

УДК 534.7

Н.Н. Чернов, Н.П. Заграй, М.В. Лагута, А.Ю. Вареникова

**ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОЛЯ ВТОРИЧНЫХ  
ИСТОЧНИКОВ АКУСТИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ ПРИ ПРОХОЖДЕНИИ  
ЧЕРЕЗ БИОЛОГИЧЕСКУЮ СРЕДУ**

*Южный федеральный университет, Таганрог, Россия*

*В работе дано обоснование актуальности использования нелинейности биологических тканей при разработке методов ультразвуковой визуализации внутренних структур. Рассмотрены уравнения, лежащие в основе взаимодействия акустической волны с нелинейной биологической средой. В качестве основного уравнения, описывающего прохождение акустической волны, было принято уравнение простой волны. Оно было выбрано в связи с тем, что при небольших расстояниях, порядка десяти сантиметров затухание акустического сигнала не учитывается. В работе даны его описание и граничные условия. На его основе получено уравнение, описывающее поле вторичных источников внутри неоднородной биологической среды, состоящей из нескольких слоев с различными значениями нелинейного параметра. В качестве параметра акустической волны, на основе которого может проводиться восстановление распределения нелинейного параметра биоткани, была выбрана колебательная скорость. Проведено численное моделирование распределения амплитудных значений поля колебательной скорости волны второй гармоники для этой среды. При проведении расчетов использовалась трехмерная система координат. Для удобства проведения расчетов и представления результатов, толщина биологической неоднородной ткани была сведена к минимуму, относительно координаты Z. Результаты расчетов представлены в виде матрицы распределения значений колебательной скорости в плоскости. Проведен анализ полученных результатов численного моделирования.*

**Ключевые слова:** ультразвуковая визуализация, томография, нелинейный параметр, поле вторичных источников.

**Введение**

В современных методах визуализации внутренних структур биологических объектов, основанных на прохождении акустического поля через биологическую среду, используются законы линейной акустики. При этом точного решения задач восстановления изображения за счет распределения импедансов в настоящее время не существует [1]. Это связано с тем, что импеданс определяется на основе произведения двух переменных  $\rho$  и  $c$ , что приводит к значительному усложнению математической части обработки результатов и процесса восстановления. Кроме того, на ранних стадиях патологические новообразования зачастую имеют значения акустического импеданса близкие к окружающим тканям [2,3]. При исследовании влияния нелинейности биологических тканей на прохождение акустической волны особый интерес представляет структура вторичного поля внутри объекта.

Основной вклад в изменение амплитудных характеристик акустического вторичного поля давления и колебательной скорости вносят такие параметры среды как нелинейный параметр  $\gamma$ , плотность среды  $\rho$ , фазовая скорость звука в среде  $c$  [4,5].

Однако зачастую на ранних стадиях заболеваний патологические ткани мало отличаются по значению акустического импеданса от окружающих тканей, в то время как значения  $\gamma$  могут сильно отличаться. На основании этого, в качестве информативного параметра, характеризующего внутреннюю структуру объекта, в расчетах было использовано неоднородное распределение  $\gamma$  [4,5].

В работе [6], посвященной выводу уравнения для поля вторичных источников, были получены результаты расчета поля колебательной скорости второй гармоники акустической волны, при прохождении через однородную биологическую нелинейную среду с учетом затухания.

#### Материалы и методы

В биологических тканях на малых расстояниях, порядка десяти см, затухание достаточно мало, что позволяет использовать для описания изменения амплитудных характеристик акустического излучения уравнение для простой волны, бегущей в положительном направлении [6-8]:

$$\varphi = \Phi \left[ t - \frac{r}{c_n} \right]. \quad (1)$$

Чтобы описать образование и распространение второй гармоники акустической волны, решим уравнение 1 методом последовательных приближений. Для этого зададим граничные условия: на границе  $x = 0$ , колебательная скорость изменяется по закону  $u(x = 0, \tau = t) = u_0 \sin(\omega\tau)$ ,  $u^{(2)}(0, \tau) = 0$ . Тогда, первое и второе приближения уравнения простой волны будут выглядеть следующим образом [6,7]:

$$\frac{\partial u^{(1)}}{\partial x} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial u^{(2)}}{\partial x} = \frac{\varepsilon}{2 c_n} \frac{\partial}{\partial \tau} (u^{(1)})^2. \quad (3)$$

Решая уравнение 3 относительно уравнения 2, с учетом граничных условий, получаем

$$u^{(2)} = \frac{\varepsilon}{2 c_n^2} \omega u_0^2 r \sin(2\omega\tau), \quad (4)$$

где  $c_0$  – фазовая скорость звука,

$u_0$  – начальное значение колебательно скорости первой гармоники,

$\varepsilon = \frac{(\gamma+1)(\gamma+2)}{2}$  – нелинейный параметр,

$\omega = 2\pi f$  – циклическая частота первой гармоники,

$\tau = t - \frac{r}{c_n}$  – время в сопровождающей системе координат.

Общее описание формы поля вторичных источников в точке наблюдения М представляется следующим образом [6,9]:

$$F(2\omega) \int_V \cos(\alpha + x' \beta k^{2\omega} z' \sin \varphi) dx' dy' dz' = \\ = F(2\omega) \int_{-b/2}^{b/2} dz' \int_{l_1}^{l_2} dx' \int_{a_1}^{a_2} \cos(\alpha + x' \beta k^{2\omega} z' \sin \varphi) dz'. \quad (5)$$

где  $F(2\omega)$  – отражает амплитудные характеристики поля вторичных источников.

Интегрирование уравнения 2 по трем координатам позволяет получить выражения для описания поля вторичных источников внутри биообъекта [6]:

$$u(r) = \frac{\varepsilon}{2c_0^2} \omega u_0^2 r \cos \left( 2\omega \left( t - \frac{r_0}{c_0} \right) \right) \sin \left( \frac{l_2 - l_1}{2} k^{2\omega} (\cos \theta - 1) \right) \times \\ \times \sin \left( \frac{b_2 - b_1}{2} k^{2\omega} \sin \varphi \right) \sin \left( \frac{a_2 - a_1}{2} k^{2\omega} \sin \theta \right) \cos \left( \frac{a_2 + a_1}{2} k^{2\omega} \sin \theta \right) \times \\ \times \cos \left( \frac{l_2 + l_1}{2} k^{2\omega} (\cos \theta - 1) \right) \sin \left( \frac{b_2 + b_1}{2} k^{2\omega} \sin \varphi \right) \times \\ \times \left[ \left( 1 - \tan \left( \frac{a_2 + a_1}{2} k^{2\omega} \sin \theta \right) \right) - \left( 1 + \tan \left( \frac{a_2 + a_1}{2} k^{2\omega} \sin \theta \right) \right) \right] - \\ - \frac{\varepsilon}{2c_0^2} \omega u_0^2 r \sin \left( 2\omega \left( t - \frac{r_0}{c_0} \right) \right) \frac{4}{k^{2\omega} (\cos \theta - 1) k^{2\omega} \sin \theta k^{2\omega} \sin \varphi} \times \\ \times \frac{2}{k^{2\omega} \sin \varphi} \sin \left( \frac{l_2 - l_1}{2} k^{2\omega} (\cos \theta - 1) \right) \sin \left( \frac{l_2 + l_1}{2} k^{2\omega} (\cos \theta - 1) \right) \times \quad (6) \\ \times \cos \left( \frac{a_2 + a_1}{2} k^{2\omega} \sin \theta \right) \sin \left( \frac{a_2 - a_1}{2} k^{2\omega} \sin \theta \right) \sin \left( \frac{b_2 - b_1}{2} k^{2\omega} \sin \varphi \right) \times \\ \times \left[ \cos \left( \frac{b_2 + b_1}{2} k^{2\omega} \sin \varphi \right) - \sin \left( \frac{b_2 - b_1}{2} k^{2\omega} \sin \varphi \right) \times \right. \\ \left. \times \cos \left( \frac{b_2 - b_1}{2} k^{2\omega} \sin \varphi \right) \right] \left[ \left( 1 - \frac{\tan \left( \frac{a_2 + a_1}{2} k^{2\omega} \sin \theta \right)}{\tan \left( \frac{l_2 + l_1}{2} k^{2\omega} (\cos \theta - 1) \right)} \right) - \right. \\ \left. - \left( \tan \left( \frac{a_2 + a_1}{2} k^{2\omega} \sin \theta \right) + \cot \left( \frac{l_2 + l_1}{2} k^{2\omega} (\cos \theta - 1) \right) \right) \right].$$

Практический интерес представляет неоднородное распределение параметров среды, представленной на Рисунке 1.

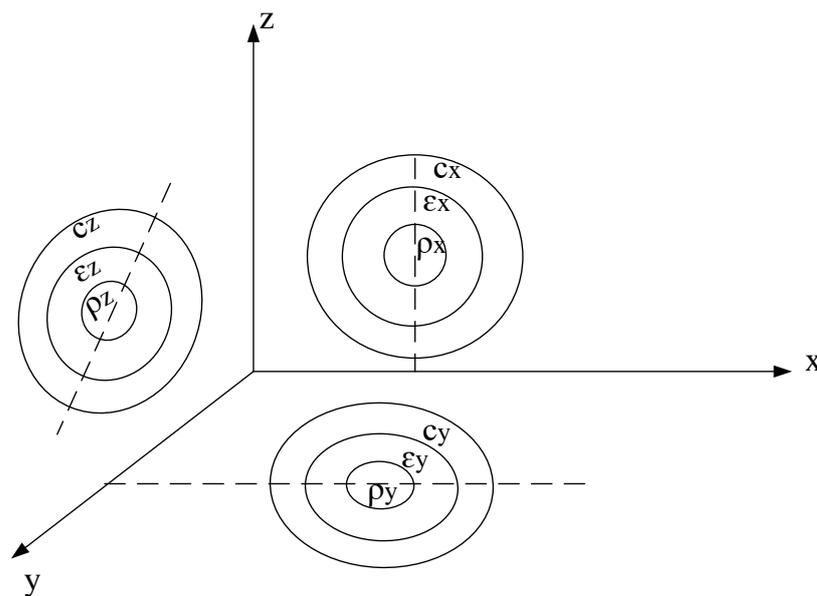


Рисунок 1 – Неоднородное распределение параметров среды в трехмерном пространстве

Для описания поля вторичных источников по давлению при неоднородном распределении  $\rho$ ,  $c$  и  $\epsilon$  уравнение 4 примет вид [10-13]:

$$P(2\omega) = \frac{P}{4\pi r_0} \iiint_V \frac{\epsilon_i}{\rho_i c_i^4} \cos(\alpha + \beta x' + \gamma y' + \eta z') dx dy dz. \quad (7)$$

Для описания поля вторичных источников по колебательной скорости, при неоднородном распределении  $\epsilon$  уравнение 4 примет вид [13-15]:

$$U(2\omega) = \frac{\omega u_0^2 r_0}{2c_0^2} \iiint_V \epsilon_i \cos(\alpha + \beta x' + \gamma y' + \eta z') dx dy dz = \\ = \frac{\omega u_0^2 r_0}{2c_n^2} \int_{b_1}^{b_2} \epsilon_z dz' \int_{l_1}^{l_2} \epsilon_x dx \int_{a_1}^{a_2} \epsilon_y (\cos(+\beta x' + \gamma y' + \eta z')) dz'. \quad (8)$$

Был проведен расчет изменения параметров поля вторичных источников в точке наблюдения для модели неоднородной биологической среды, состоящей из трех слоев: мышечной ткани, жировой ткани и патологического слоя.

Пространственная схема представлена на Рисунке 2.

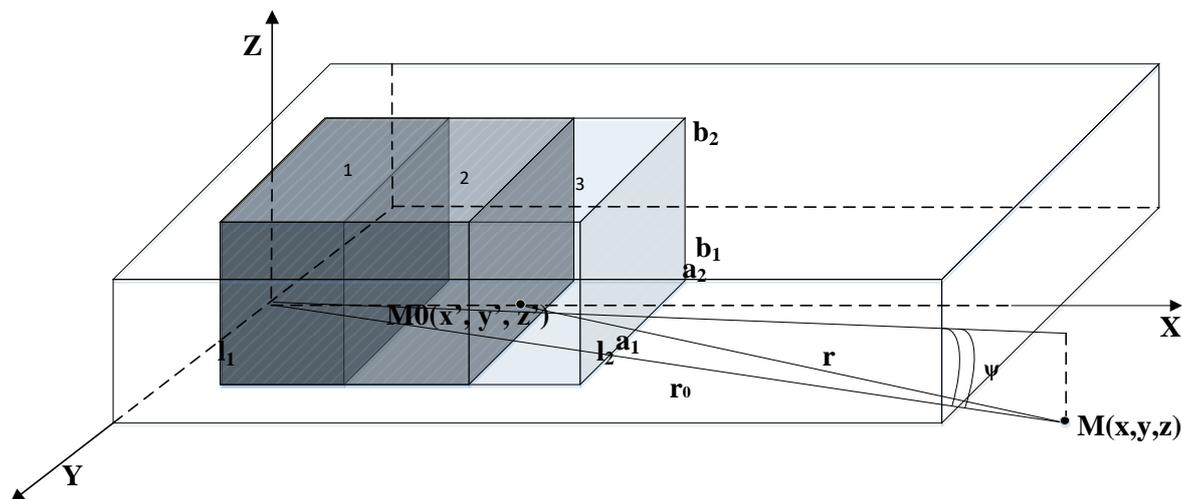


Рисунок 2 – Схема расположения биологических слоев и точки наблюдения в пространстве

На Рисунке 2:  $M(x,y,z)$  – точка наблюдения;  $M_0(x',y',z')$  – точка расположения вторичного источника;  $r_0$  – вектор, связывающий точку начала координат и точку наблюдения  $M$ , его длина определяется известными координатами точки наблюдения  $M(x,y,z)$ .

Слои 1, 2 и 3 на Рисунке 2 соответствуют распределению значения нелинейного параметра, представленному в Таблице 1 [9].

Таблица 1 - Характеристики слоев

Номер слоя/вид ткани	1/мышечная ткань	2/жировая ткань	3/патологический слой
Значение нелинейного параметра $\gamma$	11,1	2,6	1,45

Для удобства представления результатов математических расчетов был рассмотрен случай, когда координата  $z'$  постоянна, то есть, толщина слоя по оси  $z$  минимальна. Тогда, наша моделируемая неоднородная биологическая среда сводится к плоскому срезу.

Амплитудные характеристики поля вторичных источников в выбранной точке наблюдения, с фиксированными координатами в пространстве, описывались уравнением:

$$u_{2\omega} = \frac{\varepsilon^2}{2c_0^2} \omega u_0^2 \times$$

$$\times (r_0 - (l_2 - l_1) \cos(\theta) - (a_2 - a_1) \sin(\theta) - (b_2 - b_1) \sin(\varphi)) \quad (9)$$

где  $l_1$  и  $l_2$  – изменение размеров по  $x$ ,

$a_1$  и  $a_2$  – изменение размеров по  $y$ ,  
 $b_1$  и  $b_2$  – изменение размеров по  $z$ .

### Результаты

Результаты расчетов представлены в виде матрицы распределения амплитудных значений параметров поля вторичных источников точки  $M_0(x', y', z')$  в точке наблюдения  $M(x, y, z)$ . Значения колебательной скорости в Таблице 2 представлены с множителем  $10^{-5}$ .

Таблица 2 - Матрица распределения колебательной скорости поля вторичных источников

$x'$ (см) \ $y'$ (см)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0.1	0.07	0.65	1.24	1.82	2.64	2.82	2.94	2.99	3.06	3.18
0.5	0.19	0.77	1.36	1.94	2.76	2.94	3.06	2.11	3.18	3.3
1	0.31	0.89	1.48	2.06	2.88	3.06	3.19	3.23	3.3	3.42
1.5	0.43	1.01	1.6	2.18	3.01	3.18	3.31	3.35	3.42	3.54
2	0.55	1.13	1.72	2.3	3.13	3.3	3.43	3.47	3.54	3.66
2.5	0.67	1.25	1.84	2.43	3.25	3.42	3.55	3.59	3.67	3.78
3	0.79	1.37	1.96	2.55	3.37	3.54	3.67	3.72	3.79	3.9
3.5	0.91	1.49	2.08	2.67	3.49	3.66	3.79	3.84	3.91	4.02
4	1.03	1.61	2.2	2.79	3.61	3.78	3.91	3.96	4.03	4.15
4.5	1.15	1.74	2.32	2.91	3.73	3.9	4.03	4.08	4.15	4.27
5	1.27	1.86	2.44	3.03	3.85	4.02	4.15	4.2	4.27	4.39
5.5	1.39	1.98	2.56	3.15	3.97	4.14	4.27	4.32	4.39	4.51
6	1.51	2.1	2.68	3.27	4.09	4.26	4.39	4.44	4.51	4.63
6.5	1.63	2.22	2.8	3.39	4.21	4.38	4.51	4.56	4.63	4.75
7	1.75	2.34	2.92	3.51	4.33	4.5	4.63	4.68	4.75	4.87
7.5	1.87	2.46	3.04	3.63	4.45	4.62	4.75	4.8	4.87	4.99
8	1.99	2.58	3.16	3.75	4.57	4.75	4.87	4.92	4.99	5.11
8.5	2.11	2.7	3.28	3.87	4.69	4.87	5.04	5.04	5.11	5.23
9	2.23	2.82	3.4	3.99	4.81	4.99	5.11	5.16	5.23	5.35
9.5	2.35	2.94	3.53	4.11	4.93	5.11	5.23	5.28	5.35	5.47
10	2.47	3.06	3.65	4.23	5.05	5.23	5.35	5.4	5.47	5.59

### Обсуждение

Полученные результаты показали, что для поля колебательной скорости второй гармоники акустической волны, прошедшей через биологическую ткань, состоящую из нескольких слоев с различными

значениями нелинейного параметра, характерно, что при прохождении из одной среды в другую со значениями нелинейного параметра, отличающимися на 40 %, наблюдается изменение амплитудного значения колебательной скорости на 20 %.

Можно сделать вывод, что при переходе акустического излучения между средами с различным значением нелинейного параметра меняются характеристики процесса образования поля вторичных источников, что влияет на фиксируемое поле колебательной скорости волны второй гармоники внутри биологического объекта.

### **Заключение**

Расчет параметров поля вторичных источников позволяет получить распределение колебательных скоростей внутри неоднородного биологического объекта. Полученные значения можно использовать для восстановления распределения нелинейного параметра в сечении биологического объекта для визуализации внутренних структур.

Метод, основанный на восстановлении распределения нелинейного параметра, позволит повысить качество диагностики патологических новообразований на ранних стадиях.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 16-07-00374/16.

### **ЛИТЕРАТУРА**

1. В.А. Буров, Д.И. Зотов, О.Д. Румянцева. Восстановление пространственных распределений скорости звука и поглощения в фантомах мягких биотканей по экспериментальным данным ультразвукового томографирования. Акустический журнал. Том 61, № 2. 2015 г. – с. 254–273.
2. Gong X.F., Yan Y.S., Zhang D., Wang H.L. The study of acoustic nonlinearity parameter tomography in reflection mode // Acoustical Imaging, 2003, vol. 27.
3. Береза С.А., Буров В.А., Евтухов С.Н. Модельные эксперименты по акустической томографии нелинейного параметра // Акустический журнал, 2008, т. 54, № 4, с. 522-534.
4. Вареникова А.Ю. Применение динамической характеристики нелинейного взаимодействия акустических волн для визуализации биотканей. Сборник материалов Двадцать второй Всероссийской научной конференции студентов физиков и молодых ученых ВНКСФ-22. – Ростов-на-Дону: Изд-во Южного федерального университета, 2016. – с. 330 – 331.

5. Лагута М.В., Чернов Н.Н. Исследование влияния нелинейности биологических тканей на процесс прохождения ультразвуковой волны. Сборник трудов XIV Всероссийской научно-технической конференции «Медицинские информационные системы МИС-2016», 19-22 декабря 2016, г. Таганрог. – с. 187-196.
6. Chernov N.N., Zagray N.P., Laguta M.V., Varenikova A.Yu. Research of appearance and propagation of higher harmonics of acoustic signals in the nonlinear media. *Journal of Physics: Conference Series* 2018 г. 1015(3),032081.
7. Заграй Н.П. Нелинейные взаимодействия в слоистых и неоднородных средах. Монография, Таганрог: Изд-во ТРТУ, 1998, –433 с.
8. Чернов Н.Н, Михралиева А.И, Заграй Н.П., Аль-Саман А.Х. Определение упругих свойств биологических слоистых сред на основе нелинейного взаимодействия акустических волн // Инженерный вестник Дона. – 2016. – № 3. – URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2016/3735](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2016/3735).
9. Лагута М.В., Гривцов В.В. Использование динамических характеристик акустической волны для целей визуализации внутренних структур биотканей. Известия ЮФУ. Технические науки *Izvestiya SFEDU. Engineering sciences*. №8. 2017 г. с. 70-77.
10. Fatemi M., Greenleaf J.F. Real-time assessment of the parameter of nonlinearity in tissue using «nonlinear shadowing» // *Ultrasound in Med. & Biol.* – 1996. – Т. 22, No. 9. – С. 1215-1228.
11. Kim D.Y., Lee J.S., Kwon S.J., Song T.K. Ultrasound second harmonic imaging with a weighted chirp signal // *IEEE Ultrasonics symposium*. – 2001. – P. 1477-1480.
12. Gemmeke H., Ruiters N.V. 3D ultrasound computer tomography for medical imaging // *Science Direct. Nuclear instruments and methods in physics research*. – 2007. – P. 1057-1065.
13. Zhang D., Chen X., Gong X. Acoustic nonlinearity parameter, tomography for biological tissues via parametric array from a circular piston source. Theoretical analysis and computer simulations // *J. Acoust. Soc. Amer.* – 2001. – Vol. 109, No. 3. – P. 1219-1225.
14. Буров В.А., Шмелев А.А., Зотов Д.И. Прототип томографической системы, использующей акустические нелинейные эффекты третьего порядка // *Акустический журнал*. – 2013. – Т. 59, № 1. – С. 31-51.
15. Преображенский С.В., Преображенский В.Л., Перно Ф., Бу Матар О. Диагностика неоднородности нелинейного параметра акустической среды с помощью обращения волнового фронта ультразвука // *Акустический журнал*. – 2008. – Т. 54, № 1. – С. 20-25.

N.N. Chernov, N.P. Zagray, M.V. Laguta, A.Y. Varenikova  
**NUMERICAL SIMULATION OF THE FIELD OF SECONDARY  
SOURCES THE ACOUSTIC WAVE WHEN PASSING THROUGH THE  
BIOLOGICAL ENVIRONMENT**

*Southern federal University, Taganrog, Russia*

*The paper gives the substantiation of the relevance of the use of nonlinearity of biological tissues in the development of methods of ultrasonic visualization of internal structures. The equations underlying the interaction of an acoustic wave with a nonlinear biological medium are considered. As the basic equation describing the passage of an acoustic wave, the equation of a simple wave was accepted. It was chosen due to the fact that at small distances, about ten centimeters attenuation of the acoustic signal is not considered. The paper gives its description and boundary conditions. On its basis, an equation describing the field of secondary sources inside a heterogeneous biological medium consisting of several layers with different values of the nonlinear parameter is obtained. As a parameter of the acoustic wave, on the basis of which the restoration of the distribution of the nonlinear parameter of biological tissue can be carried out, the vibrational velocity was chosen. A numerical simulation of the distribution of the amplitude values of the oscillatory velocity field of the second harmonic wave for this medium is carried out. The calculations used a three-dimensional coordinate system. For the convenience of calculations and presentation of the results, the thickness of the biological heterogeneous tissue was minimized relative to the z coordinate. The results of the calculations are presented in the form of a matrix of the distribution of the values of the vibrational velocity in the plane. The analysis of the obtained results of numerical simulation is carried out.*

**Keywords:** ultrasound imaging, tomography, nonlinear parameter, field of secondary sources.

### REFERENCES

1. Burov V.A., Zotov D.I., Rummyantseva O.D. The restoration of the spatial distributions of sound velocity and absorption in the phantom of the soft tissues according to the experimental data of ultrasonic tomography., *Akusticheskij zhurnal*, 2015, Vol. 61, No. 2, pp. 254-273.
2. Gong X.F., Yan Y.S., Zhang D., Wang H.L. The study of acoustic nonlinearity parameter tomography in reflection mode // *Acoustical Imaging*, 2003, vol. 27.
3. Bereza S., Burov V., Evtukhov S. N. Model experiments on acoustic tomography of nonlinear parameter // *Akusticheskij zhurnal*, 2008, vol. 54, № 4, pp. 522-534.
4. Varenikova A.Y. the Use of the dynamic characteristics of nonlinear interaction of acoustic waves for imaging of biological tissues, the collection of proceedings of the Twenty-second national scientific conference of physicist students and young scientists proceeding of RSCSP-22. Rostov-on-Don: publishing SFEDU, 2016, pp. 330-331.

5. Laguta M.V., Chernov N.N. Research of influence of nonlinearity of biological tissues in the process of passing ultrasonic waves, Proceedings of the XIV all-Russian scientific-technical conference "Medical information systems MIS-2016". Taganrog. December 19-22, 2016, pp. 187-196.
6. Chernov N.N., Zagray N.P., Laguta M.V., Varenikova A.Yu. Research of appearance and propagation of higher harmonics of acoustic signals in the nonlinear media. Journal of Physics: Conference Series 2018 г. 1015(3),032081.
7. Zagray N.P. Nonlinear interactions in layered and inhomogeneous media. Monograph, Taganrog: Publishing house TRTU, 1998, p. -433
8. Chernov N.N, Mikhralieva A.I, Zagray N.P., Al'-Saman A.Kh. the Determination of elastic properties of layered biological media based on nonlinear interaction of acoustic waves, Engineering journal of Don, 2016, № 3. Available at: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2016/3735](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2016/3735).
9. M. V. Laguta, V. V. Gritsov Using the dynamic characteristics of the acoustic wave for the purposes of imaging internal structures of biological tissues. Izvestiya SFEDU. Engineering sciences. No. 8. 2017, pp. 70-77.
10. Fatemi M., Greenleaf J.F. Real-time assessment of the parameter of nonlinearity in tissue using «nonlinear shadowing» // Ultrasound in Med. & Biol. – 1996. – T. 22, No. 9. – С. 1215-1228.
11. Kim D.Y., Lee J.S., Kwon S.J., Song T.K. Ultrasound second harmonic imaging with a weighted chirp signal // IEEE Ultrasonics symposium. – 2001. – P. 1477-1480.
12. Gemmeke H., Ruitter N.V. 3D ultrasound computer tomography for medical imaging // Science Direct. Nuclear instruments and methods in physics research. – 2007. – P. 1057-1065.
13. Zhang D., Chen X., Gong X. Acoustic nonlinearity parameter, tomography for biological tissues via parametric array from a circular piston source. Theoretical analysis and computer simulations // J. Acoust. Soc. Amer. – 2001. – Vol. 109, No. 3. – P. 1219-1225.
14. Burov V.A., Shmelev A.A., Zotov D.I. A prototype of tomographic system using acoustic nonlinear effects of the third order, Akusticheskij Zhurnal, 2013, Vol. 59, No. 1, pp. 31-51.
15. Preobrazhenskiy S.V., Preobrazhenskiy V.L., Perno F., Bu Matar O. Diagnostics of inhomogeneity of the nonlinear acoustic parameter of the medium using phase conjugation of ultrasound, Akusticheskij Zhurnal, 2008, Vol. 54, No. 1, pp. 20-25.