

УДК 623.681

В.Н. Надточий

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОТРАЖЕННОГО СИГНАЛА ОТ ВОЗДУШНОЙ ЦЕЛИ С ТУРБОРЕАКТИВНЫМ ДВИГАТЕЛЕМ

*«Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина»,  
Воронеж, Россия*

*В настоящее время одной из актуальных задач в радиолокации является задача распознавания типа воздушной цели. При решении задач синтеза и анализа систем радиолокационного распознавания необходимо использовать математические модели отраженного сигнала. Поэтому была разработана и обоснована математическая модель отраженного сигнала от воздушной цели с турбореактивным двигателем на основе геометрических особенностей двигателя, при учете спектральных составляющих вторичной модуляции обусловленных переотражением от ступеней компрессора (турбины) низкого давления двигателя. Реализация математической модели получена на основе эффекта вторичной модуляции при использовании модуляционных признаков. Данная математическая модель отраженного сигнала позволяет представить спектрально-доплеровский портрет воздушной цели, который учитывает распределение амплитуды и фазы всех комбинационных составляющих присутствующих в спектре отраженного сигнала. Также позволяет исследовать конструктивные особенности турбореактивных двигателей обусловленных количеством лопаток на ступени двигателя и их геометрическими размерами, частотой вращения вала компрессора двигателя, а также его размерами. В разработанной математической модели показана зависимость влияния различной длины волны облучения и обосновано применение для радиолокационного распознавания воздушных целей типа «самолет с турбореактивным двигателем».*

**Ключевые слова:** математическая модель, спектрально-доплеровский портрет, комбинационные составляющие, вторичная модуляция, отраженный сигнал.

Современные условия применения авиационных радиолокационных систем (РЛС) по обнаружению, сопровождению и распознаванию воздушных целей (ВЦ) определяются информативными параметрами отраженного радиолокационного сигнала, а также вычислительными возможностями системы обработки и анализа полученной информации. Эти информативные параметры имеют определенную интенсивность и распределены на временной и частотной осях информативных составляющих сигнала, а также обуславливаются статистическими характеристиками. Это позволяет говорить об информативности отраженного сигнала и его влияния на качество решения поставленной задачи [1].

В этом случае возникает необходимость решения противоречия между адекватной оценкой воздушно-целевой обстановки в зоне действия РЛС при априорной неопределенности информации о цели, ограничениях

времени на ее обработку и принятие решения. Разрешение данного противоречия видится в реализации достоверного описания признаков радиолокационного распознавания (РЛР) ВЦ в современных условиях ведения войны.

В настоящее время одной из актуальных задач в радиолокации является задача распознавания типа ВЦ, которая в сложной фоно-целевой обстановке позволяет повысить адекватность оценки обстановки и оптимизировать принимаемые управленческие решения [2].

Вся информация о цели находится в параметрах отраженного радиолокационного (РЛ) сигнала по которым формируется спектрально-доплеровский портрет (СДП) этой цели. При решении задач синтеза и анализа систем РЛР необходимо заменять реальные сигналы некоторой математической моделью.

Проблема РЛР требует проведения исследований, направленных на выявление новых свойств отраженных радиолокационных сигналов, позволяющих выделить дополнительные достоверные устойчивые информативные признаки распознавания.

Характерными информативными признаками ВЦ помимо высот, скоростей и особенностей траекторий полета являются геометрические особенности конструкции двигателей этих ВЦ. Геометрические особенности двигателей устойчиво проявляются в спектре отраженного сигнала, поэтому целесообразно использовать это при РЛР ВЦ.

В настоящее время, по мнению отечественных и зарубежных специалистов [3-5] для распознавания ВЦ наиболее перспективными являются модуляционные признаки их вторичного излучения, возникающие в процессе отражения зондирующего сигнала от конструкции двигателей воздушной цели: лопастей винтов, пропеллеров, лопаток компрессоров и турбин силовой установки и т.д. Их применение позволяет формировать детальный СДП. Существенные отличия в спектрах сигналов, отраженных от ВЦ различных типов, обусловлены тем, что вращающиеся элементы конструкции их силовых установок вносят характерную для каждого типа ВЦ модуляцию в отраженные сигналы при их облучении радиолокационными сигналами сантиметрового диапазона длин волн.

Поэтому целью данной статьи явилась разработка и обоснование математической модели отраженного сигнала от воздушной цели с турбореактивным двигателем на основе геометрических особенностей двигателя, при учете спектральных составляющих вторичной модуляции обусловленных переотражением от ступеней компрессора (турбины) низкого давления двигателя.

В существующих математических моделях [3, 6, 7] использующих известные конструктивные особенности двигателя имеется ряд

недостатков. Во-первых, модели, базирующиеся на анализе амплитудных соотношений, не учитывают геометрические размеры двигателя, зависят от ракурса цели, начальной фазы компонент вторичной модуляции, многократного переизлучения зондирующего сигнала от конструкции двигателей. Во-вторых, модели, полученные на основе экспериментальных данных, ограничены количеством типов ВЦ и условиями их наблюдения.

Для разработки математической модели СДП целей был проведен анализ моделей отраженного сигнала от ВЦ [8]. Спектр сигнала, отраженного от динамической лопастной структуры, имеет дискретный характер и обеспечивает разрешение элементов динамической структуры на основе взаимосвязи спектральных компонент ВМ.

Рассмотрим открытую лопастную структуру компрессора двигателя (Рисунок 1), состоящую из нескольких ступеней, пренебрегая для простоты влиянием корпуса двигателя и воздухозаборника. Каждая ступень компрессора низкого давления (КНД) имеет крыльчатку, вращающуюся на оси ротора компрессора с частотой  $\Omega$  и состоящую из  $N$  лопаток.

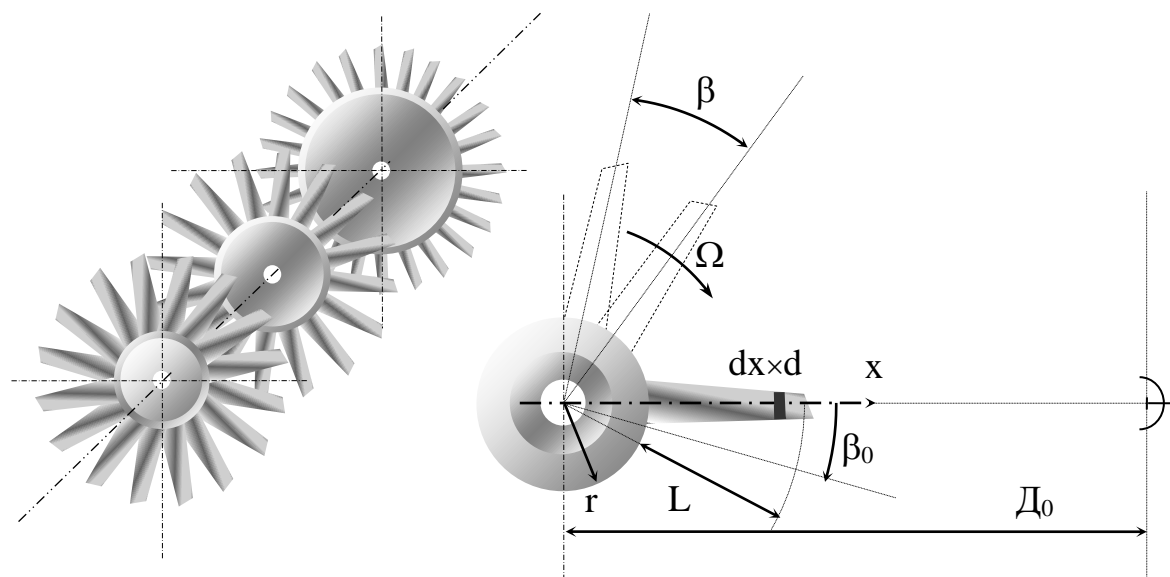


Рисунок 1. Лопастная структура компрессора двигателя

Для непрерывного немодулированного зондирующего излучения сигнал, отраженный от крыльчатки компрессора, представляет собой суперпозицию отражений от оси ротора вращения ( $u_k(t)$ ) и числа лопаток, рассматриваемых на этой ступени КНД ( $u_1(t)$ ), которая имеет вид:

$$u(t) = u_k(t) + u_1(t) = \dot{U}_k e^{\left[ j2\pi f_0 \left( t - \frac{2}{c} D(t) \right) \right]} + \sum_{n=0}^{N-1} \int_r^{r+\frac{L}{2}} \dot{B}(x) e^{j2\pi f_0 \left( t - \frac{2}{c} (D(t) - x \sin \alpha \cos \{ \Omega t + \beta_0 + n\beta \}) \right)} dx, \quad (1)$$

где  $\dot{U}_k$  – комплексная амплитуда сигнала, отраженного от корпуса двигателя;  $f_0$  – несущая частота облучения;  $D(t) = D_0 - V_{сбл}t$  – текущая дальность до цели;  $D_0$  – начальная дальность от РЛС до цели;  $V_{сбл}$  – радиальная скорость сближения;  $N$  – число лопаток ступени КНД;  $n=0, 1 \dots N-1$  – номер лопатки;  $L$  – длина лопатки;  $\beta_0$  – начальный угол нулевой лопатки;  $\dot{B}(x)$  – распределение электромагнитного поля по поверхности лопаток. Первое слагаемое соответствует отражению от корпуса самолета, второе слагаемое характеризует отражения от лопаток ступени КНД.

Интегрирование поля по поверхности лопатки проведем при допущении равномерного распределения поля вдоль лопатки:  $\dot{B}(x) = B$ . Вынося общий множитель  $B$  (1)  $\exp \left[ j2\pi f_0 \left( t - \frac{2}{c} D(t) \right) \right] = \exp \left[ j2\pi f_0 t - j2\pi \omega_D t - j\varphi_0 \right]$  и интегрируя второе слагаемое получим:

$$u(t) = \left[ \dot{U}_k + \sum_{n=0}^{N-1} \dot{U}_n \operatorname{sinc} \left\{ m \cos \left( \Omega (t - nT_n) + \beta_0 \right) \right\} e^{j\frac{4\pi}{\lambda} \left( r + \frac{L}{2} \right) \sin \alpha \cos \left\{ \Omega (t - nT_n) + \beta_0 \right\}} \right] e^{j2\pi f_0 t + j\omega_D t + j\varphi_0}, \quad (2)$$

где  $U_n = B L d$  – амплитуда сигнала, отраженного от лопастей;  $m = 2\pi L / \lambda$  – величина обратная ширине пульсации;  $\varphi_0 = 4\pi D_0 / \lambda$  – начальная фаза;  $\omega_D = 2V_{сбл} / \lambda$  – доплеровское смещение частоты.

Зондирующий сигнал РЛС после прохождения первой ступени КНД отражается в сторону РЛС и в сторону второй ступени. Аналогичным образом происходит отражение и от последующих ступеней. В направлении приемника РЛС будет существовать суммарный сигнал, зависящий от первых двух ступеней

$$u_{\Sigma}(t) = u_1(t) + u_2(t) + u_1(t)u_2(t); \quad (3)$$

где  $u_1(t)$ ,  $u_2(t)$  – отраженный сигнал от первой и второй ступени КНД соответственно.

Аналитическое описание такого сигнала является довольно сложным, поэтому расчет спектра отраженного сигнала выполнен на ЭВМ.

При расчетах принято, что первая ступень КНД содержит  $N_1=25$  лопаток, длиной  $L_1=0,15$  м, вторая ступень имеет  $N_2=35$  лопаток, длиной  $L_2=0,1$  м. Частота вращения оси ротора составляла 125 Гц, а его диаметр 0,2 м.

Ширина спектра отражений от крыльчатки КНД занимает полосу, определяемую определяется размером лопатки, длиной волны и угловой скоростью вращения оси ротора, а также диаметром ротора. Причем радиус ротора определяет минимальную частоту отраженного сигнала, а максимальную – концевая скорость вращения лопатки  $V_{\max} = \Omega(L+r)$ ;  $F_{\min} = r\Omega/2\pi$ ;  $F_{\max} = (L+r)\Omega/2\pi$ .

Таким образом, даже в случае непрерывного гармонического зондирующего сигнала, отраженный от одной ступени КНД сигнал, состоит из гармонической составляющей отражения от корпуса двигателя, а также двух периодических во времени последовательностей импульсов («пульсаций») от наступающих и отступающих лопаток ступени КНД, сдвинутых друг относительно друга во времени. Длительность «пульсации» определяется размером лопасти и скоростью её вращения:

$\tau_{\text{и}} = \lambda/\Omega L$ , а её огибающая описывается функцией  $\frac{\sin(\pi\tau_{\text{и}})}{\pi\tau_{\text{и}}}$ . Временной

интервал между соседними «пульсациями» (период «пульсаций»)

определяется числом лопаток и скоростью их вращения:  $T_{\text{п}} = \frac{2\pi}{N\Omega}$ .

Анализ зависимостей (Рисунок 2) наглядно показывает изменение длительности «пульсации» (штрихпунктирная линия – отражение первой ступени, пунктирная линия – отражение второй ступени, сплошная линия – суммарное отражение) при различной длине волны, облучаемой РЛС, при этом ширина диаграммы направленности «пульсации» при отражении от одной лопатки имеет аналогичную зависимость.

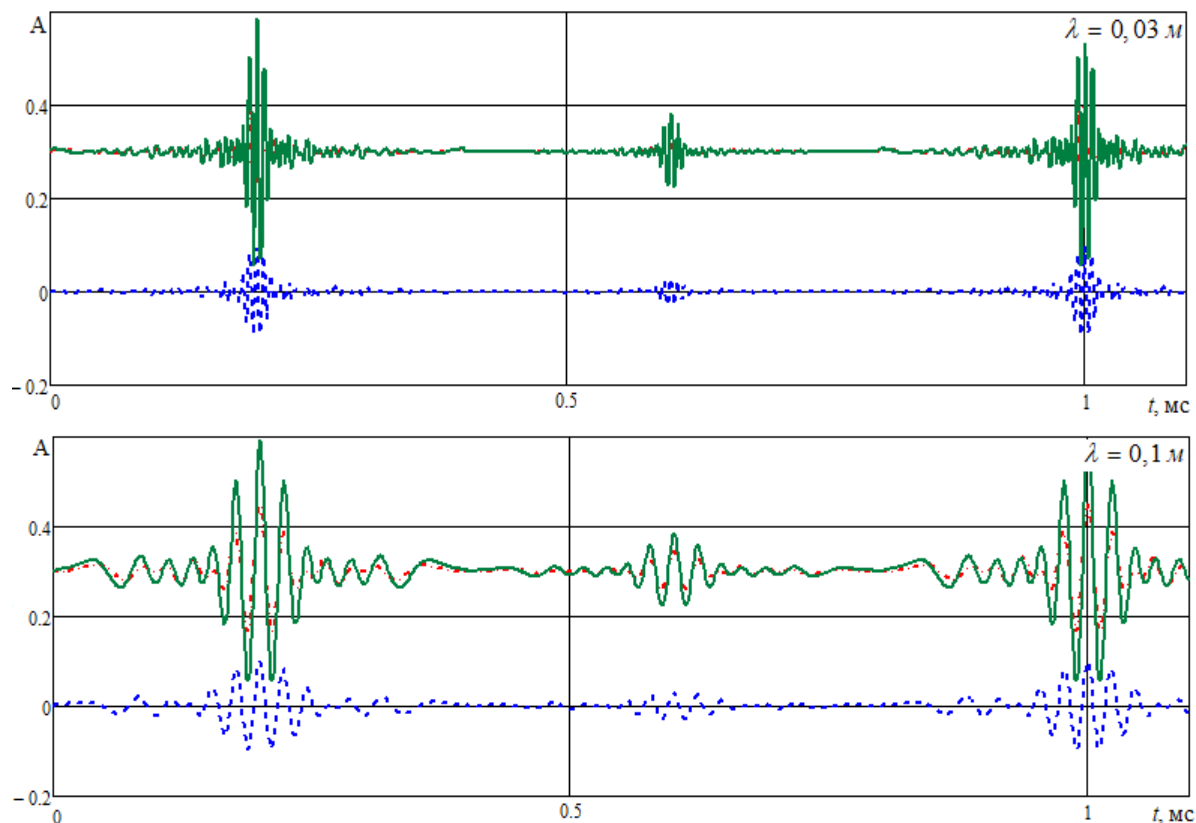
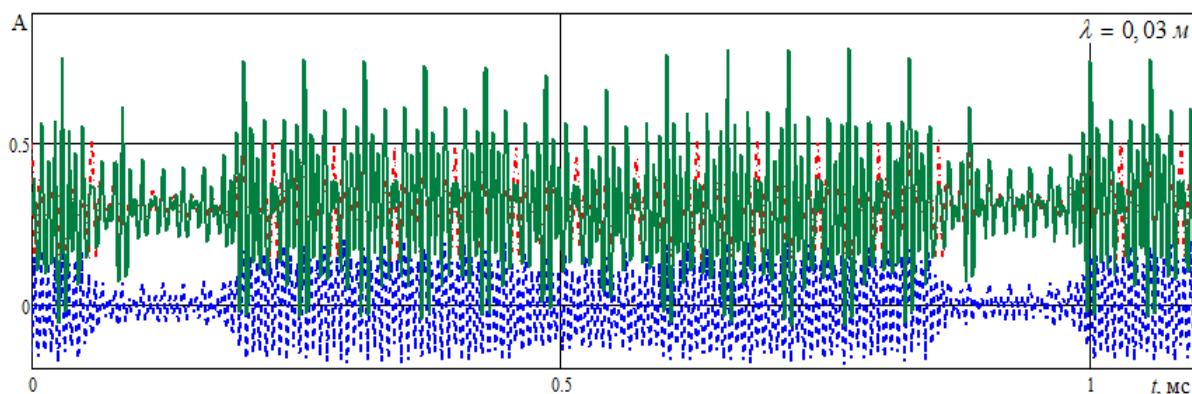


Рисунок 2. Зависимость длительности «пульсации» от одной лопатки

Анализ зависимости (Рисунок 3) периода «пульсаций» от ступеней (штрихпунктирная линия – отражение первой ступени, пунктирная линия – отражение второй ступени, сплошная линия – суммарное отражение) показывает, что за период «пульсаций» одной ступени происходит перемножение диаграмм направленности каждой лопатки. При этом с увеличением длины волны ширина диаграммы направленности одной лопатки перекрывает другую, что приводит к сглаживанию огибающей за период «пульсации».



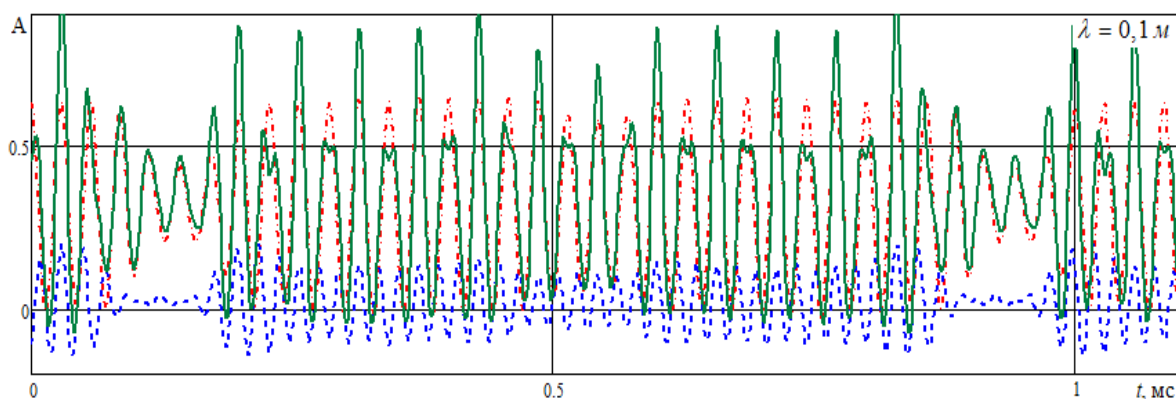


Рисунок 3. Зависимость периода «пульсаций» от ступеней

Анализ модели СДП ВЦ на основе геометрических особенностей двигателя показывает (Рисунок 4), что в спектре содержатся переотражения от ступеней КНД с конкретными значениями частоты, так частота  $F_{1k}$  – соответствует значению частоты первой ступени КНД, аналогично и  $F_{2k}$  – значение частоты второй ступени КНД. При увеличении длины волны облучения СДП ВЦ теряет информативность, это обуславливается значительным ростом планерной составляющей по отношению к комбинационным составляющим ступеней КНД, что в свою очередь отрицательно влияет на РЛР ВЦ.

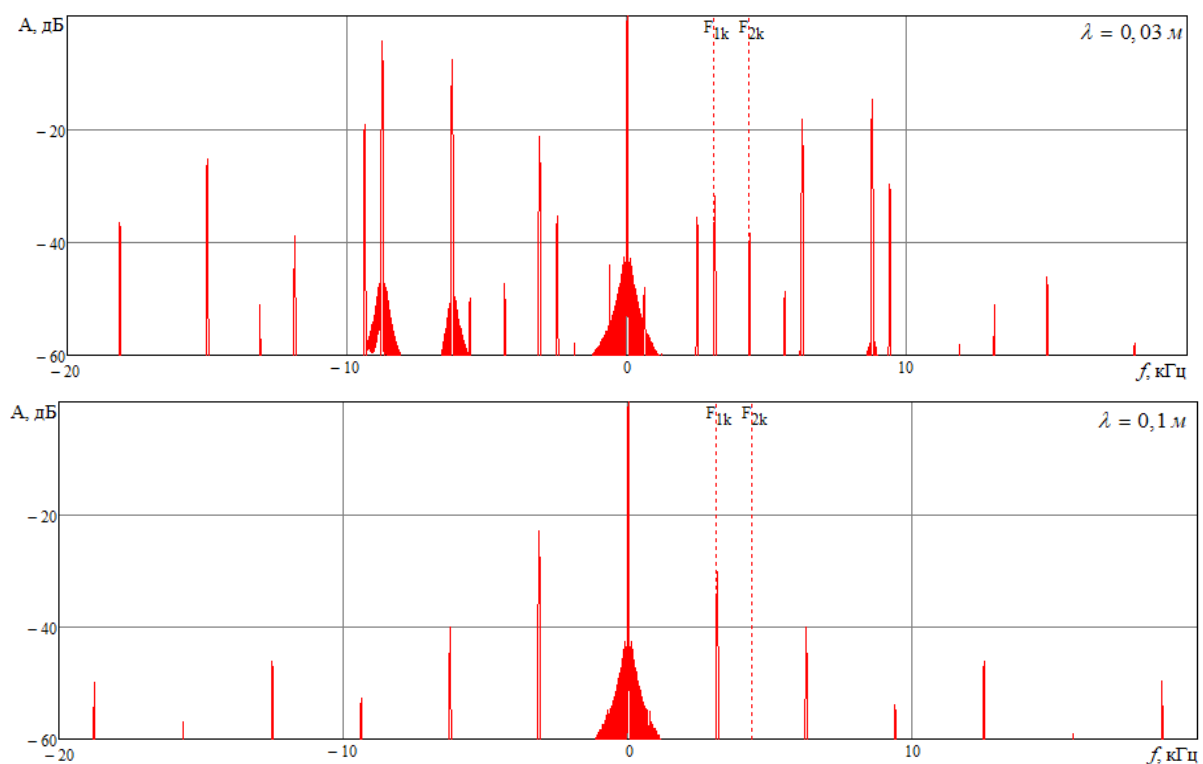


Рисунок 4. Спектрально-доплеровский портрета ВЦ с учетом геометрических особенностей двигателя

Таким образом, представленная математическая модель СДП ВЦ с турбореактивным двигателем с учетом геометрических особенностей

двигателя может быть использована в РЛР ВЦ т.к. учитывает периодическую последовательность спектральных составляющих ВМ обусловленных переотражением от ступеней КНД. При этом расположение спектральных составляющих в отраженном сигнале определяется количеством лопаток на каждой ступени двигателя и частотой вращения его ротора, что позволяет определить тип самолета.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Васильев О.В., Богданов А.В., Потапов Р.А., Ситников А.Г. Распознавание воздушных целей в авиационных РЛС при длительной когерентной обработке сигналов // Радиотехника. – 2012. – №10. – С.131-135.
2. Селекция и распознавание на основе локационной информации. / Под ред. А.Л. Горелика. – М.: Радио и связь, 1990. – 240с.
3. Ширман Я.Д., Горшков С.А., Лещенко С.П., Братченко Г.Д., Орленко В.М. Методы радиолокационного распознавания и их моделирование. // Радиотехника. – 2000. – №2. – С. 5-65.
4. Небабин В.Г., Сергеев В.В. Методы и техника радиолокационного распознавания. – М.: Радио и связь, 1985. – 152с.
5. P. Tait, Introduction to Radar Target Recognition, The Institution of Engineering and Technology, 2006, p. 404.
6. Абатуров В.А., Васильев О.В., Ефимов В.А., Макаев В.Е. Математические модели радиолокационных сигналов, отраженных от воздушных целей различных классов. // Радиотехника. – 2006. – №7. – С. 28-33.
7. Черных М.М., Васильев О.В., Богданов А.В., Савельев А.Н., Макаев В.Е. Экспериментальные исследования информационных свойств когерентных радиолокационных сигналов. // Радиотехника. – 2000. – №3. – С. 47-54.
8. Надточий В.Н., Аврамов А.В., Болдинов А.И. Анализ существующих признаков и моделей радиолокационного распознавания воздушных целей // Актуальные вопросы состояния, эксплуатации и развития комплексов бортового радиоэлектронного оборудования воздушных судов, проблемы подготовки специалистов. – Воронеж: ВУНЦ ВВС «ВВА», 2017. – С. 126-132.

V. N. Nadtochiy

#### **A MATHEMATICAL MODEL OF THE SIGNAL REFLECTED FROM AIR TARGETS WITH A TURBOJET ENGINE**

*Military Educational and Scientific Center of Air Force «N.E. Zhukovsky and  
Y.A. Gagarin Air Force Academy», Voronezh, Russia*



*Currently one of the urgent tasks in radar is the task of the recognition of air targets. At the decision of tasks of synthesis and analysis of radar recognition systems it is necessary to use a mathematical model of the reflected signal. Therefore, developed and justified mathematical model of the signal reflected from air targets with a turbojet engine based on the geometric features of the engine, taking into account the spectral components of the secondary modulation caused by reflection from the steps of compressor (turbine) low-pressure engine. Implementation of the mathematical model obtained based on the effect the secondary modulation when using modulation features. The mathematical model of the reflected signal allows to represent the spectral-Doppler portrait of the aerial target, which takes into account the distribution of the amplitude and phase matching of all components present in the spectrum of the reflected signal. Also allows us to investigate design features of turbojet engines due to the number of blades in the turbine stages and their geometric dimensions, shaft speed, compressor as well as engine size. In the developed mathematical model shows the dependence of the effect of different wavelength of radiation the possibility of its application to radar recognition of air targets such as «aircraft with turbojet engine».*

**Keywords:** mathematical model, spectral-Doppler portrait, matching components, secondary modulation.

#### REFERENCES

1. Vasil'ev O.V., Bogdanov A.V., Potapov R.A., Sitnikov A.G. Raspoznavanie vozdushnykh tseley v aviatsionnykh RLS pri dlitel'noy kogerentnoy obrabotke signalov // Radiotekhnika. – 2012. – No.10. – pp.131-135.
2. Seleksiya i raspoznavanie na osnove lokatsionnoy informatsii. / Pod red. A.L. Gorelika. – M.: Radio i svyaz', 1990. – 240p.
3. Shirman Ya.D., Gorshkov S.A., Leshchenko S.P., Bratchenko G.D., Orlenko V.M. Metody radiolokatsionnogo raspoznavaniya i ikh modelirovanie. // Radiotekhnika. – 2000. – No.2. – pp. 5-65.
4. Nebabin V.G., Sergeev V.V. Metody i tekhnika radiolokatsionnogo raspoznavaniya. – M.: Radio i svyaz', 1985. – 152p.
5. P. Tait, Introduction to Radar Target Recognition, The Institution of Engineering and Technology, 2006, p. 404.
6. Abaturov V.A., Vasil'ev O.V., Efimov V.A., Makaev V.E. Matematicheskie modeli radiolokatsionnykh signalov, otrazhennykh ot vozdushnykh tseley razlichnykh klassov. // Radiotekhnika. – 2006. – No.7. – pp. 28-33.
7. Chernykh M.M., Vasil'ev O.V., Bogdanov A.V., Savel'ev A.N., Makaev V.E. Eksperimental'nye issledovaniya informatsionnykh svoystv kogerentnykh radiolokatsionnykh signalov. // Radiotekhnika. – 2000. – No.3. – pp. 47-54.
8. Nadtochiy V.N., Avramov A.V., Boldinov A.I. Analiz sushchestvuyushchikh priznakov i modeley radiolokatsionnogo raspoznavaniya vozdushnykh tseley // Aktual'nye voprosy sostoyaniya, ekspluatatsii i razvitiya kompleksov bortovogo radioelektronnoy oborudovaniya vozdushnykh sudov, problemy podgotovki spetsialistov. – Voronezh: VUNTs VVS «VVA», 2017. – pp. 126-132.