

УДК 519.676

В.И. Новосельцев, А.Н. Ноев, Д.Е. Орлова

МОДЕЛЬ ВЛИЯНИЯ КИБЕРАТАК НА ФУНКЦИОНИРОВАНИЕ КОНКУРИРУЮЩИХ ФИРМ

Воронежский институт ФСИН России

Рассматривается математическая модель, позволяющая в количественном выражении установить влияние взаимных кибератак на экономическую эффективность конкурирующих фирм. Базис модели составляют модифицированные уравнения Лотки-Вольтера, составленные в предположении, что изменение экономической эффективности каждой фирмы при отсутствии конкурента и, соответственно, кибератак, описывается логистическим уравнением. Качественным методом дифференциального исчисления определяются условия, при соблюдении которых, несмотря на взаимные атаки, конкуренты не претерпевают экономического банкротства, а продолжают функционировать в нормальном режиме. В качестве интегрального показателя, характеризующего экономическую эффективность конкурирующих фирм, применяется объем реализованных ими товаров или оказанных услуг. Модель можно использовать для обоснования требований к обеспечению информационной безопасности конкурирующих субъектов современного рынка в условиях кибератак.

Ключевые слова: кибератака, математическая модель, экономическая эффективность, информационная безопасность, устойчивость.

Введение. Под кибератаками будем понимать цифровой взлом киберпреступниками компьютерных систем того или иного объекта с целью овладения его активами. Примером такой атаки может служить ситуация, когда группа хакеров скрытно преодолевает информационную защиту какого-либо банка, выводит из строя определенную часть компьютерной системы и перенаправляет денежные потоки в нужные места. В широком экономическом смысле кибератаки рассматриваются в качестве одного из методов ведения недобросовестной конкурентной борьбы. При этом цель таких атак заключается в снижении экономической эффективности конкурента путем хищения конфиденциальной информации и нарушения его инфокоммуникационных возможностей. Зачастую разглашение коммерческой тайны в комплексе с нарушением инфокоммуникационных возможностей наносит серьезный ущерб стратегическим интересам конкурента, а в некоторых случаях может поставить под угрозу само его существование. В этих условиях защита от кибератак и в целом проблема борьбы с киберпреступлениями выходит на первый план, приобретая ярко выраженную экономическую окраску. Однако подавляющее количество публикаций посвящено техническим вопросам защиты инфокоммуникационных систем от атак со стороны хакеров, инсайдеров, фрикеров, крэкеров и других субъектов компьютерной преступности [1]. Системные вопросы, связанные с оценкой

влияния взаимных кибератак на экономическую эффективность конкурирующих фирм, пока не получили должного развития.

Рассмотрим ситуацию, когда на некотором рынке товаров и услуг функционируют две конкурирующие фирмы, каждая из которых с помощью специальных программно-технических средств атакует компьютерные сети конкурента, и одновременно проводит мероприятия по обеспечению собственной информационной безопасности. Будем исходить из того, что в своем качественном выражении эффект от проведения кибератак проявляется в снижении экономического потенциала конкурента и в сужении емкости рынка, где он может реализовывать товары или оказывать услуги. При этом эффективность или действенность самих кибератак будем характеризовать двумя величинами: $q_i (i = \overline{1,2})$ – вероятностью того, что кибератаки сторон, направленные на снижение экономического потенциала конкурента, достигнут целей; $p_i (i = \overline{1,2})$ – вероятностью того, что кибератаки сторон, направленные на сужение емкости рынка конкурента, достигнут целей. В качестве интегрального показателя, характеризующего экономическую эффективность конкурирующих фирм, будем использовать объемы реализованных ими товаров или оказанных услуг $E_i \geq 0; (i = \overline{1,2})$ за определенный период времени (сутки, неделя, месяц и др.) с размерностью шт./ед. времени или руб./ед. времени [2].

Задача будет состоять в том, чтобы установить и выразить в количественной форме зависимость динамики изменения экономической эффективности конкурирующих фирм в условиях ведения ими взаимных кибератак и определить условия устойчивости такой конкуренции, когда, несмотря на взаимные кибератаки, конкуренты, хотя и теряют в эффективности, но не претерпевают банкротства $E_i > 0; (i = \overline{1,2})$. [1]

Материалы и методы. Введем следующие обозначения: r_i – экономический потенциал i -й фирмы, характеризующий удельную скорость роста объема реализуемых товаров и оказываемых услуг при отсутствии конкурента, с размерностью 1/ед. времени; K_i – емкость рынка для i -й фирмы, характеризующая наибольший объем потребляемых рынком товаров и услуг данной фирмы за период времени ΔT , с размерностью шт./ед. времени или руб./ед. времени; t – текущее время; t_0 – начальный момент времени; E_i^0 – начальная экономическая эффективность i -й фирмы в момент времени $t = t_0$.

Будем также исходить из того, что изменение экономической эффективности каждой фирмы при отсутствии конкурента и, соответственно, кибератак, описывается логистическим уравнением:

$$\frac{dE_i(t)}{dt} = E_i(t)r_i \left[1 - \frac{E_i(t)}{K_i} \right]; t \in [t_0, \infty); E_i(t_0) = E_i(0). \quad (1)$$

Кроме того, будем предполагать, что взаимное влияние конкурентов на эффективность функционирования друг друга характеризуется линейной функцией, то есть с ростом экономической эффективности одного конкурента происходит пропорциональное снижение экономической эффективности другого конкурента. При этом пропорциональность задается безразмерными коэффициентами $1 \geq \alpha_{12} > 0$ и $1 \geq \alpha_{21} > 0$, выражающие меру относительного влияния конкурирующих субъектов друг на друга. Например, если $\alpha_{21} = 1$, то конкурентная способность первой фирмы такая же, как и второй; при $\alpha_{21} = 0,2$ конкурентоспособность первой фирмы на 20% ниже второй.

С учетом сделанных допущений математическая модель функционирования конкурирующих фирм в условиях взаимных кибератак может быть записана в виде системы дифференциальных уравнений следующего вида:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dE_1(t)}{dt} &= E_1(t) \left[\left(r_1 - \frac{r_1 E_1(t)}{K_1 - p_2 E_2(t)} \right) (1 - q_2) - \alpha_{12} \left(\frac{r_1 E_2(t)}{K_2 - (1 - p_2) E_2(t)} \right) (q_2) \right]; \\ \frac{dE_2(t)}{dt} &= E_2(t) \left[\left(r_2 - \frac{r_2 E_2(t)}{K_2 - p_1 E_1(t)} \right) (1 - q_1) - \alpha_{21} \left(\frac{r_2 E_1(t)}{K_1 - (1 - p_1) E_1(t)} \right) (q_1) \right]. \end{aligned} \right\} (2)$$

Проведем анализ этой системы, используя качественные методы теории дифференциального исчисления [3].

При $p_i = q_i = 0; (i = 1, 2)$ система (2) трансформируется в систему уравнений, описывающих не интересующий нас процесс функционирования фирм без взаимной конкуренции и, соответственно, без взаимных кибератак:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dE_1(t)}{dt} &= r_1 E_1(t) \left(1 - \frac{E_1(t)}{K_1} \right); \\ \frac{dE_2(t)}{dt} &= r_2 E_2(t) \left(1 - \frac{E_2(t)}{K_2} \right). \end{aligned} \right\} (3)$$

При $p_i = q_i = 1; (i = 1, 2)$ имеем другой крайний случай, динамика которого описывается системой уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dE_1(t)}{dt} &= -r_1 E_1(t) \left(\frac{\alpha_{12} E_2(t)}{K_1} \right); \\ \frac{dE_2(t)}{dt} &= -r_2 E_2(t) \left(\frac{\alpha_{21} E_1(t)}{K_2} \right), \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

имеющей тривиальное стационарное решение $E_1^* = E_2^* = 0$, означающее, что в том случае, когда кибератак с обеих сторон достигают своих целей, экономическая эффективность конкурирующих фирм стремится к нулю вне зависимости от их экономического потенциала, конкурентоспособности и емкости рынка. Типовой фазовый портрет этой системы приведен на рис. 1.

При $p_1 = q_1 = 1$ и $p_2 = q_2 = 0$ или $p_1 = q_1 = 0$ и $p_2 = q_2 = 1$ имеем еще один крайний случай взаимодействия конкурирующих фирм с односторонними кибератаками, динамика которого описывается системами:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dE_1(t)}{dt} &= r_1 E_1(t) \left[\left(1 - \frac{E_1(t)}{K_1} \right) \right]; \\ \frac{dE_2(t)}{dt} &= -\alpha_{21} r_2 E_2(t) \left[\left(\frac{E_1(t)}{K_1} \right) \right]. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

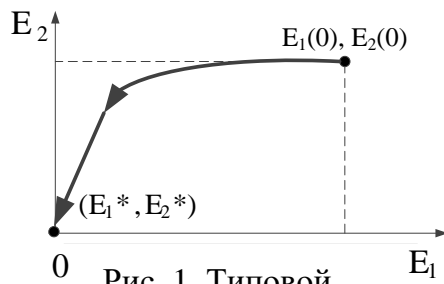


Рис. 1. Типовой фазовый портрет системы (3)

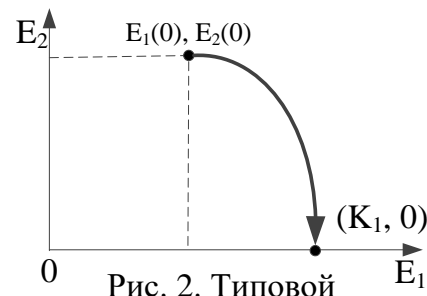


Рис. 2. Типовой фазовый портрет системы (5)

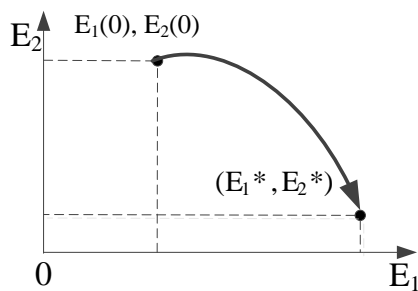


Рис. 3. Типовой фазовый портрет системы (2) при $p_i = 0; 0 < q_i < 1; (i = 1, 2)$ и соблюдении условия (10)

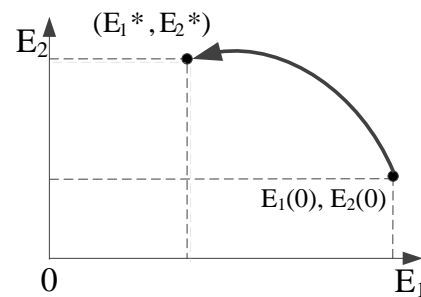


Рис. 4. Типовой фазовый портрет системы (2) при $q_i = 0; 0 < p_i < 1; (i = 1, 2)$ и соблюдении условия (13)

ИЛИ

$$\left. \begin{aligned} \frac{dE_1(t)}{dt} &= -\alpha_{12} E_1(t) r_1 \left[\left(\frac{E_2(t)}{K_2} \right) \right]; \\ \frac{dE_2(t)}{dt} &= E_2(t) r_2 \left[\left(1 - \frac{E_2(t)}{K_2} \right) \right]. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Стационарные решения систем дифференциальных уравнений (5) и (6) так же носят тривиальный характер: при $p_1 = q_1 = 1$ и $p_2 = q_2 = 0$ – $E_1^* = K_1, E_2^* = 0$, при $p_1 = q_1 = 0$ и $p_2 = q_2 = 1$ – $E_1^* = 0, E_2^* = K_2$. Содержательный смысл этих решений заключается в том, что в случае односторонних действенных кибератак и без принятия надлежащих мер информационной безопасности экономическая конкуренция, в конечном счете, завершается полным вытеснением с рынка одного из конкурентов, а именно того, у которого ниже уровень защиты от

кибератак или выше действенность кибератак. Типовой фазовый портрет системы (5) приведен на рис. 2.

Обратимся теперь к рассмотрению общего случая, то есть проанализируем поведение решений системы (2) в зависимости от соотношения ее параметров при $0 < p_i < 1; 0 < q_i < 1; (i = \overline{1, 2})$. Прежде всего, определим ее стационарные решения. Для этого, приравняв правые части (2) к нулю, получаем следующую систему алгебраических уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \left[\left(r_1 - \frac{r_1 E_1(t)}{K_1 - p_2 E_2(t)} \right) (1 - q_2) - \alpha_{12} \left(\frac{r_1 E_2(t)}{K_2 - (1 - p_2) E_2(t)} \right) (q_2) \right] &= 0; \\ \left[\left(r_2 - \frac{r_2 E_2(t)}{K_2 - p_1 E_1(t)} \right) (1 - q_1) - \alpha_{21} \left(\frac{r_2 E_1(t)}{K_1 - (1 - p_1) E_1(t)} \right) (q_1) \right] &= 0. \end{aligned} \right\} (7)$$

Аналитическое решение этой системы уравнений у относительно E_1 и E_2 в общем виде затруднено прежде всего фактором нелинейности. Поэтому ограничимся двумя случаями определения условий стационарной устойчивости (2), интересными с точки зрения практических приложений. В первом случае будем исходить из того, что кибератаки направлены только на снижение экономического потенциала конкурента, во втором случае – только на сужение емкости рынка конкурента.

Устойчивость экономической конкуренции в условиях кибератак, направленных на снижение экономического потенциала конкурента. С учетом того, что в этом случае $p_i = 0; 0 < q_i < 1; (i = \overline{1, 2})$ вместо (7) имеем следующую систему алгебраических уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \left[\left(1 - \frac{E_1(t)}{K_1} \right) (1 - q_2) - \left(\frac{\alpha_{12} E_2(t)}{K_1} \right) q_2 \right] &= 0; \\ \left[\left(1 - \frac{E_2(t)}{K_2} \right) (1 - q_1) - \left(\frac{\alpha_{21} E_1(t)}{K_2} \right) q_1 \right] &= 0. \end{aligned} \right\} (8)$$

Разрешая эту систему относительно E_1 и E_2 получаем стационарное решение системы (2) при $p_i = 0; 0 < q_i < 1; (i = \overline{1, 2})$:

$$\begin{aligned} E_1^* &= \frac{1 - q_1}{\alpha_{21} \alpha_{12}} [1 - K_1 K_2 \alpha_{12} q_2 (1 - q_2)]; \\ E_2^* &= \frac{1 - q_2}{\alpha_{21} \alpha_{12}} [1 - K_1 K_2 \alpha_{21} q_1 (1 - q_1)]. \end{aligned} (9)$$

Отсюда следует, что устойчивое функционирование конкурирующих фирм в условиях ведения взаимных кибератак, направленных на снижение

экономического потенциала конкурента, возможно только при выполнении условия:

$$\left[(1-q_2)q_2 < \frac{1}{K_1 K_2 \alpha_{12}} \right] \wedge \left[(1-q_1)q_1 < \frac{1}{K_1 K_2 \alpha_{21}} \right]. \quad (10)$$

В случае невыполнения условия (10) одна из фирм неминуемо претерпит банкротство (эффективность ее функционирования будет равна нулю). При этом, если $(1-q_2)q_2 \geq \frac{1}{K_1 K_2 \alpha_{12}}$, а $(1-q_1)q_1 \geq \frac{1}{K_1 K_2 \alpha_{21}}$, то

банкротство претерпевает первая фирма. При $(1-q_1)q_1 < \frac{1}{K_1 K_2 \alpha_{21}}$ и

$(1-q_1)q_1 < \frac{1}{K_1 K_2 \alpha_{21}}$ – банкротство претерпевает вторая фирма.

Фазовый портрет системы (2) при $p_i = 0; 0 < q_i < 1; (i = \overline{1,2})$ и соблюдении условия (10) показан на рис. 3. [2]

Устойчивость экономической конкуренции в условиях кибератак, направленных на сужение емкости рынка конкурента. С учетом того, что в этом случае $q_i = 0; 0 < p_i < 1; (i = \overline{1,2})$ вместо (7) имеем следующую систему алгебраических уравнений:

$$\left. \begin{aligned} 1 - \frac{E_1(t)}{K_1 - p_2 E_2(t)} &= 0; \\ 1 - \frac{E_2(t)}{K_2 - p_1 E_1(t)} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Разрешая эту систему относительно E_1 и E_2 получаем стационарное решение системы (2) при $q_i = 0; 0 < p_i < 1; (i = \overline{1,2})$:

$$\begin{aligned} E_1^* &= \frac{K_1 - p_2 K_2}{1 + p_1 p_2}; \\ E_2^* &= \frac{K_2 - p_1 K_1}{1 + p_1 p_2}. \end{aligned} \quad (12)$$

Из (12) видно, что устойчивое функционирование конкурирующих фирм в условиях ведения ими взаимных кибератак, направленных на сужение емкости рынка конкурента, возможно тогда и только тогда, когда справедливо условие:

$$(p_2 K_2 < K_1) \wedge (p_1 K_1 < K_2). \quad (13)$$

При невыполнении условия (13), как и в предыдущем случае, одна из фирм неминуемо претерпит банкротство. При этом если $(p_2 K_2 \geq K_1)$ а $(p_1 K_1 < K_2)$, то банкротство претерпевает первая фирма, если $(p_2 K_2 < K_1)$

и $(p_1 K_1 \geq K_2)$ – вторая фирма. Фазовый портрет системы (2) при $q_i = 0; 0 < p_i < 1; (i = \overline{1,2})$ и соблюдении условия (13) показан на рис. 4 [3,4].

Результаты и заключение. В целом, условие, при соблюдении которого обеспечивается устойчивое функционирование конкурентов в обстановке взаимных кибератак, направленных как на снижение экономического потенциала конкурента, так и на сужение емкости его рынка, выглядит следующим образом:

$$\left[(1-q_2)q_2 < \frac{1}{K_1 K_2 \alpha_{12}} \right] \wedge \left[(1-q_1)q_1 < \frac{1}{K_1 K_2 \alpha_{21}} \right] \wedge \left[\left(p_2 < \frac{K_1}{K_2} \right) \wedge \left(p_1 < \frac{K_2}{K_1} \right) \right]. \quad (14)$$

Отсюда видно, что если конкурирующие стороны примут меры информационной защиты, снижающие действенность взаимных кибератак до уровней, удовлетворяющих условию (14), то, несмотря на атаки, будет обеспечено нормальное (без банкротства) функционирование фирм. С учетом сказанного, это условие можно рассматривать в качестве требования к обеспечению информационной безопасности конкурирующих субъектов современного рынка в условиях взаимных кибератак.

ЛИТЕРАТУРА

1. Громов Ю.Ю. Информационная безопасность и защита информации: Учебное пособие / Ю.Ю. Громов, В.О. Драчев, О.Г. Иванова. – Ст. Оскол: ТНТ, 2010. – 384 с.
2. Аржакова Н.В., Новосельцев В.И., Редкозубов С.А. Управление динамикой рынка: системный подход. – Воронеж: Изд-во Воронежского гос. универ., 2004. – 193 с.
3. Рейссиг Р., Сансоне Г., Конти Р. Качественная теория нелинейных дифференциальных уравнений. – М.: Наука, 1974. – 346 с.
4. Новосельцев В.И., Кочедыков С.С., Орлова Д.Е. Тензорный анализ Крона и его приложения / Под ред. В.И. Новосельцева. – Воронеж: Издательско-полиграфический центр «Научная книга», 2017. – 260 с.

V.I. Novoseltsev, A.N. Noev, D.E. Orlova
**MODEL OF INFLUENCE OF CYBERATTACKS TO FUNCTIONING
OF CONTESTANT FIRMS**

Voronezh Institute of the Federal penitentiary service of Russia

The mathematical model allowing in quantitative expression to establish influence of mutual cyberattacks to economic efficiency of contestant firms is considered. The basis of model is worked out by Lotke-Voltaire's made in the assumption the modified equations that change of economic efficiency of each firm in the absence of the competitor and, accordingly, cyberattacks, is described by the logistical equation. The qualitative method of differential calculus defines conditions at which observance, despite mutual attacks, competitors do not undergo economic bankruptcy, and continue to function in a normal mode. As the integrated indicator characterizing economic efficiency of contestant firms, the volume of the goods realized by them or the rendered services is applied. The model can be used for a substantiation of requirements to maintenance of information security of competing subjects of the modern market in the conditions of mutual cyberattacks.

Keywords: cyberattack, mathematical model, economic efficiency, information security, stability.

REFERENCES

1. Gromov Yu.Yu. Informatsionnaya bezopasnost' i zashchita informatsii: Uchebnoe posobie / Yu.Yu. Gromov, V.O. Drachev, O.G. Ivanova. – St. Oskol: TNT, 2010. – 384 p.
2. Arzhakova N.V., Novosel'tsev V.I., Redkozubov S.A. Upravlenie dinamikoy rynka: sistemnyy podkhod. – Voronezh: Izd-vo Voronezhskogo gos. univer., 2004. – 193 p.
3. Reyssig R., Sansone G., Konti R. Kachestvennaya teoriya nelineynykh differentsial'nykh uravneniy. – M.: Nauka, 1974. – 346 p.
4. Novosel'tsev V.I., Kochedykov S.S., Orlova D.E. Tenzornyy analiz Krona i ego prilozheniya / Pod red. V.I. Novosel'tseva. – Voronezh: Izdatel'sko-poligraficheskiy tsentr «Nauchnaya kniga», 2017. – 260 p.