

УДК 519.68:15:681.5

В.М. Гриняк, Т.М. Гриняк, Ю.С. Иваненко
**ДИНАМИЧЕСКАЯ ВЫСТАВКА МНОГОПОЗИЦИОННОЙ
СИСТЕМЫ НАБЛЮДЕНИЯ**

*Владивостокский государственный университет экономики и сервиса
ООО Тера-Рекон
Дальневосточный федеральный университет,
Владивосток, Россия*

Работа посвящена проблеме построения систем наблюдения на основе измерителей дальностей или разностей дальностей. В статье обсуждается постановка и подходы к решению трёхкоординатной задачи выставки (местной координатной привязки) многопозиционной системы, предназначенной для наблюдения подвижных объектов различного целевого назначения (подводных, надводных, наземных, воздушных и др.). Такого рода системы продолжают оставаться актуальными, как для традиционных сфер решения навигационных задач, так и для задач наблюдения нового типа, например, навигация мобильных устройств на основе данных GSM или Wi-Fi. Сформулирована математическая модель задачи выставки, основанная на уравнениях типа «состояние-измерение» и конечномерных представлениях метода наименьших квадратов. В силу исходной нелинейности задачи предлагается её линеаризация около некоторого опорного решения, характеризующего априорные представления о состоянии системы наблюдения. При этом уделено внимание вопросу разрешимости задачи с точки зрения принципиальной разрешимости (наблюдаемости) и разрешимости в условиях инструментальных погрешностей измерений. Первый аспект разрешимости интерпретируется полной ранга соответствующей системы линейных алгебраических уравнений, второй – обусловленностью задачи и сходимостью итерационной процедуры оценивания. Приведены результаты численного моделирования для типичных ситуаций. Показано, что могут быть достигнуты точности выставки, достаточные для качественного решения широкого круга навигационных задач.

Ключевые слова: маячная система, наблюдение, навигация, выставка, наблюдаемость, дальность, разность дальностей.

Введение. Многопозиционные системы наблюдения играют значительную роль в обеспечении навигации современных движущихся объектов [1-3]. Эти объекты могут быть самого различного целевого назначения: корабли, самолёты, спутники, малые беспилотные средства и даже элементы механизмов роботов. При этом построение самих многопозиционных систем также связано с решением специфических навигационных задач, обеспечивающих привязку их элементов (например, локаторов, радиомаяков, ориентиров и т.п.) к тем системам отсчета, в которых при последующей эксплуатации и оцениваются параметры движения объектов. Задача привязки, заключающаяся в определении

положения в пространстве и времени системы элементов многопозиционной системы и есть задача выставки системы.

Во многих случаях на практике возникает необходимость осуществления как навигации движущегося объекта, так и проведения выставки многопозиционной системы в реальном масштабе времени. С этой точки зрения представляется интересной модельная интерпретация задачи выставки как расширенной задачи наблюдения, когда идентификация параметров многопозиционной системы выполняется вместе с решением задачи наблюдения объекта в процессе реализации замкнутой процедуры. Такая выставка названа динамической.

Следует отметить, что указанный подход к выставке многопозиционных систем не нов и в той или иной степени реализуется при построении современных систем [4-6]. Примером тому могут служить спутниковые радионавигационные системы, пространственная геометрия которых идентифицируется именно в результате совместного определения (уточнения) как параметров орбит навигационных спутников, так и местоположения наземных пунктов наблюдений [3, 7-9].

Рассматриваемая в статье задача может быть классифицирована как обратная траекторная задача кинематического типа. Ее модель включает в себя уравнения, описывающие кинематику точки, с движением которой отождествляется движение реального объекта, и уравнения измерений; в качестве последних, не нарушая общности, рассматриваются только измерения дальностей или разностей дальностей «объект-маяк». Постановка задачи актуальна в свете проблем организации функционирования наземных радионавигационных систем различного типа, а также гидроакустических систем, размещаемых с помощью автономных подводных аппаратов [2].

Материалы и методы. Рассмотрим трёхмерную декартову систему координат. Пусть многопозиционная система наблюдения состоит из J радиомаяков (ориентиров) с координатами $x^{(i)}, y^{(i)}, z^{(i)}, i = \overline{1, J}$ и в поле её действия движется объект, с учётом показаний бортовой курсовой системы (предоставляющей информацию об относительных скорости и курсе) кинематика которого описывается уравнениями:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= V \sin K + W_x, \\ \dot{y} &= V \cos K + W_y, \\ \dot{z} &= 0,\end{aligned}\tag{1}$$

здесь x, y, z – координаты объекта, V, K – его относительные скорость и курс, W_x, W_y – компоненты вектора переносной скорости, обусловленной действием на объект среды (ветер, течение). При известных начальных условиях решение уравнения (1) представляет собой решение известной задачи счисления пути [10].

Пусть информационная ситуация характеризуется измерениями дальностей «объект-маяк»

$$Z^{(i)} = \sqrt{(x - x^{(i)})^2 + (y - y^{(i)})^2 + (z - z^{(i)})^2} + d^{(i)} + \xi^{(i)},$$

$$i = \overline{1, J}. \quad (2)$$

или разностей этих дальностей

$$Z^{(i)} = \sqrt{(x - x^{(i)})^2 + (y - y^{(i)})^2 + (z - z^{(i)})^2} -$$

$$- \sqrt{(x - x^{(1)})^2 + (y - y^{(1)})^2 + (z - z^{(1)})^2} + d^{(i)} + \xi^{(i)},$$

$$i = \overline{2, J}. \quad (3)$$

Здесь $Z^{(i)}$ - измеренные значения дальностей или разностей дальностей, $d^{(i)}$ - постоянная величина (регулярная погрешность), обусловленная способом измерения (например, рассогласованием шкал времён на объекте и маяках), $\xi^{(i)}$ - случайная погрешность измерений.

Таким образом, будем иметь систему уравнений типа «состояние-измерение» (1), (2) или (1), (3). Целью решения соответствующей обратной задачи является определение вектора

$$s = (x, y, z, W_x, W_y, x^{(i)}, y^{(i)}, z^{(i)}, d^{(i)})^T,$$

$$i = \overline{1, J}$$

по измерениям $Z^{(i)}$.

Введём следующие правые ортогональные системы отсчёта:

$oxuz$ - с началом o , совмещённым с одним из маяков (пусть его порядковый номер есть $i=1$), осью z , направленной в зенит, и осью y , направленной известным образом;

$o\tilde{x}\tilde{y}\tilde{z}$ - с началом o , совмещённым с одним из маяков, осью \tilde{z} , направленной в зенит и осью \tilde{y} , такой, что плоскости ouz и $o\tilde{y}\tilde{z}$ образуют некоторый постоянный угол α , так, что $\tilde{x} = x - y \sin \alpha$, $\tilde{y} = y + x \sin \alpha$, $\tilde{z} = z$ и $\tilde{y}^{(2)} = 0$;

$\tilde{d}xuz$ - с началом \tilde{d} , совмещённым с точкой первоначального положения подвижного объекта, и осями, параллельными соответствующим осям системы $oxuz$.

В свете таких модельных представлений будем говорить, что система $\tilde{d}xuz$ есть система отсчёта, реализуемая на рассматриваемом движущемся объекте (бортовая), а система $o\tilde{x}\tilde{y}\tilde{z}$ - система отсчёта, реализуемая системой маяков.

Методологически общим подходом, используемым при решении задачи «состояние-измерение» типа (1), (2) и (1), (3) является их

линеаризация около некоторого опорного решения, характеризующего априорные представления о конфигурации системы наблюдения и движении объекта. Переходя к таким линеаризованным моделям рассматриваемой задачи «в малом», отметим, что они могут быть проинтерпретированы во всех трёх рассмотренных системах координат. Хотя все они эквивалентны, наиболее простую форму будет иметь интерпретация в бортовой системе δx_{uz} . Линеаризуя в ней уравнения (2) и (3), будем иметь следующие уравнения невязок измерений:

$$\begin{aligned} \delta Z^{(i)}(t) = & \frac{x(t) - x^{(i)}}{r_i(t)} \delta x + \frac{y(t) - y^{(i)}}{r_i(t)} \delta y + \frac{z(t) - z^{(i)}}{r_i(t)} \delta z - \\ & - \frac{x(t) - x^{(i)}}{r_i(t)} \delta x^{(i)} - \frac{y(t) - y^{(i)}}{r_i(t)} \delta y^{(i)} - \frac{z(t) - z^{(i)}}{r_i(t)} \delta z^{(i)} + \delta d^{(i)} + \xi^{(i)}, \\ & i = \overline{1, J} \end{aligned} \quad (4)$$

при линеаризации по базису переменных $(\delta x, \delta y, \delta z, \delta x^{(i)}, \delta y^{(i)}, \delta z^{(i)}, \delta d^{(i)})$ или

$$\begin{aligned} \delta Z^{(i)}(t) = & \frac{x(t) - x^{(i)}}{r_i(t)} \delta x + \frac{y(t) - y^{(i)}}{r_i(t)} \delta y + \frac{z(t) - z^{(i)}}{r_i(t)} \delta z + \\ & + \left[\frac{y(t) - y^{(i)}}{r_i(t)} x(t) - \frac{x(t) - x^{(i)}}{r_i(t)} y(t) \right] \delta \alpha - \\ & - \frac{x(t) - x^{(i)}}{r_i(t)} \delta x^{(i)} - \frac{y(t) - y^{(i)}}{r_i(t)} \delta y^{(i)} - \frac{z(t) - z^{(i)}}{r_i(t)} \delta z^{(i)} + \delta d^{(i)} + \xi^{(i)}, \\ & i = \overline{1, J} \end{aligned} \quad (5)$$

при линеаризации по базису переменных $(\delta x, \delta y, \delta z, \delta \alpha, \delta x^{(i)}, \delta y^{(i)}, \delta z^{(i)}, \delta d^{(i)})$ (при этом $\delta y^{(2)} = 0$) – при измерениях дальностей и, аналогично,

$$\begin{aligned} \delta Z^{(i)}(t) = & \left(\frac{x(t) - x^{(i)}}{r_i(t)} - \frac{x(t) - x^{(1)}}{r_1(t)} \right) \delta x + \left(\frac{y(t) - y^{(i)}}{r_i(t)} - \frac{y(t) - y^{(1)}}{r_1(t)} \right) \delta y + \\ & + \left(\frac{z(t) - z^{(i)}}{r_i(t)} - \frac{z(t) - z^{(1)}}{r_1(t)} \right) \delta z - \left(\frac{x(t) - x^{(i)}}{r_i(t)} - \frac{x(t) - x^{(1)}}{r_1(t)} \right) \delta x^{(i)} - \\ & - \left(\frac{y(t) - y^{(i)}}{r_i(t)} - \frac{y(t) - y^{(1)}}{r_1(t)} \right) \delta y^{(i)} - \left(\frac{z(t) - z^{(i)}}{r_i(t)} - \frac{z(t) - z^{(1)}}{r_1(t)} \right) \delta z^{(i)} + \\ & + \delta d^{(i)} + \xi^{(i)}, \\ & i = \overline{2, J} \end{aligned} \quad (6)$$

при линеаризации по базису переменных $(\delta x, \delta y, \delta z, \delta x^{(i)}, \delta y^{(i)}, \delta z^{(i)}, \delta d^{(i)})$ или

$$\begin{aligned} \delta Z^{(i)}(t) = & \left(\frac{x(t) - x^{(i)}}{r_i(t)} - \frac{x(t) - x^{(1)}}{r_1(t)} \right) \delta x + \left(\frac{y(t) - y^{(i)}}{r_i(t)} - \frac{y(t) - y^{(1)}}{r_1(t)} \right) \delta y + \\ & + \left(\frac{z(t) - z^{(i)}}{r_i(t)} - \frac{z(t) - z^{(1)}}{r_1(t)} \right) \delta z + \\ & + \left[\left(\frac{y(t) - y^{(i)}}{r_i(t)} x(t) - \frac{x(t) - x^{(i)}}{r_i(t)} y(t) \right) - \left(\frac{y(t) - y^{(1)}}{r_1(t)} x(t) - \frac{x(t) - x^{(1)}}{r_1(t)} y(t) \right) \right] \delta \alpha - \\ & - \left(\frac{x(t) - x^{(i)}}{r_i(t)} - \frac{x(t) - x^{(1)}}{r_1(t)} \right) \delta x^{(i)} - \\ & - \left(\frac{y(t) - y^{(i)}}{r_i(t)} - \frac{y(t) - y^{(1)}}{r_1(t)} \right) \delta y^{(i)} - \left(\frac{z(t) - z^{(i)}}{r_i(t)} - \frac{z(t) - z^{(1)}}{r_1(t)} \right) \delta z^{(i)} + \\ & + \delta d^{(i)} + \xi^{(i)}, \end{aligned} \quad (7)$$

$$i = \overline{2, J}$$

при линеаризации по базису переменных $(\delta x, \delta y, \delta z, \delta \alpha, \delta x^{(i)}, \delta y^{(i)}, \delta z^{(i)}, \delta d^{(i)})$ – при измерениях разностей дальностей. Здесь и далее

$$r_i(t) = \sqrt{(x(t) - x^{(i)})^2 + (y(t) - y^{(i)})^2 + (z(t) - z^{(i)})^2},$$

t – момент времени, в который произведено измерение.

Линеаризуем уравнения (1). В бортовой системе координат $\tilde{\theta}_{xyz}$ будем иметь следующие уравнения эволюции погрешностей решения задачи счисления пути:

$$\begin{aligned} \delta \dot{x} &= \delta W_x + \delta V \sin K(t) + \delta KV(t) \cos K(t), \quad \delta x_0, \\ \delta \dot{y} &= \delta W_y + \delta V \cos K(t) - \delta KV(t) \sin K(t), \quad \delta y_0, \\ \delta \dot{z} &= 0, \quad \delta z_0. \end{aligned} \quad (8)$$

При этом, в соответствии с правилом построения системы координат $\tilde{\theta}_{xyz}$, имеют место начальные условия $\delta x_0 = 0, \delta y_0 = 0, \delta z_0 = 0$. Кроме того, примем, что

$$\delta \dot{\alpha} = 0, \delta \dot{x}^{(i)} = 0, \delta \dot{y}^{(i)} = 0, \delta \dot{z}^{(i)} = 0, \delta \dot{d} = 0, \delta \dot{W}_x = 0, \delta \dot{W}_y = 0, i = \overline{1, J} \quad (9)$$

Таким образом, будем иметь линеаризованную модель «состояние-измерение» для исходной задачи (1), (2) или (1), (3).

Если в рассматриваемой системе наблюдения имеется лишь один маяк ($J=1$), то имеет смысл постановка только дальномерной задачи типа (1), (2) с искомым вектором $s = (x, y, z, W_x, W_y, d^{(i)})^T$, что позволяет интерпретировать её как чисто навигационную задачу.

Если же в системе наблюдения присутствует более одного маяка, то в этом случае правомерна постановка задачи (как дальномерной, так и разностно-дальномерной) с полным вектором $s = (x, y, z, W_x, W_y, x^{(i)}, y^{(i)}, z^{(i)}, d^{(i)})^T$, то есть замкнутой задачи совместного определения как местоположения объекта, так и характеристик (то есть выставки) самой многопозиционной системы наблюдения.

Для построения процедурной модели задачи представим её в виде системы алгебраических линейных уравнений. Запишем уравнения (4), (5), (6) и (7) с учётом (9) и решения уравнений эволюции (8) при начальных условиях $\delta x_0 = 0$, $\delta y_0 = 0$, $\delta z_0 = 0$ для дискретных моментов времени t_k . Имеем следующие уравнения измерений:

$$\begin{aligned} \delta Z^{(i)}(t_k) = & \frac{x(t_k) - x^{(i)}}{r_i(t_k)}(t_k - t_0) \delta W_x + \frac{y(t_k) - y^{(i)}}{r_i(t_k)}(t_k - t_0) \delta W_y - \\ & - \frac{x(t_k) - x^{(i)}}{r_i(t_k)} \delta x^{(i)} - \frac{y(t_k) - y^{(i)}}{r_i(t_k)} \delta y^{(i)} - \frac{z(t_k) - z^{(i)}}{r_i(t_k)} \delta z^{(i)} + \delta d^{(i)} + q^{(i)}(t_k), \\ & i = \overline{1, J}, \end{aligned} \quad (10)$$

по базису переменных $(\delta x, \delta y, \delta z, \delta x^{(i)}, \delta y^{(i)}, \delta z^{(i)}, \delta d^{(i)})$ и

$$\begin{aligned} \delta Z^{(i)}(t_k) = & \left[\frac{y(t_k) - y^{(i)}}{r_i(t_k)} x(t_k) - \frac{x(t_k) - x^{(i)}}{r_i(t_k)} y(t_k) \right] \delta \alpha + \\ & + \frac{x(t_k) - x^{(i)}}{r_i(t_k)}(t_k - t_0) \delta W_x + \frac{y(t_k) - y^{(i)}}{r_i(t_k)}(t_k - t_0) \delta W_y - \\ & - \frac{x(t_k) - x^{(i)}}{r_i(t_k)} \delta x^{(i)} - \frac{y(t_k) - y^{(i)}}{r_i(t_k)} \delta y^{(i)} - \frac{z(t_k) - z^{(i)}}{r_i(t_k)} \delta z^{(i)} + \delta d^{(i)} + q^{(i)}(t_k), \\ & i = \overline{1, J}, \end{aligned} \quad (11)$$

по базису переменных $(\delta x, \delta y, \delta z, \delta \alpha, \delta x^{(i)}, \delta y^{(i)}, \delta z^{(i)}, \delta d^{(i)})$ – при измерениях дальностей, и, аналогично

$$\begin{aligned}
 \delta Z^{(i)}(t_k) = & \left(\frac{x(t_k) - x^{(i)}}{r_i(t_k)} - \frac{x(t_k) - x^{(1)}}{r_1(t_k)} \right) (t_k - t_0) \delta W_x + \\
 & + \left(\frac{y(t_k) - y^{(i)}}{r_i(t_k)} - \frac{y(t_k) - y^{(1)}}{r_1(t_k)} \right) (t_k - t_0) \delta W_y - \\
 & - \left(\frac{x(t_k) - x^{(i)}}{r_i(t_k)} - \frac{x(t_k) - x^{(1)}}{r_1(t_k)} \right) \delta x^{(i)} - \\
 & - \left(\frac{y(t_k) - y^{(i)}}{r_i(t_k)} - \frac{y(t_k) - y^{(1)}}{r_1(t_k)} \right) \delta y^{(i)} - \left(\frac{z(t_k) - z^{(i)}}{r_i(t_k)} - \frac{z(t_k) - z^{(1)}}{r_1(t_k)} \right) \delta z^{(i)} + \\
 & + \delta d^{(i)} + q^{(i)}(t_k), \\
 & i = \overline{2, J},
 \end{aligned} \tag{12}$$

по базису переменных $(\delta x, \delta y, \delta z, \delta x^{(i)}, \delta y^{(i)}, \delta z^{(i)}, \delta d^{(i)})$ и

$$\begin{aligned}
 \delta Z^{(i)}(t_k) = & \left[\left(\frac{y(t_k) - y^{(i)}}{r_i(t_k)} x(t_k) - \frac{x(t_k) - x^{(i)}}{r_i(t_k)} y(t_k) \right) - \right. \\
 & \left. - \left(\frac{y(t_k) - y^{(1)}}{r_1(t_k)} x(t_k) - \frac{x(t_k) - x^{(1)}}{r_1(t_k)} y(t_k) \right) \right] \delta \alpha - \\
 & \left(\frac{x(t_k) - x^{(i)}}{r_i(t_k)} - \frac{x(t_k) - x^{(1)}}{r_1(t_k)} \right) (t_k - t_0) \delta W_x + \\
 & + \left(\frac{y(t_k) - y^{(i)}}{r_i(t_k)} - \frac{y(t_k) - y^{(1)}}{r_1(t_k)} \right) (t_k - t_0) \delta W_y - \\
 & - \left(\frac{x(t_k) - x^{(i)}}{r_i(t_k)} - \frac{x(t_k) - x^{(1)}}{r_1(t_k)} \right) \delta x^{(i)} - \left(\frac{y(t_k) - y^{(i)}}{r_i(t_k)} - \frac{y(t_k) - y^{(1)}}{r_1(t_k)} \right) \delta y^{(i)} - \\
 & - \left(\frac{z(t_k) - z^{(i)}}{r_i(t_k)} - \frac{z(t_k) - z^{(1)}}{r_1(t_k)} \right) \delta z^{(i)} + \delta d^{(i)} + q^{(i)}(t_k), \\
 & i = \overline{2, J},
 \end{aligned} \tag{13}$$

по базису переменных $(\delta x, \delta y, \delta z, \delta \alpha, \delta x^{(i)}, \delta y^{(i)}, \delta z^{(i)}, \delta d^{(i)})$ – при измерениях разностей дальностей. Здесь $q^{(i)}(t_k)$ – сумма приведённых согласно формуле Коши инструментальных погрешностей бортовых

измерений скорости и курса и погрешностей измерения дальностей (разностей дальностей).

Как видно, уравнения (10) и (12), несмотря на формальную эквивалентность уравнениям (11) и (13), имеют по сравнению с ними несколько меньшую «нелинейность» за счёт отсутствия коэффициентов при угловых параметрах $\delta\alpha$. Это существенно сказывается на процедурной разрешимости задачи, поэтому в дальнейшем будем придерживаться именно этих двух (то есть (10) и (12)) моделей задачи выставки, целью решения которой является нахождение вектора $\delta s = (\delta W_x, \delta W_y, \delta x^{(i)}, \delta y^{(i)}, \delta z^{(i)}, \delta d^{(i)})^T$.

Результаты.

Исследование принципиальной разрешимости задачи. В силу линейной независимости в общем случае системы функций времени, образующих коэффициенты матрицы системы алгебраических линейных уравнений (10) и (12), можно говорить о принципиальной разрешимости (наблюдаемости) рассматриваемой задачи динамической выставки. Вместе с тем, имеет место и существование запрещённых (ненаблюдаемых) опорных решений, приводящих системы уравнений (10) и (12) к вырождению.

Утверждение 1. Если опорное решение в задаче (10) или (12) такое, что $V=0$ (объект покоится), то система уравнений (10) или (12) – вырождена.

Доказательство. Прежде всего отметим, что вырожденность (10), очевидно, означает и вырожденность (12), поэтому здесь и далее при доказательстве будем рассматривать только дальномерный случай. Рассмотрим систему уравнений (10). Если $V=0$, имеют место равенства $x(t_k) = x(t_{k+1})$, $y(t_k) = y(t_{k+1})$, $z(t_k) = z(t_{k+1})$, что, с учётом вида (10), означает линейную зависимость строк соответствующей матрицы системы уравнений. Такая система, конечно же, вырождена.

Утверждение 2. Если опорное решение в задаче (10) или (12) такое, что $x(t) = V_x(t) + x_0$, $y(t) = V_y(t) + y_0$ при $V_x = const$, $V_y = const$ (прямолинейная с постоянной скоростью в проекции на плоскость xy траектория объекта), то система уравнений (10) или (12) – вырождена.

Доказательство. Рассмотрим систему (10). Для доказательства вырожденности достаточно показать линейную зависимость двух или нескольких столбцов соответствующей ей матрицы. Рассмотрим столбцы при коэффициентах $\delta x^{(1)}$, $\delta y^{(1)}$, $\delta x^{(2)}$, $\delta y^{(2)}$. Если соответствующие столбцы – линейно-зависимые, то существуют такие 4 числа A, B, C, D , не равные одновременно 0, что имеют место равенства:

$$A(x(t) - x^{(1)}) + B(y(t) - y^{(1)}) = 0,$$

$$C(x(t) - x^{(2)}) + D(y(t) - y^{(2)}) = 0,$$

или, с учётом принятой модели движения объекта,

$$AV_x t + A(x_0 - x^{(1)}) + BV_y t + B(y_0 - y^{(1)}) = 0,$$

$$CV_x t + C(x_0 - x^{(2)}) + DV_y t + D(y_0 - y^{(2)}) = 0.$$

Чтобы эти два равенства были верны для любых t необходимо и достаточно одновременное выполнение следующих условий:

$$AV_x + BV_y = 0,$$

$$A(x_0 - x^{(1)}) + B(y_0 - y^{(1)}) = 0,$$

$$CV_x + DV_y = 0,$$

$$C(x_0 - x^{(2)}) + D(y_0 - y^{(2)}) = 0.$$

Учитывая однородность и вырожденность относительно переменных A , B , C и D последней системы, можно утверждать, что существует бесконечное множество её решений, а, следовательно, и линейную зависимость рассматриваемых четырёх столбцов матрицы системы (10), которая в этом случае будет вырожденной.

Утверждение 3. Если опорное решение в задаче (10) или (12) такое, что $z^{(i)} - z(t) = 0$ для всех i (все маяки и траектория объекта лежат в одной плоскости), то система уравнений (10) или (12) – вырождена.

Доказательство. Рассмотрим систему уравнений (10). При указанной конфигурации системы $z^{(i)} - z(t) = 0$ коэффициенты при величинах $\delta z^{(i)}$ равны 0 для всех i , что, с учётом вида (10), означает наличие нулевых столбцов в матрице системы (10). Такая система, разумеется, вырождена.

Несмотря на наличие ненаблюдаемых опорных решений, в целом можно говорить о правомерности постановки задачи динамической выставки с точки зрения её наблюдаемости в малом.

Результаты численного исследования. Перейдём к результатам вычислительных экспериментов, иллюстрирующих качество решения рассматриваемой задачи в некоторых характерных ситуациях. При постановке нижеследующих экспериментов при выборе их условий имелись в виду потребности и задачи, стоящие перед системами наблюдения морских (надводных) подвижных объектов [4, 6, 11, 12], не исключаяющие, вместе с тем, возможности «экстраполяции» результатов на смежные предметные области.

Не теряя общности, рассмотрим систему, состоящую из двух элементов (маяков). Пусть их координаты задаются величинами

$x^{(1)} = 1000\text{м}$, $y^{(1)} = 0$, $z^{(1)} = 500\text{м}$, $x^{(2)} = -4000\text{м}$, $y^{(2)} = 0$, $z^{(2)} = 500\text{м}$. Пусть движение объекта происходит с относительной скоростью $V=30\text{ м/с}$ (вертолёт) и планируется как происходящее по окружности радиуса 3000 м с центром в точке $(-3000\text{ м}, 0)$. Априорное значение переносной скорости среды (ветер) $W=0$. Примем следующие погрешности априорных модельных представлений (если другое не оговорено особо): $\delta x^{(1)} = 50\text{м}$, $\delta y^{(1)} = 50\text{м}$, $\delta z^{(1)} = 50\text{м}$, $\delta x^{(2)} = 50\text{м}$, $\delta y^{(2)} = 50\text{м}$, $\delta z^{(2)} = 50\text{м}$, $\delta W_x = 1\text{м/с}$, $\delta W_y = 1\text{м/с}$, $\delta d^{(1)} = 10\text{м}$, $\delta d^{(2)} = 10\text{м}$. Ошибки измерений характеризуются величинами $\Delta K \in [-0.5^\circ, 0.5^\circ]$, $\Delta V \in [-1, 1]\text{м/с}$, $\xi^{(1)} \in [-6, 6]\text{м}$, $\xi^{(2)} \in [-6, 6]\text{м}$. Такие значения погрешностей априорных представлений и измерений характерны для многих реальных ситуаций [13, 14]. Условимся, что случайные величины распределены равномерно. Частота поступления информации $t_{k+1} - t_k = 3\text{ с}$. Указанные величины дают следующую конфигурацию траектории движения объекта и системы маяков (Рисунок 1). Видно, что априорные представления о траектории достаточно заметно расходятся с реальностью.

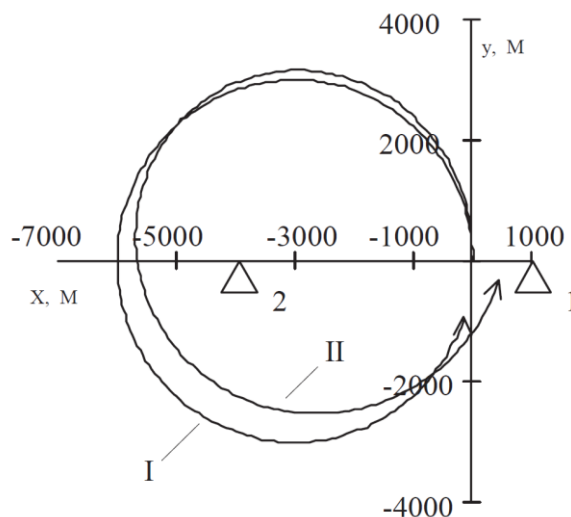


Рисунок 1 - Траектория движения объекта: I – планируемая, II – возмущенная. 1, 2 – номера маяков.

В качестве способа решения рассматриваемой задачи выставки (10) или (12) выберем метод наименьших квадратов [15, 16].

Попытка решения в указанных условиях задач (10) и (12) с полным вектором неизвестных параметров, то есть при $\delta s = (\delta x^{(1)}, \delta y^{(1)}, \delta z^{(1)}, \delta x^{(2)}, \delta y^{(2)}, \delta z^{(2)}, \delta W_x, \delta W_y, \delta d^{(1)}, \delta d^{(2)})^T$ приводит к расходимости алгоритмов оценивания. Вместе с тем, успешным оказывается её решение с вектором, куда не включены регулярные ошибки

измерения дальностей, то есть при $\delta s = (\delta x^{(1)}, \delta y^{(1)}, \delta z^{(1)}, \delta x^{(2)}, \delta y^{(2)}, \delta z^{(2)}, \delta W_x, \delta W_y)^T$. В этом случае (10) и (12) будут иметь вид

$$\begin{aligned} \delta Z^{(i)}(t_k) = & \frac{x(t_k) - x^{(i)}}{r_i(t_k)}(t_k - t_0)\delta W_x + \frac{y(t_k) - y^{(i)}}{r_i(t_k)}(t_k - t_0)\delta W_y - \\ & - \frac{x(t_k) - x^{(i)}}{r_i(t_k)}\delta x^{(i)} - \frac{y(t_k) - y^{(i)}}{r_i(t_k)}\delta y^{(i)} - \frac{z(t_k) - z^{(i)}}{r_i(t_k)}\delta z^{(i)} + q^{(i)}(t_k), \\ & i = \overline{1, J}, \end{aligned} \quad (14)$$

при измерении дальностей, и, соответственно,

$$\begin{aligned} \delta Z^{(i)}(t_k) = & \left(\frac{x(t_k) - x^{(i)}}{r_i(t_k)} - \frac{x(t_k) - x^{(1)}}{r_1(t_k)} \right) (t_k - t_0)\delta W_x + \\ & + \left(\frac{y(t_k) - y^{(i)}}{r_i(t_k)} - \frac{y(t_k) - y^{(1)}}{r_1(t_k)} \right) (t_k - t_0)\delta W_y - \\ & - \left(\frac{x(t_k) - x^{(i)}}{r_i(t_k)} - \frac{x(t_k) - x^{(1)}}{r_1(t_k)} \right) \delta x^{(i)} - \\ & - \left(\frac{y(t_k) - y^{(i)}}{r_i(t_k)} - \frac{y(t_k) - y^{(1)}}{r_1(t_k)} \right) \delta y^{(i)} - \left(\frac{z(t_k) - z^{(i)}}{r_i(t_k)} - \frac{z(t_k) - z^{(1)}}{r_1(t_k)} \right) \delta z^{(i)} + q^{(i)}(t_k), \\ & i = \overline{2, J}, \end{aligned} \quad (15)$$

при измерении разностей дальностей.

Рисунки 2 и 3 иллюстрируют имитационное решение задач (14) и (15) при нарастании интервала наблюдения. Видно, что в случае измерения дальностей для устойчивой сходимости итерационного алгоритма оценивания необходимо набрать не менее 100-120 измерений; при оценивании искомым параметров по 200 измерениям погрешности оценивания «плоских» координат маяков составляют, приблизительно 3-5м (Рисунок 2а), погрешности оценивания переносной скорости среды (ветер) равны 0.02 м/с (Рисунок 2б), погрешности оценки высоты маяков составляют около 10м (Рисунок 2в). В случае измерения разностей дальностей для устойчивой сходимости алгоритма оценивания необходимо набрать не менее 250-300 измерений; при оценивании искомым параметров по 400 измерениям погрешность нахождения «плоских» координат маяков составляют, приблизительно 2-3м (Рисунок 3а), погрешности оценивания переносной скорости среды равны 0.005 м/с (Рисунок 3б), погрешности оценки высоты маяков составляют около 2-3м (Рисунок 3в).

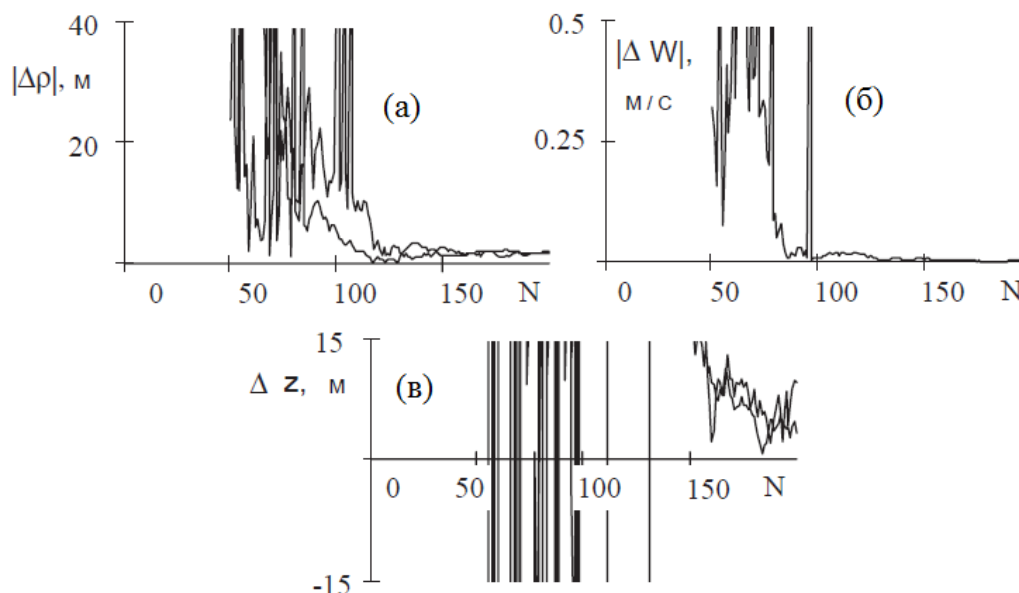


Рисунок 2 – Решение задачи динамической выставки (14) – случай измерения дальностей

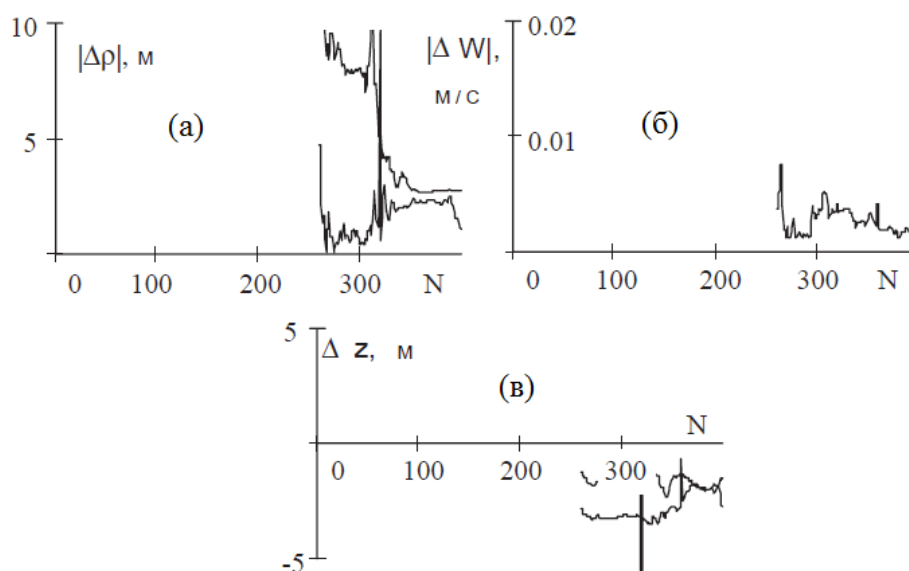


Рисунок 3 – Решение задачи динамической выставки (15) – случай измерения разностей дальностей

Обсуждение. Полученные результаты позволяют сделать вывод о том, что с учётом возможности представления в различных системах координат, декомпозиции и ограничения набора оцениваемых параметров задача динамической выставки многопозиционной системы разрешима и свойства её моделей приемлемы для практических приложений. Вообще, рассматриваемая задача потенциально имеет весьма широкий спектр применимости. Она актуальна в свете проблем организации

функционирования маячных навигационных систем различного назначения и здесь (не теряя общности) следует особо отметить в том числе системы навигации современных мобильных устройств.

Так, в статье [17] исследуется возможность осуществлять навигацию внутри зданий, где отсутствует устойчивый приём данных GPS, используя в качестве измерений уровень сигнала множества точек WiFi. Решение этой задачи требует достаточно точной привязки WiFi роутеров к используемой локальной системе координат. Такая выставка вполне может быть осуществлена описанным в настоящей работе способом, хоть и потребует учёта особенностей распространения радиоволн в помещении [18].

В работе [19] предлагается использовать для решения навигационных задач сигналы базовых станций GSM. Выставка такой системы наблюдения также полностью соответствует представленным здесь моделям этой задачи.

Хотя свойства моделей задачи выставки (14) и (15) позволяют говорить об их конструктивной разрешимости, требования к свойствам измерителей, необходимые для корректного перехода от (10) и (12) к (14) и (15) (а именно – к точности привязки шкал времён на объекте и маяках) способны существенно ограничить применимость моделей этого типа в случаях, когда такая привязка по времени неосуществима. Для преодоления этого ограничения возможно перейти от пространственной модели к плоской [20], которая процедурно разрешима для полного вектора искомых параметров.

Заключение. В заключение перечислим основные результаты представленной работы. Она посвящена исследованию проблемы выставки многопозиционной маячной системы наблюдения. В основу рассматриваемой динамической задачи выставки положен традиционный метод счисления пути, позволяющий определять местоположение объекта по бортовым измерениям его скорости и курса. При этом в качестве элементов многопозиционной системы были выбраны маяки, а в качестве информационной базы – измерения дальностей «объект-маяк», либо разностей этих дальностей, причём объект отождествляется с точкой. Модельная интерпретация задачи приводит её к уравнениям типа «состояние-измерение», конкретный вид которых зависит от выбранной системы отсчёта и типа измерительной информации. Методом решения задачи предлагается метод наименьших квадратов, указывается на предпочтительность модельной интерпретации задачи с использованием бортовой системы отсчёта.

Исследование разрешимости задачи показало наличие ряда ограничений на размерность её модели и возможные траектории движения объекта. Тем не менее, учитывающие физические реалии упрощения

(исключение ряда параметров из числа искомых и переход от пространственной задачи к плоской) позволяют сделать свойства решения задачи приемлемыми для практики.

Важность и актуальность рассмотренной задачи определяется тем, что попытка игнорирования возмущающих факторов, определяемых погрешностями выставки, приводит к неудовлетворительным результатам оценивания навигационных параметров при решении задачи наблюдения [21]. Предварительная выставка системы наблюдения обычно позволяет решить эту проблему.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кондратьев В.С., Котов А.Ф., Марков Л.Н. Многопозиционные радиотехнические системы. - М.: Радио и связь, 1987.
2. Агеев М.Д., Касаткин Б.А., Киселев Л.В. Автоматические подводные аппараты. - Л.: Судостроение, 1981.
3. Шебшаевич В.С. Сетевые спутниковые радионавигационные системы. - М.: Радио и связь, 1993.
4. Гладских Е.П., Костин В.Н., Максимов В.А., Репин Ю.М. Развитие средств навигационного оборудования прибрежной зоны Российской Федерации в соответствии с концепцией e-навигации // Навигация и гидрография. - 2016. - №43. – с. 13-21.
5. Катенин В.А., Дмитриев В.И. Навигационное обеспечение судовождения. - М.: Академкнига, 2006.
6. Лентарёв А.А. Системы управления движением судов. - Калининград: Всесоюзный институт повышения квалификации Минрыбхоза СССР, 1985.
7. Урличич Ю.М. Перспективы развития системы ГЛОНАСС // Т-Сотм: Телекоммуникации и транспорт. - №S2. - 2010. – с. 10-14.
8. Сметанин С.И., Игнатюк В.А., Ганюшкин А.Л. Способ организации расширенной системы спутникового GPS-мониторинга // Информационно-измерительные и управляющие системы. – 2015. - №12. – с.62-66.
9. Сметанин С.И., Игнатюк В.А., Евстифеев А.А. Способ реализации программной веб-части системы спутникового мониторинга // Информационные технологии. – 2015. – Т.21. – №6. – С. 448–455.
10. Дерябин В.В., Сазонов А.Е. Нейро-нечёткая модель счисления пути судна // Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С.О. Макарова. – 2015. – №4. – С. 1–16.
11. Девятисильный А.С., Дорожко В.М., Гриняк В.М. Информационно-технологические аспекты обеспечения безопасности движения на морских акваториях // Научно-техническая информация. Серия 2: Информационные процессы и системы. - 2003. - №7. - С. 11.

12. Девятисильный А.С., Дорожко В.М., Гриняк В.М., Кириченко О.В., Лоскутов Н.В. Система экспертных оценок состояния безопасности на морских акваториях // Информационные технологии. – 2004. - №11. – С. 48.
13. Преображенский А.П. Построение модуля расчета для исследования систем мобильной связи // Моделирование, оптимизация и информационные технологии. – 2015. - №1. – С. 6.
14. Нассер Н.Х. Характеристики моделирования транспортных потоков // Моделирование, оптимизация и информационные технологии. - 2016. - №4(15). - С. 16.
15. Малышев А.Н. Введение в вычислительную линейную алгебру. - Новосибирск: Наука, 1991.
16. Лоусон Ч., Хенсон Р. Численное решение задач метода наименьших квадратов. - М.: Наука, 1986.
17. Мурашко И.А., Храбров Д.Е. Методика локального позиционирования на основании Wi-Fi-сети университета // Веснік Гродзенскага дзяржаўнага ўніверсітэта імя Янкі Купалы. Серыя 2: Матэматыка. Фізіка. Інфарматыка, Вылічальная тэхніка і кіраванне. – 2015. - №2. – С. 119-127.
18. Казаков Е.Н. Разработка и программная реализации алгоритма оценки уровня сигнала в сети Wi-Fi // Моделирование, оптимизация и информационные технологии. – 2016. - №1. – С. 13.
19. Щёкотов М.С., Кашевник А.М. Сравнительный анализ систем позиционирования смартфонов в помещениях // Труды СПИИРАН. – 2012. - №4. – С. 459-471.
20. Grinyak V.M., Devyatisil'nyj A.S. Dynamic adjustment of multiposition observing system with respect to trajectory measurements // Journal of Computer and Systems Sciences International. - 1999. - Vol. 38. – Is. 1. – Pp. 124-130.
21. Гриняк В.М. Обработка навигационных данных при решении задачи выставки многопозиционной системы наблюдения // Территория новых возможностей. Вестник Владивостокского государственного университета экономики и сервиса. – 2017. – №2. – С. 126-139.

V.M. Grinyak, T.M. Grinyak, Y.S. Ivanenko
**DYNAMIC ADJUSTMENT OF MULTIPOSITION OBSERVING
SYSTEM**

*Vladivostok State University of Economics and Service
JSC TeraRecon inc.
Far Eastern Federal University
Vladivostok, Russia*

Current paper is about problem observation system based on range or range difference measurer. The paper discusses the formulation and approaches to the solution of the two-coordinate task of the exhibition (local coordinate binding) of a multi-position system intended for monitoring mobile objects for various special purposes (underwater, surface, surface, air, etc.). Such systems continue to be relevant both for traditional navigation tasks and for new types of surveillance tasks, for example, navigation of mobile devices based on GSM or WiFi data. The mathematical model of the exhibition problem based on equations of the "state-measurement" type of continuous type and finite-dimensional representations of the method of least squares is formulated. Because of the initial nonlinearity of the problem, it is proposed to linearize it about some support solution that characterizes the a priori notions of the state of the observation system. Attention is paid to the problem of resolvability of the problem from the point of view fundamental resolvability (observability) and resolvability in conditions of instrumental measurement errors. The first aspect of solvability is interpreted by the completeness of the rank of the corresponding system of linear algebraic equations, the second by the conditionality of the problem and the convergence of the iterative estimation procedure. The results of numerical simulation of the problem for typical situations are presented. It is shown that achievable accuracy of the exhibition is sufficient for a qualitative solution of navigational problems.

Keywords: beacon system, observation, navigation, positioning, observability, conditionality, range, distance difference.

REFERENCES

1. V.S. Kondratyev, A.F. Kotov, L.N. Marcov *Mnogoposicionnye radiotekhnicheskie systemy* - M.: Radio i svyaz, 1987.
2. Ageev M.D., Kasatkin B.A., Kiselev L.V. *Avtomaticheskie podvodnye apparaty*. - L.: Sudostroenie, 1981.
3. Shebshaevich V.S. *Setevye sputnikovye radionavigacionnye sistemy*. - M.: Radio i svjaz', 1993.
4. Gladskih E.P., Kostin V.N., Maksimov V.A., Repin Ju.M. *Razvitie sredstv navigacionnogo oborudovanija pribrezhnoj zony Rossijskoj Federacii v sootvetstvii s koncepciej e-navigacii // Navigacija i gidrografija*. - 2016. - No.43. – pp. 13-21.
5. Katenin V.A., Dmitriev V.I. *Navigacionnoe obespechenie sudovozhdenija*. - M.: Akademkniga, 2006.
6. Lentarjov A.A. *Sistemy upravlenija dvizheniem sudov*. - Kaliningrad: Vsesojuznyj institut povyshenija kvalifikacii Minrybhoza SSSR, 1985.

7. Urlichich Ju.M. Perspektivy razvitija sistemy GLONASS // T-Comm: Telekommunikacii i transport. - No. S2. - 2010. – pp. 10-14.
8. Smetanin S.I., Ignatjuk V.A., Ganjushkin A.L. Sposob organizacii rasshirennoj sistemy sputnikovogo GPS-monitoringa // Informacionno-izmeritel'nye i upravljajushhie sistemy. – 2015. - No.12. – pp.62-66.
9. Smetanin S.I., Ignatjuk V.A., Evstifeev A.A. Sposob realizacii programmnoj veb-chasti sistemy sputnikovogo monitoringa // Informacionnye tehnologii. – 2015. – V.21. – No.6. – pp. 448–455.
10. Derjabin V.V., Sazonov A.E. Nejro-nechjotkaja model' schislenija puti sudna // Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S.O. Makarova. – 2015. – No.4. – pp. 1–16.
11. Devjatisil'nyj A.S., Dorozhko V.M., Grinjak V.M. Informacionno-tehnologicheskie aspekty obespechenija bezopasnosti dvizhenija na morskikh akvatorijah // Nauchno-tehnicheskaja informacija. Serija 2: Informacionnye processy i sistemy. - 2003. - No.7. - pp. 11.
12. Devjatisil'nyj A.S., Dorozhko V.M., Grinjak V.M., Kirichenko O.V., Loskutov N.V. Sistema jekspertnyh ocenok sostojanija bezopasnosti na morskikh akvatorijah // Informacionnye tehnologii. – 2004. - No.11. – pp. 48.
13. Preobrazhenskij A.P. Postroenie modulja rascheta dlja issledovanija sistem mobil'noj svjazi // Modelirovanie, optimizacija i informacionnye tehnologii. – 2015. - No.1. – pp. 6.
14. Nasser N.H. The features of modeling of traffic flows // Modelirovaniye, optimizatsiya i informatsionniye tehnologii. 2016. Is. 4(15). Pp. 16.
15. Malyshev A.N. Vvedenie v vychislitel'nuju linejnuju algebru. - Novosibirsk: Nauka, 1991.
16. Louson Ch., Henson R. Chislennoe reshenie zadach metoda naimen'shikh kvadratov. - M.: Nauka, 1986.
17. Murashko I.A., Hrabrov D.E. Metodika lokal'nogo pozicionirovanija na osnovanii Wi-Fi-seti universiteta // Vesnik Grodzenskaga dzjarzhaŭnaga ŭniversitjeta imja Janki Kupaly. Seryja 2: Matjematyka. Fizika. Infarmatyka, Vylichal'naja tjehnika i kiravanne. – 2015. - No.2. – pp. 119-127.
18. Kazakov E.N. Razrabotka i programmaja realizacii algoritma ocenki urovnja signala v seti Wi-Fi // Modelirovanie, optimizacija i informacionnye tehnologii. – 2016. - No.1. – pp. 13.
19. Shhjokotov M.S., Kashevnik A.M. Sravnitel'nyj analiz sistem pozicionirovanija smartfonov v pomeshhenijah // Trudy SPIIRAN. – 2012. - No.4. – pp. 459-471.
20. Grinyak V.M., Devyatisil'nyj A.S. Dynamic adjustment of multiposition observing system with respect to trajectory measurements // Journal of

Computer and Systems Sciences International. - 1999. - Vol. 38. – Is. 1. – Pp. 124-130.

21. Grinjak V.M. Obrabotka navigacionnyh dannyh pri reshenii zadachi vystavki mnogopozicionnoj sistemy nabljudenija // Territorija novyh vozmozhnostej. Vestnik Vladivostokskogo gosudarstvennogo universiteta jekonomiki i servisa. – 2017. – No.2. – pp. 126-139.