УДК 330.42

В.Г. Шабанова, Т.Ф. Мамедова, О.Е. Каледин

ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОЦЕССА УПРАВЛЕНИЯ ДИНАМИКОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЫ И ЕЁ ЧИСЛЕННАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ

Национальный исследовательский Мордовский государственный университет им. Н.П. Огарева, Саранск, Россия

В данной статье представлены результаты исследования на устойчивость по части переменных численного решения системы методом асимптотической эквивалентности. Он реализуется на теории характеристических показателей, вытекающих из метода исследования устойчивости Ляпунова. При помощи математических преобразований системы упрощаются, и появляется способность их «взаимотрансформации» на основе асимптотической эквивалентности. Свойства решений таких уравнения известны, при этом целевая функция является достаточно малой в исследуемой области. Однако «малость» в каждой конкретной задаче индивидуальна, что влияет на вид эквивалентных уравнений. В случае параметрической оптимизации критериев «малость» приобретает механизм наследования некоторых важных свойств решений сравнительных и асимптотических уравнений. В качестве объекта исследования динамики нелинейных процессов использовалась экономико-математическая модель, отражающая многоуровневую структуру агропромышленного комплекса (АПК). Последний состоит из отрасли производящей средства производства для всех звеньев АПК, сельского хозяйства, осуществляющего производство продовольствия и сельскохозяйственного сырья. Матрица исходных значений для численной реализации формировалась на основе реальных статистических данных отраслевых предприятий за определенный период, который формируется из равных временных интервалов. Результатом статистической обработки данных является функция, отражающая текущее финансово-экономическое положение предприятия. Её параметрический анализ даёт возможность построения долговременного прогноза на будущий период хозяйственной деятельности предприятия. При этом, необходим учёт внешних факторов финансовой политики организации, дающего возможность руководителю повлиять на количественные и качественные экономические показатели предприятия, выбрав наиболее перспективные пути развития.

Ключевые слова. Оптимизация управляющих факторов**,** основные производственные фонды, трехсекторная модель экономического роста, нелинейная динамическая система, стабильность процесса, асимптотическая эквивалентность, агропромышленный комплекс.

Введение. В современных условиях развития мировой и национальной экономической ситуации, обострения конкуренции в области наукоёмких технологий, ограниченности доступа ко многим видам ресурсов на мировых рынках значимость прогнозирования в управлении экономическими процессами довольно велика. Традиционно, для решения задачи оптимального экономического управления на основе математического прогнозирования применяются методики, основанные на факторном или корреляционно-регрессионном анализе. Однако, на практике точностью оценки многих факторов пренебрегают, выдвигая на первый план относительную значимость влияния того или иного параметра. Решение данной проблемы состоит в использовании нового математического аппарата, основанного на нелинейных динамических системах и теории эквивалентности.

Материалы и методы. Для исследования математических моделей нелинейной динамики Е. В. Воскресенским был разработан аппарат, в основе которого лежит метод сравнения [1]. Он представляет собой обобщение метода функций Ляпунова и является эффективным методом исследования динамических процессов [2]. Объектом моделирования и исследования в данной работе является агропромышленный комплекс (АПК) с учетом его многоуровневой структуры. Разработанная и программно протестированная модель включает три основных сектора: производящей средства производства для всех звеньев АПК, сельского хозяйства, осуществляющего производство продовольствия и сельскохозяйственного сырья.

Рассмотрим уравнение, описанное в работе [3]:

$$\frac{dk_i}{dt} = -\lambda_i k_i + \frac{s_i}{\theta_i}(1+\gamma_2)p_2, i = \overline{1,3};$$

Данное соотношение отражает изменение динамики основных производственных фордов i-того сектора во времени. В выбранной модели ОПФ определяются прямой зависимостью от значения квоты сектора машиностроения, доли i-того сектора в распределении инвестиционных ресурсов, коэффициента выбытия фондов i-того сектора производительность i-того сектора и обратной зависимости от доли i-того сектора в распределении трудовых ресурсов.

1) Система нелинейных дифференциальных уравнений, описывающих динамику основных производственных фондов (ОПФ) и соотношение материального баланса в относительных показателях:

$$\begin{cases} \frac{dk_1}{dt} = -\lambda_1 k_1 + \frac{s_1}{\theta_1}(1+\gamma_2)p_2, \\ \frac{dk_2}{dt} = -\lambda_2 k_2 + \frac{s_2}{\theta_2}(1+\gamma_2)p_2, \\ \frac{dk_3}{dt} = -\lambda_3 k_3 + \frac{s_3}{\theta_3}(1+\gamma_2)p_2 \end{cases} \quad (1)$$

с начальными значениями $k_i(0) = \frac{K_i(0)}{\theta_i L(0)}$, $i = \overline{1,3}$.

Ограничения на переменные системы имеют вид:

2) Производительность по секторам с учетом трудовых ресурсов: $p_i = \theta_i f_i(k_i), i = \overline{1,3}$.

3) Отраслевая производительность секторов $f_i(k_i) = A_i {k_i}^{\alpha_i}, i = \overline{1,3}$. Данная функция имеет вид функции Кобба-Дугласа $F(K_i, L_i) = A_i {K_i}^{\alpha_i} {L_i}^{\beta_i}$, в рассматриваемом случае $L = 1$.

4) Условие квотирования сектора машиностроения: $y_2 \leq \gamma_2 p_2$.

5) Система балансовых ограничений:

$$\begin{cases} \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 = 1, \\ s_1 + s_2 + s_3 = 1, \\ (1 - a_1)p_1 = a_2 p_2 + a_3 p_3 + y_1, \\ q_1 y_1 = {q_2}^+ y_2 + {q_3}^+ y_3 \end{cases}$$

в которую входят соответственно трудовой, инвестиционный и внешнеторговый балансы, причем $s_i \geq 0, \theta_i \geq 0$ [4].

В данной модели использованы следующие обозначения:

A_i −технологический коэффициент i-того сектора;

L_i −трудовые ресурсы i-того сектора;

α_i −коэффициент эластичности по капиталу i-того сектора;

β_i −коэффициент эластичности по труду i-того сектора;

a_i −коэффициент прямых материальных затрат i-того сектора;

y_i −удельный (ввоз-вывоз) продукции соответствующего сектора на одного занятого;

q_i −цена на мировом рынке продукции i-того сектора [5].

Экономический смысл имеют лишь неотрицательные решения системы. С помощью представленной модели предполагается решить задачу управления динамикой основных производственных фондов отрасли [6].

В рамках рассматриваемой задачи система уравнений (1) будет иметь вид:

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = -0{,}051x_1 + 0{,}38{x_2}^{0,62}, \\ \frac{dx_2}{dt} = -0{,}066x_2 + 0{,}8{x_2}^{0,62}, \\ \frac{dx_3}{dt} = -0{,}047x_3 + 0{,}48{x_2}^{0,62}, \end{cases} \quad (2)$$

Численное решение системы нелинейных дифференциальных уравнений (2), описывающих динамику основных производственных фондов АПК и соотношение материального баланса в относительных показателях представлено в виде графика на Рисунке 1.

Из построенного графика видно, что направление динамики основных производственных фондов по секторам положительно. Наблюдалось малое убывание капитала в секторе машиностроения на начальном отрезке времени. Таким образом, представленная модель трехсекторной экономики позволяет отслеживать состояния экономической системы с целью управления этим процессом в дальнейшем [7].

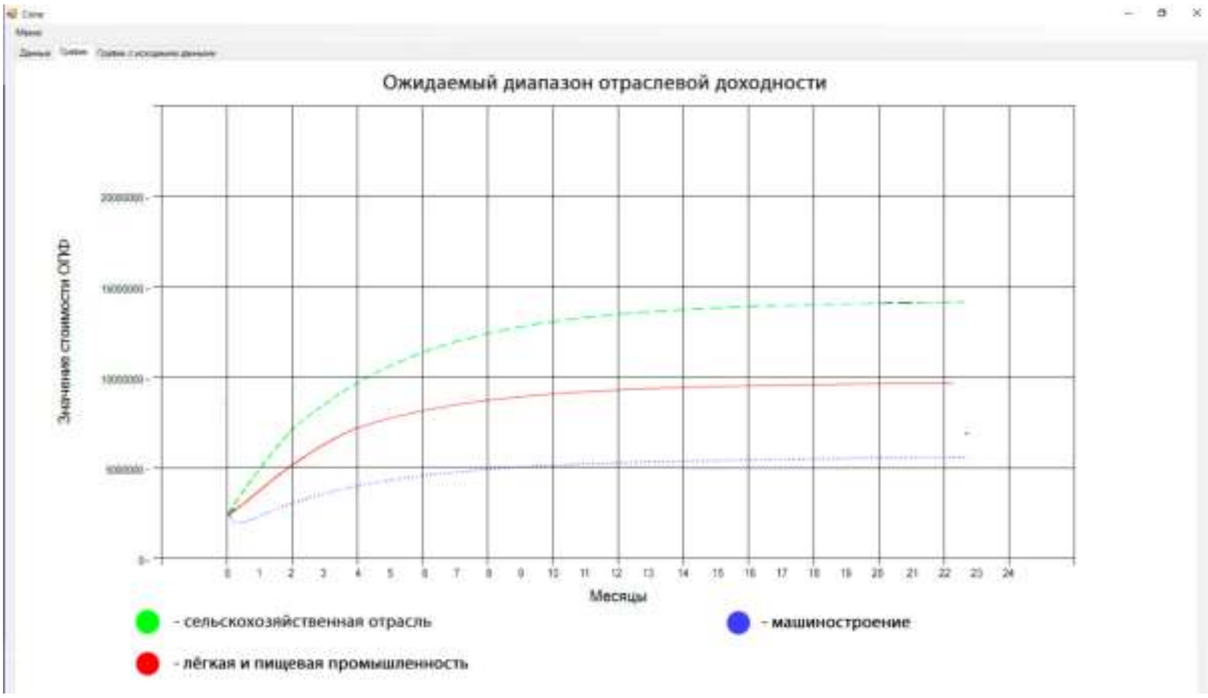

Рисунок 1 - Динамика основных производственных фондов

Для качественного исследования полученного решения рассматриваемой системы дифференциальных нелинейных уравнений на устойчивость, применим метод асимптотической эквивалентности Е. В. Воскресенского.

Обозначим прирост за счет валовых капиталовложений в каждом секторе, на выбранном промежутке планирования через функцию

$$f_i(t,x) = \frac{s_i}{\theta_i}(1+\gamma_1)p_1(x), \tag{3}$$

где $p_1(x) = \theta_1 A_1 x^{\alpha_1}, i = \overline{1,3}$.

Тогда система дифференциальных уравнений (1) примет вид:

$$\frac{dx_i}{dt} = -\lambda_i x_i + f_i(t,x), i = \overline{1,3}; \tag{4}$$

Для решения задачи об устойчивости состояния равновесия системы запишем её в матричной форме:

$$\dot{x} = B(t)x + f(t,x), \tag{5}$$

где $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ \cdots \\ x_n \end{pmatrix}, B(t) = \begin{pmatrix} b_{11} & \dots & b_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ b_{n1} & \dots & b_{nn} \end{pmatrix}, f(t,x) = \begin{pmatrix} f_1(t,x) \\ \cdots \\ f_n(t,x) \end{pmatrix}, n = \overline{1,3}$

Решение $x(t\colon t_0, x_0)$ уравнения (8) существует для всех начальных условий $(t_0, x_0) \in T \times R^n$ и, $t \in T, T = [0, +\infty)$. Предполагается также, что уравнение (3) имеет нулевое решение, которое является единственным состоянием равновесия экономической системы, описываемой дифференциальным уравнением (4).

Исследуем на устойчивость решение системы (3). Найдем точки равновесия системы, прировняв правые части к нулю:

$$\begin{cases} -0.051\, k_1 + 0.38\, k_2^{0.62} = 0 \\ -0.066\, k_2 + 0.8\, k_2^{0.62} = 0 \\ -0.047\, k_3 + 0.48\, k_2^{0.62} = 0 \end{cases} \tag{6}$$

Точка $(k_1;\ k_2;\ k_3) = (436.621, 710.292, 598.459)$ – точка равновесия системы.

Сделаем замену переменных

$$k_1 = y_1 + 436.621, k_2 = y_2 + 710.292,\ k_3 = y_3 + 598.459,$$

получим систему:

$$\begin{cases} \dfrac{dy_1}{dt} = -0.051\, y_1 - 22.27 + 0.38\, (y_2 + 710.292)^{0.62} \\ \dfrac{dy_2}{dt} = -0.066\, y_2 - 46.88 + 0.8\, (y_2 + 710.292)^{0.62} \\ \dfrac{dy_3}{dt} = -0.047\, y_3 - 28.13 + 0.48\, (y_2 + 710.292)^{0.62} \end{cases} \tag{7}$$

Составим матрицу Якоби для системы (6):

$G = [g_{ij}], i = \overline{1,3}, j = \overline{1,3}$.

$$G = \begin{pmatrix} \dfrac{\partial H_1}{\partial y_1} & \dfrac{\partial H_1}{\partial y_2} & \dfrac{\partial H_1}{\partial y_3} \\ \dfrac{\partial H_2}{\partial y_1} & \dfrac{\partial H_2}{\partial y_2} & \dfrac{\partial H_2}{\partial y_3} \\ \dfrac{\partial H_3}{\partial y_1} & \dfrac{\partial H_3}{\partial y_2} & \dfrac{\partial H_3}{\partial y_3} \end{pmatrix}$$

После вычислений матрица G примет вид:

$$G = \begin{pmatrix} -0{,}051 & 0{,}019 & 0 \\ 0 & -0{,}025 & 0 \\ 0 & 0{,}025 & -0{,}047 \end{pmatrix}$$

Перейдем к исследованию нулевого решения соответствующего первого линейного приближения системы (6) , которое имеет вид:

$$\frac{dy_i}{dt} = Gy_i, i = \overline{1,3}$$

$$\begin{cases} \dfrac{dy_1}{dt} = -0{,}051y_1 + 0{,}019y_2 \\ \dfrac{dy_2}{dt} = -0{,}025y_2 \\ \dfrac{dy_3}{dt} = 0{,}025y_2 - 0{,}047y_3 \end{cases} \qquad (8)$$

Общее решение системы (8) получим в виде:

$$Y(t) = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix} = C_1 e^{-0{,}047t} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + C_2 e^{-0{,}051t} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + C_3 e^{-0{,}025t} \begin{pmatrix} 0{,}73 \\ 1 \\ -1{,}13 \end{pmatrix},$$

где C_1, C_2, C_3 - константы.

Отсюда запишем фундаментальную матрицу системы (8) и обратную к ней.

$$\Phi(t) = \begin{pmatrix} 0 & e^{-0{,}051t} & 0{,}73e^{-0{,}025t} \\ 0 & 0 & e^{-0{,}025t} \\ e^{-0{,}047t} & 0 & -1{,}13e^{-0{,}025t} \end{pmatrix}$$

$$\Phi^{-1}(t) = \begin{pmatrix} 0 & 1{,}13e^{0{,}047t} & e^{0{,}047t} \\ e^{0{,}051t} & -0{,}73e^{0{,}051t} & 0 \\ 0 & e^{0{,}025t} & 0 \end{pmatrix}$$

Множество $N = \{1,2,3\}$, $\overline{M_0} = N$, тогда справедливы оценки:

$$\|f_1(t,y)\| \le |0.38\,(y_2 + 710.292)^{0.62}| \le |1.1{y_2}^{1.9}| = \lambda_1(0,|y_2|,0),$$

$$\|f_2(t,y)\| \le |0.8\,(y_2 + 710.292)^{0.62}| \le |0.6{y_2}^{2.1}| = \lambda_2(0,|y_2|,0),$$

$$\|f_3(t,y)\| \le |0.48\,(y_2 + 710.292)^{0.62}| \le |1.4{y_2}^{1.9}| = \lambda_3(0,|y_2|,0).$$

Тогда $M_0 = \{2\}$.

Постороим эталонные функции сравнения. Тогда функции $\mu_i:[T,+\infty)\to R^1_+,\ m_i:[T,+\infty)\to R^1_+,\ R^1_+=[0,+\infty),$

удовлетворяют неравенствам $\mu_i \ge \max\limits_{j\in N_0}\{|\,y_{ij}(t)\,|\},\ T_0\le t_0\le t<+\infty,\ i\in M_0,$ если $N_0\ne 0,\ j\in N_0$ и $\mu_i(t)\ge 0,$ в том случае, если $N_0=0,\ i\in M_0,\ m_i(t)\ge \max\{\max\limits_{j\in \overline{M}_0}\{|\,y_{ij}(t)\,|\},\mu_i(t)\},\ T_0\le t_0\le t<+\infty,$

$i\in M_0.\ |\,\varphi_i(t)\,|\le cm_i(t),\ i=\overline{1,q},\ \varphi\in C([T,+\infty],R^n).$Тогда эталонные функции будут иметь вид:

$$\mu_1=\max_{j\in N_0}\{|\,y_{11}(t)\,|,|\,y_{12}(t)\,|,|\,y_{13}(t)\,|\}=0.73e^{-0.025t},$$

$$\mu_2=\max_{j\in N_0}\{|\,y_{21}(t)\,|,|\,y_{22}(t)\,|,|\,y_{23}(t)\,|\}=e^{-0.025t},$$

$$\mu_3=\max_{j\in N_0}\{|\,y_{31}(t)\,|,|\,y_{32}(t)\,|,|\,y_{33}(t)\,|\}=1.13e^{-0.025t},$$

$$m_1(t)=\max\{\max_{j\in \overline{M}_0}\{|\,y_{11}(t)\,|,|\,y_{12}(t)\,|,|\,y_{13}(t)\,|,\mu_1(t)\}\}=0.73e^{-0.025t},$$

$$m_2(t)=\max\{\max_{j\in \overline{M}_0}\{|\,y_{21}(t)\,|,|\,y_{22}(t)\,|,|\,y_{23}(t)\,|,\mu_2(t)\}\}=e^{-0.025t},$$

$$m_3(t)=\max\{\max_{j\in \overline{M}_0}\{|\,y_{31}(t)\,|,|\,y_{32}(t)\,|,|\,y_{33}(t)\,|,\mu_3(t)\}\}=1.13e^{-0.025t}.$$

Проверим на равномерную сходимость несобственный интеграл по t при $c\to 0,\ \mu_i(t)\to 0,\ \forall t\in[T,+\infty),\forall i\in M_0$ на любом компакте из $[T;+\infty)$:

$$J_i(t,\varphi)=\int_{t_0}^{t}\sum_{\substack{j\in N\\ k\in B}} y_{ik}(t)y^{jk}(s)f_j(s,\varphi(s))ds-\int_{t}^{+\infty}\sum_{\substack{j\in N\\ k\in M}} y_{ik}(t)y^{jk}(s)f_j(s,\varphi(s))ds,$$

где $B=N\setminus M,\ J_i(t,\varphi)$ которое существует $\forall i\in N,\ c\in R^1_+$ и $J_i(t,\varphi)=o(\mu_i(t))$ при $t\in[5;+\infty]$ и $\forall i\in M_0.$ Несобственные интегралы сходятся равномерно по t на любом компакте из $[T,+\infty)$:

$$J_1(t,\varphi)=-\int_t^{+\infty}(y_{12}y^{12}f_1+y_{12}y^{22}f_2+y_{12}y^{32}f_3)ds$$

$$=-e^{-0.051t}\int_t^{+\infty}(1.24ce^{-0.0005s}$$

$$-1.68ce^{-0.0015s}+1.4ce^{-0.0225s})ds,$$

$$J_2(t,\varphi)=-\int_t^{+\infty}(y_{22}y^{12}f_1+y_{22}y^{22}f_2+y_{22}y^{32}f_3)ds=0$$

$$J_3(t,\varphi)=-\int_t^{+\infty}(y_{12}y^{12}f_1+y_{32}y^{22}f_2+y_{32}y^{32}f_3)ds=0$$

Все решения уравнения

$$\frac{dz}{dt} = \sum_{k,j\in N} \left| y^{jk}(t) \right| \lambda_j\big(t, zm(t)\big)$$

определены для всех $t \geq T_0 \geq 5$.

Отсюда следует, что каждое решение системы (8) определено на множестве $[T_0,+\infty)$. Так как данная система уравнений асимптотически устойчива по переменной y_2, то её тривиальное решение обладает этим же свойством. В результате нулевое решение системы устойчиво по переменной y_2, что позволяет сделать вывод о стабильности рассматриваемого процесса относительно показателей второй отрасли [8, 9].

По данной методике разработана информационная система, включающая комплекс программ, для расчета оптимальных показателей функционирования предприятий АПК. Для оценки её эффективности был проведен вычислительный эксперимент, в котором использовались входные и выходные статистические данные за последние пять лет (Рисунок 2).

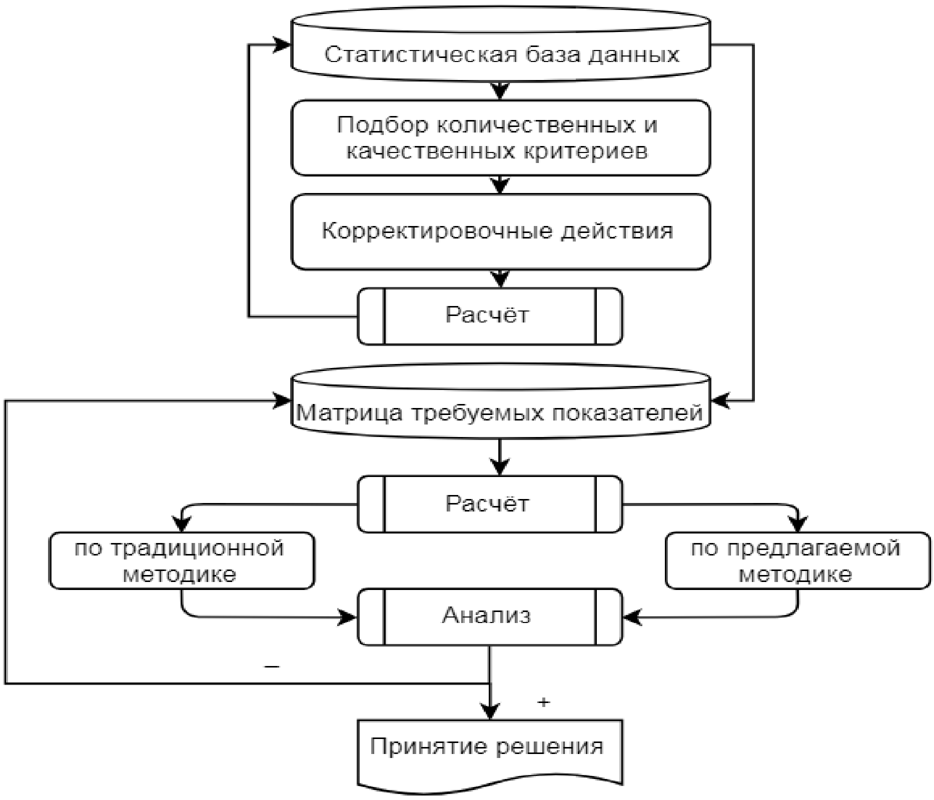

Рисунок 2 - Схема вычислительного эксперимента

Результаты эксперимента показали преимущество предлагаемой методики по критериям точности и достоверности, основных экономических показателей. Практическое внедрение расчетного модуля в общую систему поддержки и принятия решений предприятия позволит:

- сократить затраты и время исследования экономического состояния производственного процесса;
- оценить уровень экономической рентабельности конкретного предприятия АПК;
- проводить исследования на различных уровнях производственного процесса, а именно: уровень предприятия, уровень отрасли и уровень межотраслевого комплекса.

Полученные результаты. В результате проведенного анализа методов и типов отраслевого прогнозирования выявлена перспективность использования совокупного математического аппарата теории дифференциальных включений, асимптотической эквивалентности и трехсекторного оптимизационного моделирования для составления долгосрочных прогнозов. Предложен алгоритм прогнозирования по оптимизационной трехсекторной модели. Составлена оригинальная система нелинейных дифференциальных уравнений, наиболее точно описывающая динамику рассматриваемого объекта (на примере предприятия АПК). Проведено качественное исследование решений построенной системы нелинейных дифференциальных уравнений по методу асимптотической эквивалентности. Численным путем определен управляющий критерий качества, позволяющий определить траектории ветвей конуса, построение которого производится на основе теории дифференциальных включений. Проведён вычислительный эксперимент, в результате которого выявлено преимущество предлагаемой методики по критериям точности и достоверности основных экономических показателей. На основе предложенной методики разработана информационная система для практического применения на предприятиях АПК.

Выводы. В данной статье представлены результаты исследования на устойчивость по части переменных численного решения системы методом асимптотической эквивалентности. В качестве объекта исследования динамики нелинейных процессов использовалась экономико-математическая модель, отражающая многоуровневую структуру агропромышленного комплекса. Вычислительный эксперимент показал, что для получения верифицированного экономического прогноза рентабельности предприятия целесообразно использовать расчетную подсистему на основе математического аппарата анализа нелинейных динамических системах и теории эквивалентности. Это позволит дать более точный долгосрочный прогноз финансово-экономической устойчивости отдельного предприятия или группы отраслевых предприятий и принять оптимальное и своевременное управленческое решение.

ЛИТЕРАТУРА

1. Воскресенский Е.В. Методы сравнения в нелинейном анализе. Саранск: Изд-во Саратовского ун-та, 1990. – 224 с.
2. Мамедова Т.Ф. Алгоритм исследования моделей нелинейной динамики / Т.Ф. Мамедова, А.А. Ляпина // Известия высших учебных заведений: поволжский регион. Физико-математические науки. 3(27). – Пенза, 2013 г. С. 48-57. ISSN: 2072-3040.
3. Колемаев В. А. Экономико-математическое моделирование. – М.: ЮНИТИ-ДАНА,2005. – 295 с.
4. Шабанова В.Г.,Мамедова Т.Ф. Моделирование динамики основных производственных фондов агропромышленного комплекса // Тр. XI междунар. науч.-техн. конф. «Математическое и компьютерное моделирование естественнонаучных и социальных проблем» /Пенза,2017. – С. 240–244.
5. Шабанова В.Г. Модель управления финансово-экономической деятельностью производственного предприятия агропромышленного комплекса / В.Г. Шабанова, Т.Ф. Мамедова, Г.И. Шабанов // Фундаментальные исследования. – 2016. –№ 3-1. – С. 67–71.
6. Шабанова В.Г. Обработка экспериментальных данных в автоматизированных системах принятия решений/ В.Г. Шабанова, Т.Ф. Мамедова, Г.И. Шабанов // Энергоэффективные и ресурсосберегающие технологии и системы: сб. тр. науч.-практ. конф. – Саранск, 2016. – С. 460-462.
7. Шабанова В. Г. Математическое моделирование и оценка нелинейной динамики состояния основных производственных фондов АПК [Электронный ресурс] / В. Г. Шабанова, Т. Ф. Мамедова, О. Е Кале-дин // Дифференциальные уравнения и их приложения в математическом моделировании: Тр. XIII междунар. науч.-техн. конф. – Саранск: СВМО, 2017. – С. 391–397.
8. Шабанова В.Г. Математическое обеспечение модели оптимального управления экономикой отрасли / В.Г. Шабанова, Т.Ф. Мамедова, О.Е. Коледин, Г.И. Шабанов // Современные наукоемкие технологии. – 2016. – № 7-1. – С. 89-93
9. Шабанова В.Г. О методике исследования текущего состояния экономической системы и способе прогнозирования ее будущего поведения / В.Г. Шабанова, Т.Ф. Мамедова // Модели, системы, сети в экономике, технике, природе и обществе. – 2016. – №2 (18). – С. 90-96.

V.G. Shabanova, T.F. Mamedova, O.E. Kaledin

OPTIMIZATION OF THE PROCESS OF CONTROLLING THE DYNAMICS OF NONLINEAR SYSTEM AND ITS NUMERICAL IMPLEMENTATION

National Research Mordovian State University. N.P. Ogareva, Saransk, Russia

In this paper, we present the results of the stability study on the part of variables of a numerical solution of the system by the method of asymptotic equivalence. It is realized on the theory of characteristic exponents that follow from the Lyapunov stability method. With the help of mathematical transformations, the systems are simplified, and the ability of their "mutual transformation" on the basis of asymptotic equivalence appears. The properties of the solutions of such equations are known, and the objective function is sufficiently small in the investigated region. However, "smallness" in each specific problem is individual, which affects the form of equivalent equations. In the case of parametric optimization of the criteria, "smallness" acquires the mechanism of inheritance of certain important properties of solutions of comparative and asymptotic equations. As an object of study of the dynamics of nonlinear processes, an economic-mathematical model that reflects the multilevel structure of the agro-industrial complex (APC) was used. The latter consists of an industry producing means of production for all links of the agro-industrial complex, agriculture that produces food and agricultural raw materials. The matrix of initial values for numerical realization was formed on the basis of real statistical data of branch enterprises for a certain period, which is formed from equal time intervals. The result of statistical data processing is a function reflecting the current financial and economic situation of the enterprise. Its parametric analysis gives an opportunity to build a long-term forecast for the future period of the economic activity of the enterprise. At the same time, it is necessary to take into account the external factors of the organization's financial policy, which enables the head to affect the quantitative and qualitative economic indicators of the enterprise, choosing the most promising development paths.

Keywords. Optimization of control factors, basic production assets, three-sector model of economic growth, nonlinear dynamic system, process stability, asymptotic equivalence, agro-industrial complex.

REFERENCES

1. Voskresensky E.V. Comparison methods in nonlinear analysis. - Saransk:Publishing house of the Saratov University, 1990. - 224 p.
2. Mamedova T.F. Algorithm for the study of models of nonlinear dynamics/T.F. Mamedova, A.A. Lyapin // News of the Higher educational institutions: the Volga region. Physics and mathematics science. №3(27). - Penza, 2013, pp. 48-57. ISSN: 2072-3040.
3. Kolemaev VA Economic-mathematical modeling. - M .: UNITY- DANA, 2005. - 295 sec.
4. Shabanova VG, Mamedova T.F. Modeling the dynamics of the mainproduction funds of the agro-industrial complex // Proc. XI

Intern.cientific- techn. Conf. "Mathematical and computer modeling of natural-science and social problems / Penza, 2017.- P. 240-244.

5. Shabanova V.G. Model of financial and economic management activities of the agro-industrial complex/V.G.Shabanova, T.F.Mamedova, G.I. Shabanov//Fundamental research. - 2016.-№ 3-1. – P. 67-71.
6. Shabanova V.G. Processing of experimental data in automated decision-making systems / V.G. Shabanova, T.F. Mamedova, G.I. Shabanov // Energy-efficient and resource-saving technologies and systems: coll. tr. scientific-practical. Conf. - Saransk, 2016. - P. 460-462.
7. Shabanova VG Mathematical modeling and estimation of the nonlinear dynamics of the state of the basic production assets of the agroindustrial complex [Electronic resource] / VG Shabanova, TF Mamedova, OE
8. Kaledin // Differential equations and their applications in mathematical modeling: Tr. XIII Intern. scientific-techn. Conf. - Saransk: SVMO, 2017. - P. 391-397.
   Mathematical support of the optimal control model economy of the sector / - V.G. Shabanova [and others] // Modern high technology. –2016. - No. 1. - P. 89-93.
9. Shabanova V.G. About a technique of research of a current condition economic system and the method of forecasting it future behavior / V.G. Shabanova, T.F. Mamedov // Models, systems, networks in theeconomy, technology, nature and society. - 2016. - No. 2 (18). - P. 90-96.