

УДК 004.942

И.С. Максютов, А.Б. Мигранов  
**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОБЪЕКТА УПРАВЛЕНИЯ  
«СЛЕДЯЩИЙ ЭЛЕКТРОПРИВОД»**

*Уфимский Государственный Авиационный Технический Университет,  
Уфа, Россия*

*Данная статья описывает получение математической модели следящего электропривода, который предназначен для управления углом поворота пневматической пушки, которая является частью системы автоматического пожаротушения с применением искусственного интеллекта. Данная тема очень актуальна, поскольку тема пожаротушения является одной из самых проблемных, в том числе, в полевых условиях. На данный момент ни одна из существующих автоматических установок пожаротушения не обеспечивает быструю и эффективную ликвидацию пожара с минимальными потерями. Полученная математическая модель позволит системе пожаротушения быстрее реагировать на показания датчиков температуры, которые определяют ядро пламени для того чтобы повернуть дуло пневмопушки по направлению к пламени. Для получения итоговой математической модели составлены дифференциальные уравнения и передаточные функции, характеризующие поведение каждого входящего в систему звена. Дифференциальное уравнение для двигателя постоянного тока с регулированием напряжения в цепи якоря выводится с учетом момента инерции ( $J_n$ ) и момента сопротивления нагрузки ( $M_n$ ), которые приводятся к валу двигателя. В качестве результатов работы проведен эксперимент при помощи программного обеспечения MATLAB и получены кривые переходного процесса, показывающие быстроедействие системы.*

**Ключевые слова:** пневмопушка, следящий электропривод, угол поворота, передаточная функция, математическая модель, быстродействие системы.

**Введение.** К настоящему времени уровень развития автоматизации позволяет проектировать и конструировать такие средства пожаротушения, в том числе и с применением искусственного интеллекта, которые позволяют ликвидировать возникающие пожары без риска здоровью и жизни пожарных. Существует много патентов на автоматические средства пожаротушения – роботы, системы раннего оповещения и ликвидации пожаров. Однако, эта область является малоизученной и недостаточно развитой. Большинство изобретений призваны лишь немного облегчить процесс пожаротушения. Следящий электропривод является частью системы автоматического управления пожаротушением при помощи искусственного интеллекта. Электропривод будет вращаться в зависимости от заданного значения угла.

Цель исследования – разработать модель следящего электропривода.

Для этого необходимо решить следующие задачи:

- составить функциональную схему следящего электропривода;

- получить математическую модель при помощи заданных параметров. Для этого необходимо составить дифференциальные уравнения и передаточные функции, характеризующие поведение каждого входящего в систему звена;

- построить схему при помощи программного обеспечения и провести эксперименты с полученной моделью.

**Существующие подходы.** Из методов моделирования можно выделить:

- аналитические методы к исследованию системы (исторически первый) предусматривают использование ЭВМ в качестве вычислителя по аналитическим зависимостям. Анализ характеристик процессов при таком методе связан со значительными трудностями: возникает необходимость существенного упрощения модели на этапе их построения или в процессе работы с ней, что может привести к получению недостоверных результатов;

- имитационные методы основаны на оценке характеристик больших технических систем, представляемых в виде имитационных моделей, реализованных на современных ЭВМ с высоким быстродействием и большим объемом оперативной памяти [1];

- "чисто машинные" методы – новые методы решения задач исследования больших систем на основе реализации имитационных экспериментов с их моделями.

Для решения данной задачи будет использоваться имитационное моделирование как наилучший метод из имеющихся

Объектом управления является следящий электропривод для управления поворотом угла пневмопушки [2]. Дистанционная следящая система электропривода управления положением объекта наведения служит для дистанционной передачи угла поворота командной оси с одновременным усилением по мощности. Задающее воздействие в виде угла поворота  $\alpha_1$  поступает на движок потенциометра  $\Pi_1$ . При его повороте происходит рассогласование с положением движка потенциометра  $\Pi_2$ , которое определяется углом поворота  $\alpha_2$  выходного вала редуктора. На выходе элемента сравнения возникает напряжение  $U_\alpha$  пропорциональное углу  $\alpha = \alpha_1 - \alpha_2$ . Это напряжение  $U_\alpha$  поступает на усилитель, где усиливается до значения  $U_y$ , причем величина и знак его будут зависеть от величины и знака угла рассогласования. Полученное напряжение  $U_y$  и определяет поворот двигателя в требуемую сторону на угол, пропорциональный  $\alpha$ . Двигатель через редуктор поворачивает объект управления, а также движок потенциометра  $\Pi_2$  до тех пор, пока поворот движка  $\Pi_2$  не станет равен повороту движка потенциометра  $\Pi_1$  и напряжение, снимаемое с элемента сравнения, не станет равным 0. Тем самым осуществляется

жесткая обратная связь. В согласованном положении  $\alpha_1 = \alpha_2$  двигатель не вращается [2].

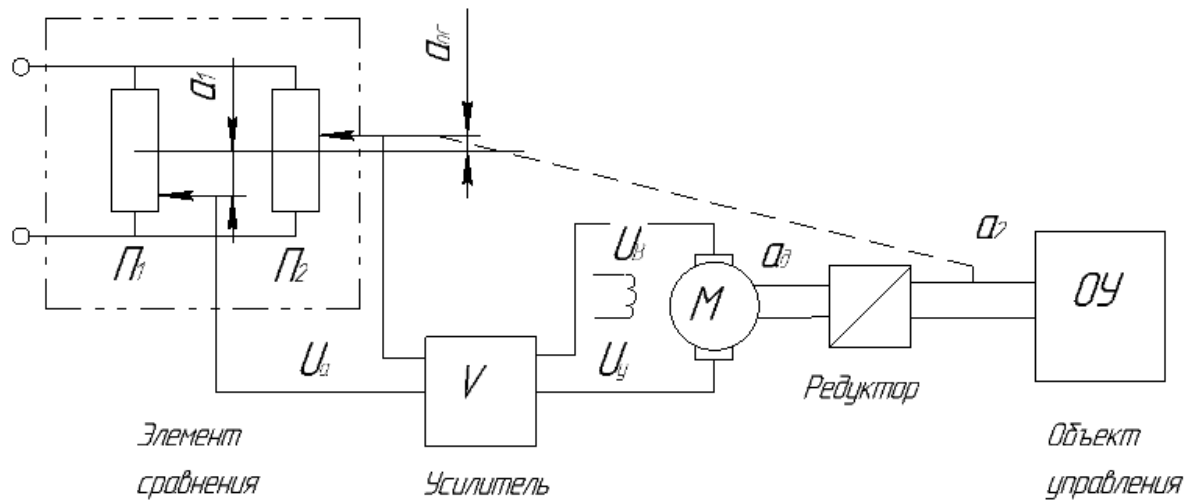


Рисунок 1 - Схема следящего электропривода управления объектом наведения

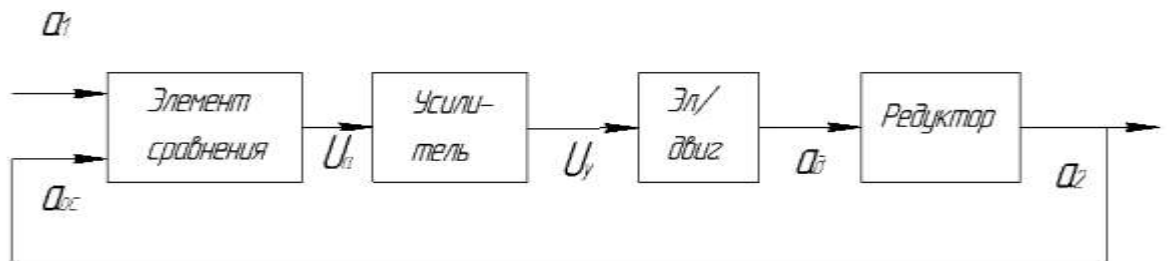
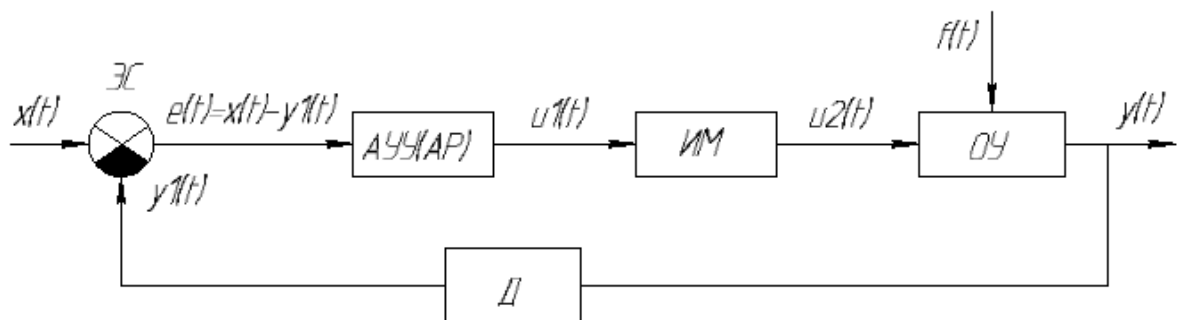


Рисунок 2 - Функциональная схема следящего электропривода



ОУ – объект управления – пневмопушка; АУУ (АР) – автоматическое управляющее устройство; элемент сравнения (ЭС) – устройство для обработки информации; исполнительный механизм (ИМ) представляет собой систему наведения на ядра пламени включающую прицел, дальномер, тепловизор; Д – датчик для получения информации.

Рисунок 3 – Структурная схема САУС с обратной связью

Как видно из рисунка, следящий электропривод будет входить в структуру автоматического управляющего устройства и будет управлять

углом поворота пневмопушки, на данный момент не известно ни одного устройства которое бы управлялось при помощи системы управления на основе искусственного интеллекта.

**Алгоритм.** Для анализа работы всей системы автоматического управления необходимо составить дифференциальные уравнения и передаточные функции, характеризующие поведение каждого входящего в систему звена [4]. Дифференциальное уравнение для двигателя постоянного тока с регулированием напряжения в цепи якоря выводится с учетом момента инерции  $J_H$  и момента сопротивления  $M_H$  нагрузки, которые приводятся к валу двигателя. Если пренебречь индуктивностью цепи якоря и силой вязкого трения, то уравнение динамического равновесия электродвигателя запишется в виде

$$M_i + M_H = M_d \text{ или}$$

$$J \frac{dn_d}{dt} = K_M I_{я} - M_H$$

где  $M_j$  – момент сил инерции;  $M_d$  – момент двигателя;  $n_d$  – частота вращения двигателя;  $I_{я}$  – ток в якорной цепи;  $K_M$  – коэффициент, зависящий от конструктивных параметров двигателя;  $J$  – приведенный момент инерции якоря с учетом момента инерции нагрузки  $J_H$ :

$$J = J_d + K_p^2 J_H = \frac{GD^2}{4} + K_p^2 J_H$$

$$K_p = \frac{1}{i_p}$$

где  $J_d$  – момент инерции якоря;  $i_p$  – передаточное отношение редуктора;

$GD_2$  – маховой момент якоря (обычно приводится в паспортных данных электродвигателя).

Учитывая, что  $I_{я} = \frac{U_y - K_e n_d}{r_{я.ц.}}$ , получаем

$$J \frac{dn_d}{dt} + \frac{K_e K_M}{r_{я.ц.}} n_d = \frac{K_M}{r_{я.ц.}} U_y - M_H$$

При замене  $n_d = \frac{d\alpha_d}{dt}$ , получается уравнение динамики для изменения угла поворота  $\alpha_d$  электродвигателя:

$$J \frac{d^2 \alpha_d}{dt^2} + \frac{K_e K_M}{r_{я.ц.}} \frac{d\alpha_d}{dt} = \frac{K_M}{r_{я.ц.}} U_y - M_H \quad (1)$$

Для выбранного электродвигателя коэффициенты  $K_e$  и  $K_M$  определяются по его номинальным параметрам следующим образом:

$$K_e = \frac{U_{уном.} - r_{я.ц.} I_{я.ном.}}{n_{ном.}} \quad K_M = \frac{M_H}{I_{я.ном.}}$$

При начальных условиях  $U_y = U_{y0}$ ;  $M_H = M_{H0}$  уравнение статики имеет вид:

$$\frac{K_M}{I_{я.ном.}} U_{y0} - M_{H0} = 0 \quad (2)$$

Так как уравнение (1) линейно (следовательно, не требуется проводить его линеаризацию) то, вычитая из него уравнение статики (2), можно получить выражение для уравнения динамики в приращениях [4]:

$$J \Delta \left( \frac{d^2 \alpha_d}{dt^2} \right) + \frac{K_e K_M}{r_{я.ц.}} \Delta \left( \frac{d\alpha_d}{dt} \right) = \frac{K_M}{r_{я.ц.}} \Delta U_y + M_H = 0$$

Здесь величины  $\Delta \alpha = \alpha - \alpha_0$ ;  $\Delta U_y = U_y - U_{y0}$ ;  $\Delta M = M_H - M_{H0}$  обозначают малые отклонения соответствующих переменных от их значений в статике  $\alpha_0$ ,  $U_{y0}$ ,  $M_{H0}$ .

Разделив все члены уравнения на коэффициент при  $\Delta(d\alpha_d/dt)$  и введя обозначения:

$$T_d = J \frac{r_{я.ц.}}{K_e K_M}; \quad K_d = \frac{1}{K_e}; \quad K_H = \frac{r_{я.ц.}}{K_e K_M},$$

можно получить нормализованное уравнение динамики в приращениях,

$$T_d \Delta \left( \frac{d^2 \alpha_d}{dt^2} \right) + \Delta \left( \frac{d\alpha_d}{dt} \right) = K_d \Delta U_y - K_H \Delta M_H$$

или в операторной форме:

$$p (T_d p + 1) \alpha_d(p) = K_d U_y(p) - K_H M_H(p).$$

При этом коэффициент  $T_d$  имеет размерность в секундах и называется постоянной времени; коэффициенты  $K_d$  и  $K_H$  являются безразмерными величинами и называются коэффициентами усиления.

Отсюда передаточная функция электродвигателя по управляющему воздействию:

$$W(p)_d = \frac{\alpha_d(p)}{U_y(p)} \Big|_{M_H=0} = \frac{K_d}{p(T_d p + 1)}$$

Передаточная функция по возмущающему моменту:

$$W(p)_d = \frac{\alpha_d(p)}{M_H(p)} \Big|_{U_y=0} = \frac{K_H}{p(T_d p + 1)}$$

В качестве исходных данных принимаются:

- приведенный момент инерции нагрузки,  $J_H=240$  кг·м<sup>2</sup> ;
- приведенный момент сопротивления нагрузки,  $M_H=20$  Н·м;
- максимальная угловая скорость наведения,  $\omega_{\max}=15/c$  (0,26 рад/с);

Потребная мощность привода на выходном валу редуктора рассчитывается по формуле:

$$P_{\max} = \frac{M_H \cdot \omega_{\max}}{\eta_p}$$

где  $\omega_{\max}[\text{рад/с}] = \omega_{\max}[^{\circ}/\text{с}] / 57,3$ ;  $\eta_p = 0,7 \dots 0,9$ .

Подставив численные значение в формулу, можно получить  $P_{\max} = 7,5$  Вт

Потребная мощность двигателя:

$$P_{\text{дв.п}} = \lambda P_{\max} = 4 \cdot 7,5 = 30 \text{ Вт}$$

Двигатель постоянного тока с независимым возбуждением имеет параметры:

$U_{\text{ном}} = 110$  В,  $n_{\text{ном}} = 3000$  мин<sup>-1</sup>,  $I_{\text{я.ном.}} = 0,58$  А,  $r_{\text{я.ц.}} = 25,8$  Ом,  $M_n = 0,304$  Н·м,  $P_{\text{д.ном.}} = 38$  Вт,  $J_d = 0,0006$  кг·м<sup>2</sup>,  $M_{\text{ном}} = 0,123$  Н·м;

Коэффициент использования двигателя по мощности:

$$P = \frac{P_{\max}}{P_{\text{д.ном.}}} = \frac{7,5}{38} = 0,2$$

По графику, приведенному на рис.4 определяются значения поправочных коэффициентов, с целью обеспечения устойчивости САУ.  $q=0,11$ ;  $T=0,5$ ;  $\lambda q=0,02$

Коэффициенты приближенного уравнения динамики электродвигателя:

$$K_e = \frac{U_{\text{ном}} - \alpha_t r_{\text{я.ц.}} I_{\text{я.ном.}}}{n_{\text{ном}}} = \frac{110 - 1,2 \cdot 25,8 \cdot 0,58}{3000} = 0,0307$$

$$K_M = \frac{K_e}{0,105} = 0,292$$

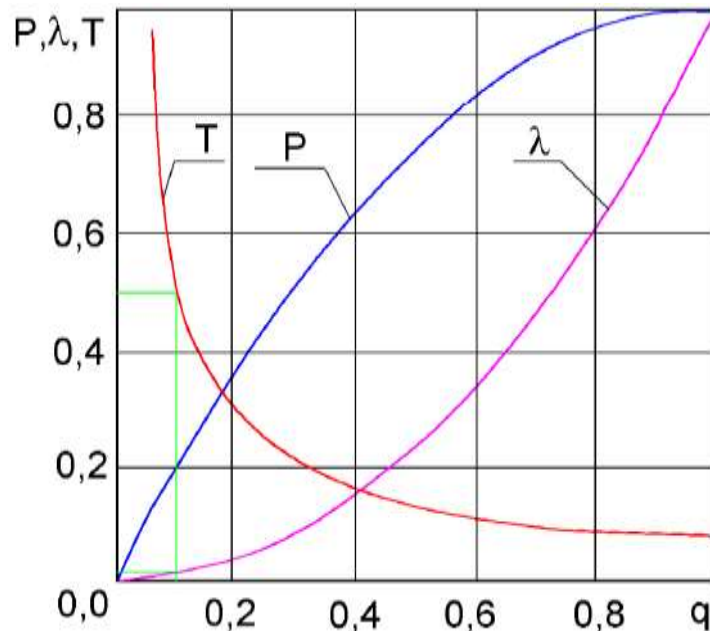


Рисунок 4 - Значения поправочных коэффициентов

Здесь  $\alpha_t = 1,2$  – коэффициент, учитывающий изменение сопротивления обмотки якоря при нагреве.

Коэффициент передачи двигателя по управляющему сигналу:

$$K_d = \frac{1}{K_e} = \frac{1}{0,0307} = 3,4 \frac{\text{рад}}{\text{с}\cdot\text{В}}$$

Коэффициент передачи двигателя по изменению нагрузки (по возмущению):

$$K_H = \frac{\alpha_t \Gamma_{я.ц.}}{K_e K_M} = \frac{1,2 \cdot 25,8}{0,0307 \cdot 0,292} = 3453,7 \frac{1}{\text{мин}\cdot\text{Н}\cdot\text{м}} = 361,5 \frac{\text{Рад}}{\text{с}\cdot\text{Н}\cdot\text{м}}$$

Коэффициент передачи редуктора выбирается из условия обеспечения максимального быстродействия (минимального времени обработки)

$$K_p = q \frac{M_n}{2 \cdot M_H} = 0,11 \cdot \frac{3,04}{2 \cdot 20} = 0,011$$

Момент инерции на валу двигателя с учетом момента инерции нагрузки:

$$J = \alpha_t J_d + K_p^2 J_H = 1,2 \cdot 0,006 + 0,0011^2 \cdot 240 = 0,0001 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$$

$$T_d = \frac{1}{9,55} \cdot J \frac{\Gamma_{я.ц.}}{K_e K_M} = \frac{K_H \cdot J}{9,55} = \frac{3453,7 \cdot 0,001}{9,55} = 0,36 \text{ с}$$

где  $\frac{1}{9,55}$  переводной коэффициент  $\omega[\text{рад}/\text{с}] = \frac{1}{9,55} \cdot n [\text{об}/\text{мин}]$ .

Коэффициент передачи датчика:

$$K_a = \frac{U_{a\text{max}}}{\alpha_{\text{max}}} = \frac{24 \cdot 57,3}{90} = 15,3 \text{ В/рад}$$

Выбираем питание датчика  $U_{a_{max}} = 24\text{В}$ , а угол поворота движка потенциометра наведения  $\alpha_{1_{max}} = 90^\circ$ .

Коэффициент передачи привода к датчику обратной связи:

$$K_{oc} = \frac{\alpha_{oc}}{\alpha_2} = \frac{90}{360} = 0,25$$

Коэффициент передачи усилителя определяется из условия получения заданной точности обработки, которая в свою очередь задается зоной нечувствительности сигнала, снимаемого с датчика обратной связи в %.

$$\delta_\alpha = (5 \div 10)\% \alpha_{oc_{max}}. \text{ Для } \alpha_{oc_{max}} = 90^\circ \delta_\alpha = 9^\circ (0,157 \text{ рад})$$

Минимальный сигнал на входе усилителя при этом составит:

$$U_\delta = K_\alpha \cdot \delta_\alpha = 15,3 \cdot 0,157 = 2,4 \text{ В}$$

Коэффициент передачи усилителя:

$$K_y = q \cdot K_{y_{max}} = q \frac{U_{тр_{max}}}{U_\delta} = 0,11 \cdot \frac{55}{2,4} = 2,52$$

Здесь  $U_{тр_{max}}$  – максимальное значение напряжения, подаваемого на обмотки якоря при трогании. Обычно принимают  $U_{тр_{max}} = U_{y_{max}}/2$ . При  $U_{y_{max}} = U_{ном}$ ,  $U_{тр_{max}} = 110/2 = 55 \text{ В}$ .

В приводе с электродвигателем постоянного тока тип усилителя выбирается исходя из потребной мощности. При мощности от нескольких десятков долей Ватт до нескольких десятков Ватт используются электронные и полупроводниковые усилители, а свыше – электромашинные. Широко применяются комбинированные усилители, состоящие из двух-трех и более типов усилителей, где используются достоинства каждого типа [4]. Постоянная времени  $T_y$  чаще всего определяется при расчете усилителя или определяется экспериментально. В данном случае при предварительном расчете САУ постоянную времени  $T_y$  можно задать для электронных и полупроводниковых усилителей со сглаживающим фильтром  $T_y = 0,01 \div 0,1 \text{ с}$ , а для электромашинного усилителя  $T_y = 0,05 \div 0,25 \text{ с}$ . Выбирается полупроводниковый усилитель с  $T_y = 0,05 \text{ с}$ .

Коэффициент передачи разомкнутой системы (добротность):

$$K = K_\alpha \cdot K_y \cdot K_d \cdot K_p = 15,3 \cdot 2,52 \cdot 3,4 \cdot 0,011 = 1,44 \text{ с}^{-1}.$$

В соответствии с передаточными функциями отдельных звеньев составляется структурная схема САУ [5]. Для следящего электропривода структурная схема показана на рис.5. Используя метод структурных преобразований определяются передаточные функции всей системы.



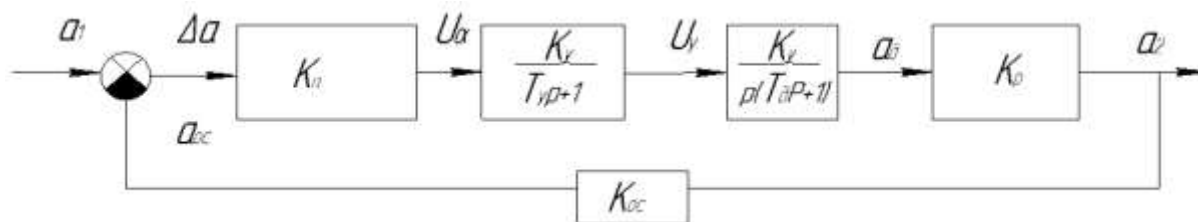


Рисунок 5 - Структурная схема следящего привода

Передаточная функция замкнутой системы по управляющему сигналу:

$$W(P)_\alpha = W_a \cdot W_y \cdot W_d \cdot W_p = \frac{K}{p(T_v p + 1)(T_d p + 1) + K \cdot K_{oc}} = \frac{1,44}{p(0,05p + 1)(0,36p + 1) + 1,44 \cdot 0,25} = \frac{1,44}{0,018p^3 + 0,41p^2 + p + 0,35}$$

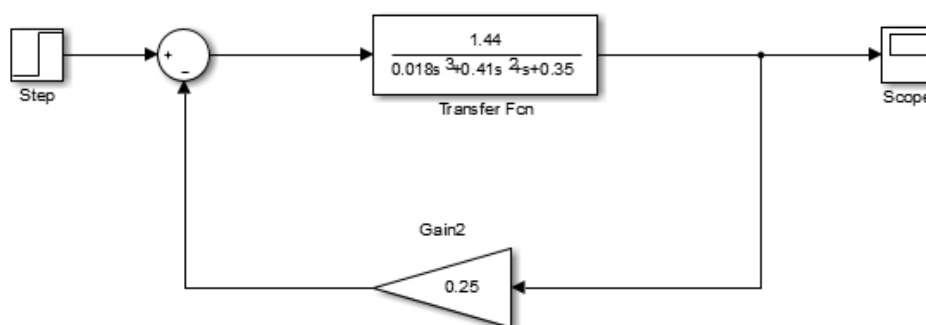


Рисунок 6 – Схема собранная в Matlab

После упрощения получится схема показанная на рисунке 6.

**Результаты.** В качестве воздействия задаются углы поворота, выраженные в радианах. Первое значение для примера берется угол  $\frac{\pi}{6}$ :

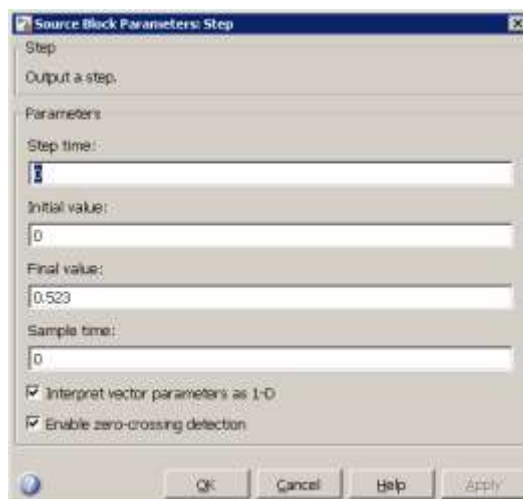


Рисунок 7 – Параметры блока STEP

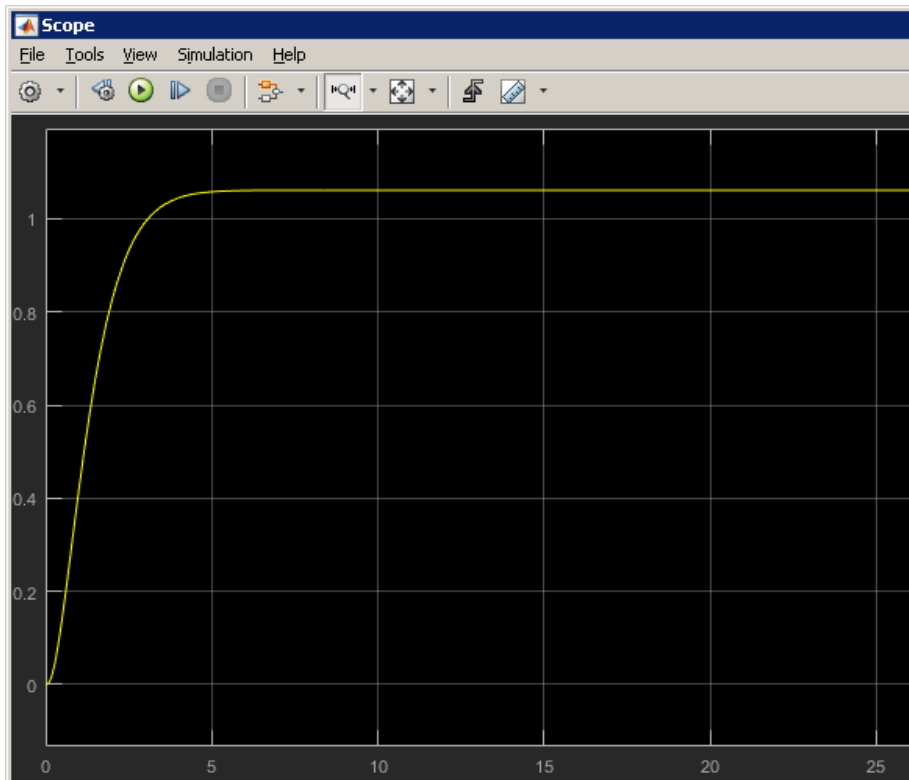


Рисунок 8 – Кривая переходного процесса

Второй угол равный  $\frac{\pi}{4}$ :

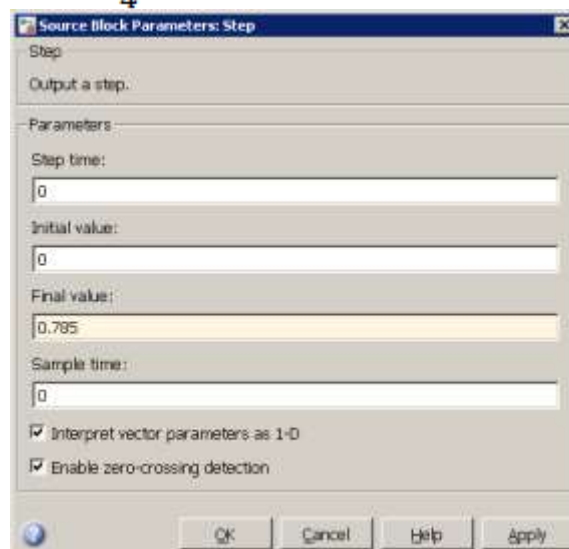


Рисунок 9 – Параметры блока STEP

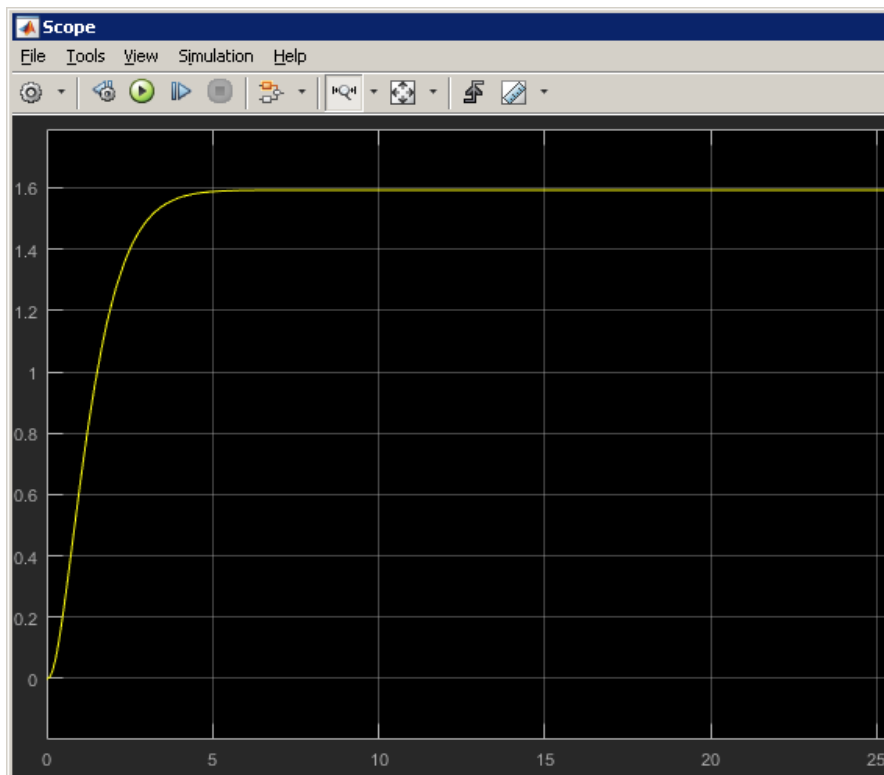


Рисунок 10 – Кривая переходного процесса

Как видно по результатам моделирования, время регулирования составляет 5 секунд. В опасных условиях при тушении пожара данное время является несколько завышенным, поэтому необходимо внести дополнительные корректирующие устройства для увеличения быстродействия системы либо подобрать электродвигатель с такими параметрами, которые позволили бы уменьшить время регулирования. Процесс является монотонным.

**Заключение.** В данной работе была построена математическая модель объекта управления «Следящий электропривод». Построены передаточные функции отдельных звеньев, составлена структурная схема САУ. Рассмотрен один аспект объекта – поворот на определенный угол. По кривой переходного процесса определены время регулирования и перерегулирование. При правильном подборе электродвигателя с необходимыми параметрами, полученная математическая модель позволит системе автоматического управления пожаротушением быстрее реагировать на показания температурных датчиков для поворота дула пневматической пушки на необходимый угол по направлению к ядру пламени.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Имитационное моделирование [Электронный ресурс] / Режим доступа: <http://www.anylogic.ru/use-of-simulation> - (Дата обращения: 04.02.2018).
2. Пат. 2291730 Российская Федерация, МПК А62С17/00. Способ тушения огня и устройство для его реализации [Текст] / Б.А. Зеленов, Л.Н. Яковлев, В.И. Резуненко, Л.А. Багиров.; опубл. 20.01.2007
3. Ю.П. Волков, И.М. Герасимов, В.Е. Ролле. Расчет следящего электропривода. Методические указания к курсовой работе. Изд-во Санкт-Петербургского государственного технического университета, 2002. – 38 с.
4. Ю.Н. Дементьев, А.Ю. Чернышев, И.А. Чернышев Автоматизированный электропривод: Учебное пособие. – Томск: Изд-во ТПУ, 2009. – 224 с
5. М.С. Кубланов Математическое моделирование. Методология и методы разработки математических моделей механических систем и процессов. Часть I. Моделирование систем и процессов. Издание третье, переработанное и дополненное: Учебное пособие.– М.: МГТУГА, 2004. – 108 с.
6. В.Л. Кузнецов Математическое моделирование: Учебное пособие.- М.: МГТУГА, 2003. – 79 с.

I.S. Maksyutov, A.B. Migranov

## MATHEMATICAL MODEL OF THE OBJECT OF MANAGEMENT "FOLLOWING ELECTRIC POWER"

*Ufa State Aviation Technical University, Ufa, Russia*

*This article describes the generation of a mathematical model of the servo electric drive, which is designed to control the angle of rotation of a pneumatic gun, which is part of an automatic fire extinguishing system using artificial intelligence. At the moment, none of the existing automatic fire extinguishing systems provides fast and effective fire elimination with minimal losses. This topic is very relevant, since the topic of firefighting is one of the most problematic, including in the field. The obtained mathematical model will allow the fire suppression system to react more quickly to the readings of the temperature sensors that determine the core of the flame in order to turn the gun barrel towards the flame. To obtain the final mathematical model, differential equations and transfer functions are drawn up, characterizing the behavior of each member entering the system. The differential equation for the DC motor with voltage regulation in the armature circuit is derived taking into account the moment of inertia ( $JH$ ) and the load resistance moment ( $Mn$ ), which are applied to the motor shaft. As the results of the work, the experiment was carried out with the help of the MATLAB software and the curves of the transient process were obtained, showing the speed of the system.*

**Keywords:** pneumatic gun, servomotor, angle of rotation, transfer function, mathematical model, speed of the system

## REFERENCES

1. Simulation Modeling [Electronic resource] / Access mode:
2. <http://www.anylogic.ru/use-of-simulation> - (Date of circulation: 04.02.2018).
3. Pat. 2291730 Russian Federation, IPC A62C17 / 00. Method fire extinguishing and device for its implementation [Text] / B.A. Zelenov, L.N. Yakovlev, V.I. Rezunenko, L.A. Bagirov; publ. 20.01.2007
4. Y.P. Volkov, I.M. Gerasimov, V.E. Rolle. Calculation of the next electric drive. Methodical instructions to the course work. Publishing house of the St. Petersburg State Technical University, 2002. - 38 p.
5. Dementiev Yu.N., Chernyshev A.Yu., Chernyshev I.A. Automated electric drive: Textbook. - Tomsk: TPU Publishing House, 2009. - 224 p.
6. M.S. Kublanov Math modeling. Methodology and methods for developing mathematical models of mechanical systems and processes. Part I. Modeling systems and processes. The third edition, revised and enlarged: Textbook. - M: Moscow State Technical University of Civil Aviation, 2004. – 108 p.
7. Kuznetsov V.L. Mathematical Modeling: Textbook. - M.: Moscow State Technical University of Civil Aviation, 2003. - 79 p.