров, входящих в состав пешеходных БИНС, для последующего анализа и сравнения различных алгоритмов обработки в канале счисления пути по шагам на примере простого и наглядного движения.

Для нахождения ускорений $a_x(t)$ и $a_y(t)$ точки O воспользуемся механическим смыслом производной, согласно которому ускорение неравномерного движения в каждый момент времени равно производной от скорости по времени

$$a_x(t) = \dot{x}_O'(t) = \frac{d}{dt} x_O'(t) = \frac{d}{dt} \left(\frac{d}{dt} x_O(t) \right), \quad (2)$$

$$a_y(t) = \dot{y}_O'(t) = \frac{d}{dt} y_O'(t) = \frac{d}{dt} \left(\frac{d}{dt} y_O(t) \right), \quad (3)$$

где $x_O(t), y_O(t)$ – текущие координаты точки O . Таким образом, задача сводится к нахождению траектории движения точки O , выражаемой зависимостями $x_O(t)$ и $y_O(t)$, которые в случае их дифференцируемости определяют производные $a_x(t), a_y(t)$ согласно (2), (3).

Для определения траектории движения точки O рассмотрим для начала движение на одном шаге в пяти фазах, представленных на Рисунке 1. Основными параметрами, изменяющимися в процессе

движения, являются координаты точек A, O, C и угол φ , характеризующий «раствор» ног $(\pi - 2\varphi)$ пешехода. Изменение величины угла φ по пяти фазам за время одного шага T можно представить в виде

$$\begin{aligned} I \rightarrow II \rightarrow III \rightarrow IV \rightarrow V, \\ \inf(\varphi) \rightarrow \varphi \rightarrow \sup(\varphi) \rightarrow \varphi \rightarrow \inf(\varphi), \end{aligned} \quad (4)$$

$$\varphi_{\min} \rightarrow \varphi \rightarrow \frac{\pi}{2} \rightarrow \varphi \rightarrow \varphi_{\min},$$

где φ_{\min} определяет максимально возможный раствор ног модели тестового движения пешехода, соответствующий фазам начала (I) и конца шага (V). В соответствии с динамикой изменения угла (4) разобьем длительность шага T на две части T_{I-III} и T_{III-V} , причем $T = T_{I-III} + T_{III-V}$. Тогда с учетом равенства длин ног $AO = OC = l$ запишем искомые величины для первой части первого шага следующим образом

$$x_O(t) = x_C(t) - l \cos[\varphi_{\min} + \omega_{I-III}t] \quad (0 \leq t \leq T_{I-III}), \quad (5)$$

$$y_O(t) = y_C(t) + l \sin[\varphi_{\min} + \omega_{I-III}t] \quad (0 \leq t \leq T_{I-III}) \quad (6)$$

где $x_C(t), y_C(t)$ – координаты точки C , а ω_{I-III} – скорость изменения угла φ в первой части шага

$$\omega_{I-III} = \frac{\frac{\pi}{2} - \varphi_{\min}}{T_{I-III}}.$$

Аналогичным образом запишем искомые величины для второй части шага

$$x_O(t) = x_C(t) + l \cos\left[\frac{\pi}{2} + \omega_{III-V}(t - T_{I-III})\right] \quad (T_{I-III} \leq t \leq T), \quad (7)$$

$$y_O(t) = y_C(t) + l \sin\left[\frac{\pi}{2} + \omega_{III-V}(t - T_{I-III})\right] \quad (T_{I-III} \leq t \leq T), \quad (8)$$

$$\omega_{III-V} = \frac{\varphi_{\min} - \frac{\pi}{2}}{T_{III-V}}.$$

Воспользовавшись известными формулами приведения, для (7) и (8) получим

$$x_O(t) = x_C(t) - l \sin[\omega_{III-V}(t - T_{I-III})] \quad (T_{I-III} \leq t \leq T), \quad (9)$$

$$y_O(t) = y_C(t) + l \cos[\omega_{III-V}(t - T_{I-III})] \quad (T_{I-III} \leq t \leq T). \quad (10)$$

Таким образом, задавая параметры модели $x_C(t)$, $y_C(t)$, l , φ_{\min} , T_{I-III} , T_{III-V} , с помощью соотношений (5), (6), (9), (10) определяем искомую траекторию движения точки O на одном шаге.

Используя нечетность тригонометрической функции $\sin[\omega_{I-III}] = -\sin[-\omega_{I-III}]$, преобразуем (5) следующим образом

$$x_O(t) = x_C(t) - l \cos[\varphi_{\min} + \omega_{I-III}t] = x_C(t) - l \sin[-\omega_{I-III}(t - T_{I-III})] \quad (0 \leq t \leq T_{I-III}). \quad (11)$$

Сравнив (9) и (11), отмечаем, что в случае равенства $-\omega_{I-III} = \omega_{III-V} \Leftrightarrow T_{I-III} = T_{III-V}$ для определения $x_O(t)$ в течение всего времени шага достаточно использовать выражение (5). Аналогичный вывод справедлив для координаты $y_O(t)$ с учетом четности тригонометрической функции $\cos[\omega_{I-III}] = \cos[-\omega_{I-III}]$. Тогда для случая движения, когда $T_{I-III} = T_{III-V}$, используем упрощенную по количеству уравнений модель

$$x_O(t) = x_C(t) - l \cos[\varphi_{\min} + \omega_{\varphi}t] \quad (0 \leq t \leq T), \quad (12)$$

$$y_O(t) = y_C(t) + l \sin[\varphi_{\min} + \omega_{\varphi}t] \quad (0 \leq t \leq T), \quad (13)$$

где $\omega_{\varphi} = \frac{\pi - 2\varphi_{\min}}{T}$, а $x_C(t) = const$ и $y_C(t) = const$ в течение одного шага.

Полученная система уравнений (12), (13) описывает траекторию движения точки O на одном шаге и неограниченно дифференцируема на области определения, что позволяет воспользоваться для нахождения ускорений $a_x(t)$, $a_y(t)$ соотношениями (2), (3)

$$\begin{aligned} x_O(t) &= x_C(t) - l \cos[\varphi_{\min} + \omega_{\varphi}t] & (0 \leq t \leq T), \\ x'_O(t) &= \omega_{\varphi} l \sin[\varphi_{\min} + \omega_{\varphi}t] & (0 \leq t \leq T), \end{aligned} \quad (14)$$

$$x''_O(t) = \omega_{\varphi}^2 l \cos[\varphi_{\min} + \omega_{\varphi}t] \quad (0 \leq t \leq T), \quad (15)$$

$$\begin{aligned} y_O(t) &= y_C(t) + l \sin[\varphi_{\min} + \omega_{\varphi}t] & (0 \leq t \leq T), \\ y'_O(t) &= \omega_{\varphi} l \cos[\varphi_{\min} + \omega_{\varphi}t] & (0 \leq t \leq T), \end{aligned} \quad (16)$$

$$y''_O(t) = -\omega_{\varphi}^2 l \sin[\varphi_{\min} + \omega_{\varphi}t] \quad (0 \leq t \leq T). \quad (17)$$

Движение под углом α к плоскости местного горизонта представим
 Рисунком 3.

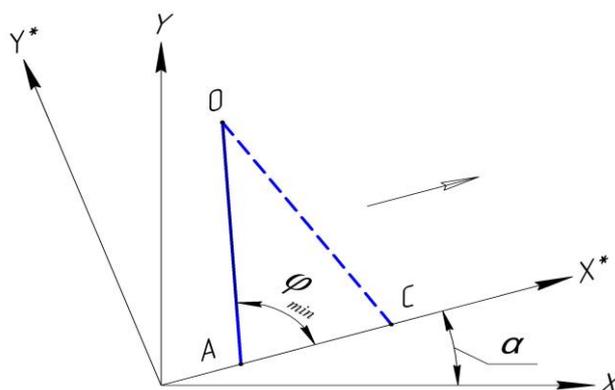


Рисунок 3 – Учет наклона поверхности

Данная ситуация аналогична повороту осей координат на соответствующий угол α , при этом интересующие нас зависимости находятся через известные формулы в системе координат, связанной с плоскостью местного горизонта

$$x_o(t) = x_o^*(t) \cos[\alpha] - y_o^*(t) \sin[\alpha] \quad (0 \leq t \leq T), \quad (18)$$

$$y_o(t) = x_o^*(t) \sin[\alpha] + y_o^*(t) \cos[\alpha] \quad (0 \leq t \leq T), \quad (19)$$

где $x_o^*(t)$, $y_o^*(t)$ рассчитываются по формулам (12), (13). С учетом неограниченной дифференцируемости функций (18), (19) на области определения для нахождения $a_x(t)$, $a_y(t)$ воспользуемся соотношениями (2), (3)

$$x_o''(t) = \omega_\phi^2 l \cos[\varphi_{\min} + \omega_\phi t - \alpha] \quad (0 \leq t \leq T), \quad (20)$$

$$y_o''(t) = -\omega_\phi^2 l \sin[\varphi_{\min} + \omega_\phi t - \alpha] \quad (0 \leq t \leq T). \quad (21)$$

Для анализа последовательности шагов рассмотрим более детально фазы начала (I) и конца шага (V), представленные на Рисунке 1. Точка O расположена относительно ног идентичным образом, а ее параметры движения различны

$$\begin{aligned} x_o'(0) &= \omega_\phi l \sin[\varphi_{\min} - \alpha], & x_o'(T) &= \omega_\phi l \sin[\varphi_{\min} + \alpha], \\ x_o''(0) &= \omega_\phi^2 l \cos[\varphi_{\min} - \alpha], & x_o''(T) &= -\omega_\phi^2 l \cos[\varphi_{\min} + \alpha], \\ y_o'(0) &= \omega_\phi l \cos[\varphi_{\min} - \alpha], & y_o'(T) &= -\omega_\phi l \cos[\varphi_{\min} + \alpha], \\ y_o''(0) &= -\omega_\phi^2 l \sin[\varphi_{\min} - \alpha], & y_o''(T) &= -\omega_\phi^2 l \sin[\varphi_{\min} + \alpha], \end{aligned}$$

В случае движения в плоскости горизонта

$$\begin{aligned}x'_o(0) &= x'_o(T), & x''_o(0) &= -x''_o(T), \\y''_o(0) &= y''_o(T), & y'_o(0) &= -y'_o(T),\end{aligned}$$

что показывает наличие скачков вертикальной составляющей скорости и горизонтальной составляющей ускорения точки O , необходимых для продолжения движения. Это согласуется с импульсным характером движения человека, когда в конце шага при постановке ноги производится гашение скорости движения центра масс, а при возобновлении – совершение работы на ее приобретение в противоположном направлении. Данный элемент движения человека называется двуопорным [9] и на основе его анализа различными алгоритмами (например, коррекция по нулевой скорости ZUPT), входящими в канал счисления пути по шагам, определяют моменты начала и конца шага для последующего счисления.

Таким образом, без усложнения разработанной модели, для последующего анализа и сравнения предлагаемых различными разработчиками алгоритмов обработки в канале счисления пути по шагам, на примере простого и наглядного движения, достаточно к полученным уравнениям добавить моменты времени начала и конца конкретного шага.

АПРОБАЦИЯ ТЕСТОВОЙ МОДЕЛИ ПЕШЕХОДА В ЗАДАЧЕ СЧИСЛЕНИЯ ПУТИ

Для проверки работоспособности тестовой модели пешехода определим следующие начальные условия для первого шага:

$$\begin{aligned}AO = OC = l &= 0.7 \text{ м}, T = T_{I-III} + T_{III-V} = 2T_{III-V} = 0.5 \text{ с}, \\ \varphi_{\min} &= \pi/3 \text{ рад}, x_c(0) = 2l \cos[\varphi_{\min}], y_c(0) = 0 \text{ м}, \alpha = 0 \text{ рад}, f_u = 100 \text{ Гц},\end{aligned}$$

где f_u – частота измерений акселерометрами.

Полученные зависимости ускорений $a_x(t)$ и $a_y(t)$ точки O согласно (20), (21) представлены на Рисунке 4.

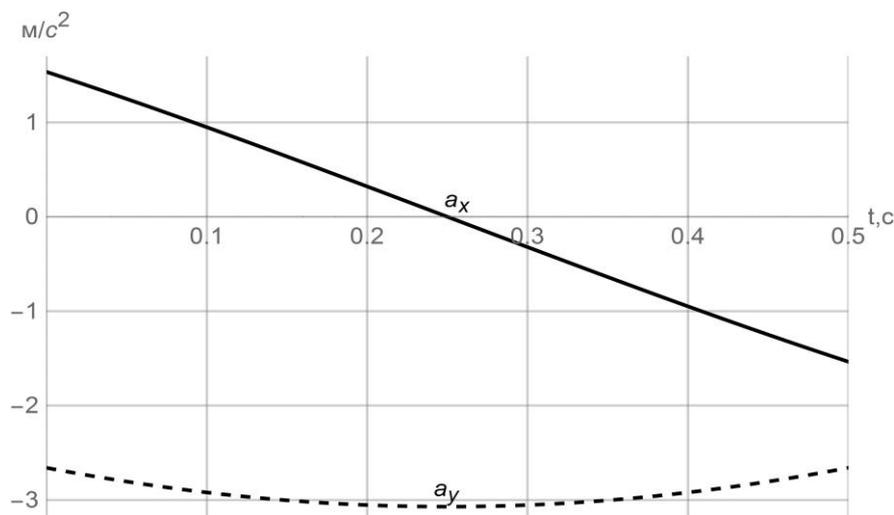


Рисунок 4 – Ускорения $a_x(t)$ и $a_y(t)$ точки подвеса ног

С помощью численного интегрирования ускорений $a_x(t)$ и $a_y(t)$ при известных начальных условиях получаем значения скоростей $V_x(t)$ и $V_y(t)$ точки O , отличающиеся от рассчитанных по формулам (14), (16) на величину порядка 10^{-5} м/с (Рисунок 5).

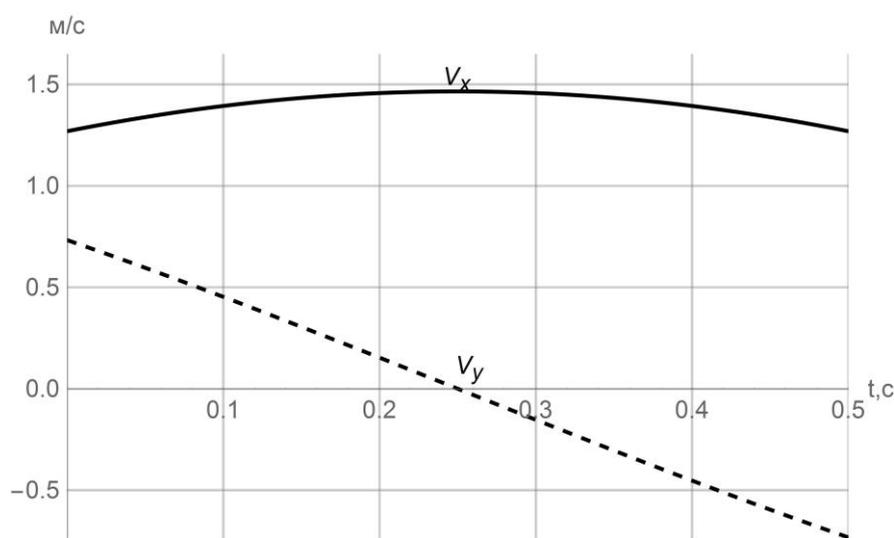


Рисунок 5 – Скорости $V_x(t)$ и $V_y(t)$ точки подвеса ног

Далее с помощью численного интегрирования скоростей $V_x(t)$ и $V_y(t)$ при известных начальных условиях также получаем текущие координаты $x_o(t)$ и $y_o(t)$ точки O , которые отличаются от рассчитанных по формулам (12), (13) на величину порядка 10^{-5} м (Рисунок 6).

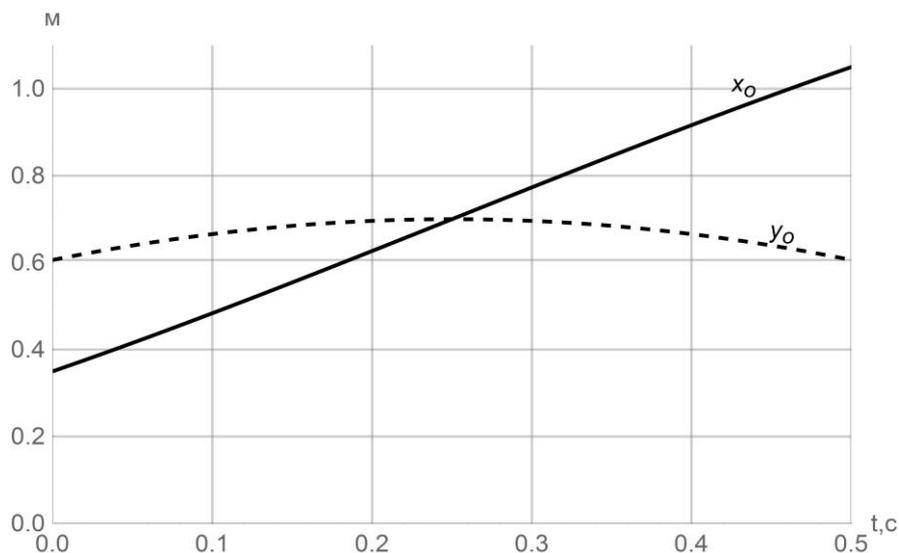


Рисунок 6 – Координаты $x_o(t)$ и $y_o(t)$ точки подвеса ног

На основе полученных данных рассмотрим решение традиционной для пешеходных БИНС задачи определения средней скорости на шаге для разработанной тестовой модели движения пешехода. Так, из геометрических соображений (см. Рисунок 2) следует, что истинная средняя скорость на шаге точки O по оси X равна

$$\bar{V}_x^{ИСТ} = \frac{2l \cos[\varphi_{\min}]}{T} = 1.4 \text{ м/с},$$

что соответствует 5.04 км/ч .

Применяя известный метод счисления пути, в основе которого лежит двойное интегрирование по времени измеренных ускорений при известных начальных условиях, находим среднюю скорость на шаге точки O по оси X с использованием ускорений $a_x(t)$

$$\bar{V}_x^{ЧП} = \frac{1}{T} \int_0^T V_x(t) dt = V_x(0) + \frac{1}{T} \int_0^T \int_0^T a_x(t) dt dt = 1.39994406 \text{ м/с}.$$

Учитывая особенности модели (1) и известные начальные условия, находим среднюю скорость на шаге точки O по оси X с помощью ускорений $a_y(t)$

$$\bar{V}_x^{МОД} = \frac{2\sqrt{2lh - h^2}}{T} =$$

$$= \frac{2\sqrt{2l\left(\frac{V_y(0)T}{2} + \int_0^{T/2} \int_0^{T/2} a_y(t) dt dt\right) - \left(\frac{V_y(0)T}{2} + \int_0^{T/2} \int_0^{T/2} a_y(t) dt dt\right)^2}}{T} = 1.39999891 \text{ м/с}.$$

В общем случае движения под углом α к горизонту достаточно рассчитать $a_y(t)$ по формуле (17) и определить проекцию $\bar{v}_x^{МОД} = \frac{2\sqrt{2lh-h^2}}{T} \cos[\alpha]$.

Разница между полученными величинами $\bar{v}_x^{ИСТ}$, $\bar{v}_x^{СЧП}$, $\bar{v}_x^{МОД}$ измеряется порядком не более 10^{-5} м/с, что подтверждает корректность разработанной математической модели тестового движения пешехода и возможность ее использования для отладки алгоритмов в канале счисления пути по шагам пешеходных БИНС, располагаемых на уровне пояса.

В общем случае, применяя совместно с предлагаемой тестовой моделью пешехода модель измерительных ошибок БИНС, например, как в [2, 3] используя метод аппроксимации погрешности восточного канала (аналогично для северного) колебаниями на частоте Шулера

$$\begin{cases} \delta \dot{V}_E = -g \beta_N + B_E \\ \dot{\beta}_N = \frac{\delta V_E}{R_3} + \varepsilon_N \end{cases},$$

где δV_E – ошибка восточного компонента скорости,

β_N – ошибка горизонтирования,

B_E – ошибка смещения нуля соответствующего акселерометра,

ε_N – ошибка дрейфа соответствующего гироскопа,

R_3 – радиус Земли,

реализуема оценка погрешности определения текущих координат пешехода в зависимости от пройденного расстояния. В частности, имитационное моделирование показало, что за время движения, соответствующее периоду Шулера 84,4 мин, при типовых погрешностях измерительных элементов, входящих в состав БИНС, указанные погрешности определения текущих координат не превышают 1 – 3 % от пройденного пути, что соответствует требованиям большинства специальных задач [10] пешеходной навигации.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основе простой и наглядной биомеханической модели движения человека разработана и проанализирована тестовая модель движения пешехода с автономной бесплатформенной инерциальной навигационной системой, располагаемой на уровне пояса. Используя данную тестовую модель, разработчики получают возможность исследовать и сравнивать между собой различные алгоритмы обработки в канале счисления пути пешеходных БИНС на любом количестве шагов, не оставаясь в рамках уникальной и немногочисленной выборки пешеходов. Разнообразные параметры модели при своей регулировке не ведут к ее усложнению.

Модель разработана без потери строгости, не прибегая к формализму Лагранжа [11] и системам из десятков нелинейных дифференциальных уравнений, решаемых численным методом Рунге-Кутта [12], что позволяет сохранить ясность и наглядность при последующем использовании методов статистической динамики.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лукьянов В.В. Персональный навигационный комплекс // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. «Приборостроение». — 2006. № 2. — С. 87 — 99.
2. Дэвидсон П., Такала Я. Разработка алгоритмов инерциальной навигационной системы с учетом особенностей походки человека // Гироскопия и навигация. — 2013. № 1. — С. 54 — 86.
3. Каплин А.Ю., Степанов М.Г. Использование автономной навигационной системы высокоточного позиционирования пешехода на местности // Информационно-управляющие системы. — 2015. № 6. — С. 86 — 92.
4. Грэй, Дж. Передвижение животных / Джеймс Грэй. — М. —Ижевск: Ижевский институт компьютерных исследований, НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2011. — 556 с.
5. Казанцева А.Г. Идентификация человека по походке с использованием носимых сенсоров. Обзор исследований // Математические структуры и моделирование, — 2013. № 2(28). — С. 103 — 111.
6. Сафонов А.А., Булгаков В.Г., Варченко И.А. Криминалистическое исследование динамических признаков человека: история и современное состояние // Общество и право, — 2010. № 3(30). — С. 250 — 257.
7. Маринушкин П.С., Бахтина В.А., Подшивалов И.А., Стукач О.В. Вопросы разработки инерциальных пешеходных навигационных систем на основе МЭМС-датчиков // Наука и образование им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн., — 2015. № 06. — С. 157 — 173. — Режим доступа: <http://technomag.edu.ru/jour/article/view/882>
8. Yingjun Zhang, Wen Liu, Xuefeng Yang, Shengwei Xing Hidden Markov Model-based Pedestrian Navigation System using MEMS Inertial Sensors // Measurement Science Review, Walter de Gruyter GmbH, Berlin, Germany – – 2015. Volume. 15 № 1. — P. 35 — 43. (In English).
9. Белецкий, В.В. Двухногая ходьба: модельные задачи динамики и управления / В.В. Белецкий. — М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1984. — 288 с.
10. Каплин А.Ю., Результаты разработки и направления модернизации комплекса разведки, управления и связи «Стрелец» // Радиоэлектронные комплексы многоцелевого назначения: сборник

- научных трудов. Юбилейный выпуск. 1991 – 2011. — СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2011. — С. 285 — 299.
11. Колесникова Г.П., Формальский А.М. Об одном способе моделирования походки человека. Инженерный журнал: наука и инновации, — 2014, вып. 1. — С. 1 — 8.
 12. Чигарев А.В., Борисов А.В., Моделирование управляемого движения двуногого антропоморфного механизма // Российский журнал биомеханики, — 2011. Т. 15, № 1 (51): — С. 74 — 88.

A.G. Iarmolich

PEDESTRIAN MOTION TEST MODEL

Baltic State Technical University "Voenmech" named after D.F.Ustinov

The results of the development and analysis of a simple and intuitive pedestrian motion model designed for the formation of measurement data in the path calculation channel of the pedestrian strapdown inertial navigation system (SINS) have been presented. This model, together with the measurement errors model of SINS, allows testing various algorithms for channel measurements processing and evaluating the potential accuracy of determining the current coordinates of a pedestrian for various variants of its movement. The mathematical description of the model has been given. The results of the modeling, that show the convenience of using the model and high accuracy of calculations, have been presented.

Keywords: pedestrian model, inertial navigation, path calculation, human gait

REFERENCES

1. Luk'yanov V.V Personal'nyy navigatsionnyy kompleks // Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Ser. «Priborostroenie». — 2006. No. 2. — pp.87 — 99.
2. Devidson P., Takala Ya. Razrabotka algoritmov inertsiyal'noy navigatsionnoy sistemy s uchetom osobennostey pokhodki cheloveka // Giroskopiya i navigatsiya. — 2013. No. 1. — pp.54 — 86.
3. Kaplin A.Yu, Stepanov M.G. Ispol'zovanie avtonomnoy navigatsionnoy sistemy vysokotochnogo pozitsionirovaniya peshekhoda na mestnosti // Informatsionno-upravlyayushchie sistemy. — 2015. No. 6. — pp.86 — 92.
4. Gray, J. Peredvizhenie zhivotnykh / James Gray. — M. — Izhevsk: Izhevskiy institut komp'yuternykh issledovaniy, NITs «Regulyarnaya i khaoticheskaya dinamika», 2011. — 556 s.
5. Kazantseva A.G. Identifikatsiya cheloveka po pokhodke s ispol'zovaniem nosimyykh sensorov. Obzor issledovaniy // Matematicheskie struktury i modelirovanie, — 2013. No. 2(28). — pp.103 — 111.
6. Safonov A.A., Bulgakov V.G., Varchenko I.A. Kriminalisticheskoe issledovanie dinamicheskikh priznakov cheloveka: istoriya i sovremennoe sostoyanie // Obshchestvo i pravo, — 2010. No. 3(30). — pp.250 — 257.

7. Marinushkin P.S., Bakhtina V.A., Podshivalov I.A., Stukach O.V. Voprosy razrabotki inertsiyal'nykh peshekhodnykh navigatsionnykh sistem na osnove MEMS-datchikov // Nauka i obrazovanie im. N.E. Baumana. Elektron. zhurn., — 2015. No. 06. — pp.157 — 173. — Rezhim dostupa: <http://technomag.edu.ru/jour/article/view/882>
8. Yingjun Zhang, Wen Liu, Xuefeng Yang, Shengwei Xing Hidden Markov Model-based Pedestrian Navigation System using MEMS Inertial Sensors // Measurement Science Review, Walter de Gruyter GmbH, Berlin, Germany – – 2015. Volume. 15 No. 1. — pp. 35 — 43. (In English).
9. Beletskiy, V.V. Dvunogaya khod'ba: model'nye zadachi dinamiki i upravleniya / V.V. Beletskiy. — M.: Nauka. Glavnaya redaktsiya fiziko-matematicheskoy literatury, 1984. — p. 288 .
10. Kaplin A.Ju., Rezul'taty razrabotki i napravleniya modernizatsii kompleksa razvedki, upravleniya i svyazi «Strelec» // Radioelektronnye kompleksy mnogocелеvogo naznachenija: sbornik nauchnyh trudov. Jubilejnyj vypusk. 1991 – 2011. — SPb.: Izd-vo Politehn. un-ta, 2011. — pp. 285 — 299.
11. Kolesnikova G.P., Formal'skiy A.M. Ob odnom sposobe modelirovaniya pokhodki cheloveka. Inzhenernyy zhurnal: nauka i innovatsii, — 2014, vyp. 1. — pp.1 — 8.
12. Chigarev A.V., Borisov A.V., Modelirovanie upravlyaemogo dvizheniya dvunogogo antropomorfного mekhanizma // Rossiyskiy zhurnal biomekhaniki, — 2011. Vol. 15, No. 1 (51): — pp.74 — 88.