

УДК 005

Т.Е. Смоленцева

МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЦЕЛЕВОЙ ФУНКЦИИ ОРГАНИЗАЦИОННЫХ СИСТЕМ

ФГБОУ ВО «Липецкий государственный технический университет»,
Липецк, Россия

В работе проведен анализ методов определения целевой функции в иерархических многоуровневых организационных системах с выявлением нормативных параметров. Оценку процесса функционирования осуществляем по нормативным параметрам в определенные моменты времени. Для определения необходимой меры пространства нормативов отслеживаем динамику изменения этих значений, в момент планирования за счет скорости их изменения. Обоснована возможность оптимизации структуры сложных систем, которая предполагает осуществление равномерного распределения между сотрудниками иерархических многоуровневых сложных систем: функциональных задач, распределение ресурсов и сырья. В качестве примера рассмотрено оптимизационное распределение функциональных задач сотрудников организационных систем. Такой способ имеет несколько ограничений по распределению функциональных задач между сотрудниками, в этом случае необходимо использовать метод балансировки, который осуществляет интегрирование показателей методом разверстки и позволяет более эффективно решать эту задачу. Рассмотрена проблема многокритериальной оценки эффективности функционирования сложных организационных систем. Для решения данной проблемы предложено определение интегрального критерия оценки функционирования и определение весовых коэффициентов относительной важности локальных параметров, которые определяют стратегию управления организацией, а также использование аддитивных систем стимулирования, которые определяют уровень достижения нормативных значений функционирования в рассматриваемых системах.

Ключевые слова: уровень интенсивности функционирования, весовые коэффициенты относительной важности, максимум целевой функции.

Введение. Определение нормативных параметров иерархических многоуровневых организационных систем (ИМОС), необходимо осуществлять на основе следующих принципов.

1. Целевое планирование функционирования ИМОС позволяет использовать максимизацию целевой функции при заданных ограничениях. Если модели не адекватно описывают функционирование ИМОС тогда необходимо, определять максимальную напряженность функционирования для элементов ИМОС, при условии, что эта напряженность будет распределяться равномерно по элементам этой системы.

2. Формирование нормативных параметров ИМОС базируется на основе принципа, позволяющего, задать максимальные значения этих параметров для каждого элемента ИМОС и в этом случае сотрудникам придется достигать максимальных нормативов.

3. Если сотрудник ИМОС понижает уровень показателей в своей работе, тогда сотруднику придется повышать его производительность труда.

4. Иногда сотруднику ИМОС в его работе рекомендуют достигать средних значений параметров функционирования этой системы.

Задать целевую функцию для некоторых ИМОС может быть затруднительным из-за большого количества основных параметров функционирования этой системы, которые являются параметрами целевой функции ИМОС [1, 3]. В некоторых случаях целевая функция описывается на основе отклонения от нормативных значений параметров функционирования ИМОС, которые целесообразно представлять в виде квадратичной формы (нелинейная задача) [2].

Определение максимума целевой функции для ИМОС может не привести к повышению эффективности функционирования этой системы, так как сама постановка задачи оптимизации для СС является сложной задачей.

Описание методов формирования структуры сложных систем. Оценку процесса функционирования ИМОС необходимо осуществлять по нормативным параметрам $x^H(t)$ в момент времени t . Некоторые цели, определенные на основе нормативных документов, являются базовыми и актуальными параметрами $x^d_i(t)$, $j \in v^d$ по которым и производится анализ функционирования ИМОС [1,4]. На микроуровне функционирование элементов ИМОС с их нормативными параметрами могут корректироваться по их интенсивности функционирования.

Для определения необходимой меры пространства нормативов $x^H(t)$ требуется отслеживать динамику изменения этих нормативов, в момент планирования $t - \Delta t$ за счет скорости изменения параметра $s_{ij}(t - \Delta t)$, $i = 1, n$; $j = 1, m$ у каждого элемента $s_{ij}(t - \Delta t)$ и предположим, что скорость изменения параметра j в течение Δt не меняется.

Уровень интенсивности функционирования (УИФ) для достижения норматива x^H_{ij} описывается выражением

$$\Phi_{ij}^H(t) = (x_{ij}^H(t) - x_{ij}(t - \Delta t)) / s_{ij}(t - \Delta t) \quad (1)$$

Считаем, что Φ_{ij}^H есть напряженность функционирования (НФ) по соответствующим параметрам. УИФ значения i -го элемента по j -му параметру определяется выражением:

$$\Phi_{ij}(t) = (x_{ij}(t) - x_{ij}(t - \Delta t)) / s_{ij}(t - \Delta t). \quad (2)$$

Процесс функционирования будет ИМОС устойчивым, тогда, когда значения параметров этой системы будут иметь предельные значения, а также необходимо определить максимальную функцию $\Phi_i^*(t)$, которая не должна превышать значения УИФ $\Sigma \Phi_{ij}^H(t)$ и вычислять нормативы на основе выражения:

$$\sum_{j=1}^m \Phi_{ij}(t) = \Phi_i^0(t), \quad j=1, m; \quad i=1, n. \quad (3)$$

, где $\Phi_i^0(t)$ есть оценки $\Phi_i^*(t)$ определяемые экспертным путем на основе уровня напряженности функционирования соответствующих элементов ИМОС в момент планирования $t - \Delta t$.

Значения параметров $x_H(t)$ необходимо ограничить или на основе экспертных оценок или значений каждого параметра x_{ij} , любой из которых имеет максимальное значение $x_{ij}^{\max(t)}$ на рассматриваемом временном интервале. Для базовых нормативов существуют ограничения

$$\sum_{i=1}^m x_{ij}^H(t) = x_j^d, \quad j \in V^d. \quad (4)$$

В этом случае значения нормативов $x_H(t)$ при сформированных ограничениях определяются, максимизацией критерия эффективности ИМОС, который оценивается суммарным уровнем НФ:

$$\Phi_j = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \Phi_{ij}^H(t). \quad (5)$$

Решение задачи по оптимизации структуры сложных систем предполагает осуществление равномерного распределения между сотрудниками ИМОС: функциональных задач, распределение ресурсов и сырья и т.д.

Для примера рассмотрим оптимизационное распределение функциональных задач сотрудников ИМОС. Необходимо произвести распределение функциональных задач по выполнению работ P_a и P_b между множеством сотрудников M . Для каждого сотрудника j известна его производительность при выполнении работ P_a и P_b .

Требуется спланировать выполнение работ сотрудниками ИМОС в соответствии с их функциональными задачами, что бы количество работ $P_b - y_i$ равнялось бы R , а количество работ для $P_a - x_i$ было бы максимальным. Такая задача решается методом линейного программирования.

$$\sum_{i=1}^N x_i + y_i = \sum_{i=1}^N s_i, \quad x_i, y_i \geq 0, \quad j=1, \dots, M \quad (6)$$

$$\sum_{i=1} b_i y_i = R \quad (7)$$

$$\sum_{i=1} a_i x_i \rightarrow \max \quad (8)$$

Все сотрудники M ИМОС разбиваются на три подмножества M_A (выполняют работу P_a), M_B (выполняют работу P_b) и M_0 (выполняют одновременно работу P_a и P_b) при ограничениях:

$$b_j / a_j \geq b_{j_0} / a_{j_0}, \quad j \in M_B, \quad (9)$$

$$b_j / a_j \leq b_{j_0} / a_{j_0}, \quad j \in M_A, \quad (10)$$

Сотрудники ИМОС, выполняющие работы P_a и P_b являются, также, сотрудниками структурных подразделений ИМОС и в этих подразделениях существует эта же задача для того, чтобы более эффективно распределять задачи, P_a и P_b необходимо использовать комплексный подход. Такие проблемы возникают из-за того, что при анализе функционирования ИМОС затруднительно получить полную информацию об ее функционировании. Следовательно, при всеобъемлющем описании процесса функционирования ИМОС сотрудники будут иметь точные данные функциональные задачи по выполнению своих работ.

Методами разверстки при решении этой задачи можно не определить максимум выполнения работы P_a сотрудниками ИМОС и тогда главная проблема заключается в распределении функциональных задач между сотрудниками ИМОС по выполнению работы P_b и между этими сотрудниками распределяются ресурсы $S = \sum_{j=1}^M s_j$ (j - каждому сотруднику в соответствии с функциональными задачами выделяется объем работ $s_j * R / s$). Оставшиеся ресурсы необходимые для выполнения задач сотрудниками ИМОС, распределяются для выполнения работы P_a . Такой подход возможен только тогда, когда a_j, b_j однообразны, т.е. не изменяются при распределении функциональных задач между сотрудниками ИМОС.

Когда задача имеет несколько ограничений по распределению функциональных задач между сотрудниками ИМОС, тогда необходимо использовать метод балансировки, который осуществляет интегрирование показателей методом разверстки и позволяет более эффективно решать эту задачу.

Приведем пример распределения функциональных задач (общее количество σ) между сотрудниками ИМОС (общее количество M) на основе выражения:

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, M, \quad \sum_{j=1}^M x_j = \sigma. \quad (11)$$

где: x_j - функциональные задачи j -го сотрудника ИМОС.

Если выражение (10) не справедливо, тогда необходимо распределить функциональные задачи между сотрудниками ИМОС пропорционально идеальному распределению $\{x_j^0\}$ и поэтому выражение (11) примет вид:

$$x_j = c x_j^0, \quad c = \sigma / \sum x_j^0. \quad (12)$$

Если сотрудники ИМОС разбиты на σ не пересекающихся множеств (групп) и каждому элементу этого множества принадлежит одинаковый объем функциональных задач и со своими ограничениями, тогда можно записать выражение:

$$\sum_{j \in M} x_j = \sigma_k, \quad k = \overline{1, e}, \quad (13)$$

Требуется последовательно использовать ограничения (12), нормируя каждый раз ту часть вектора $\{x_j\}$, которая входит в очередное ограничение. Задавая начальное значение векторов, $x_j = x_j^0$ и осуществляя, последовательный перебор всех ограничений для каждого из них, считаем, что

$$c_k = \sigma_k / \sum_{j \in M_k} x_j. \quad (14)$$

тогда получим

$$x_i = c_k x_i, \quad j \in M_k. \quad (15)$$

Для выражения (15) полагаем, что первоначальные значения элементов множества (энтропийное или равновесным распределение) $\{x_j\}$ равняется $x_j = x_j^0$, где x_j^0 есть начальное значение x_j , такой циклический подход называется методом балансировки. С использованием этого метода происходит максимизация выражения (15) (взвешенная энтропия):

$$\sum_{j=1}^M x_j * \ln \left(\frac{x_j^0}{x_j} \right) \rightarrow \max \quad (16)$$

Равновесное распределение должно иметь следующие свойства [2,5]:

1. Выражения (8) и (10) определяют Энтропийную разверстку, и она зависит от x_j^0 , а также от правых частей ограничений (12) к тому же она является внутренней точкой многогранника допустимых решений.

2. Умножая вектор правых частей (12) и вектора $\{x_j^0\}$ на скаляр приводит к умножению разверстки на тот же скаляр.

3. Фиксация переменной x_{jl} на уровне x_{jl}^* не приводит к изменению пропорций разверстки, вычисленной для остальных $j \in M$.

При равновесном распределении напряженности и с заданным критерием планирования можно использовать энтропийные модели [3] и оценивая величину суммарной напряженности выражением

$$\Phi = \Phi_1 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \Phi_{ij}^H(t) \ln(\Delta t / \Phi_{ij}^H(t)) \quad (17)$$

где $\{\Phi_{ij}^H(t)\}$ энтропийная функция распределения интенсивности функциональных задач между сотрудниками ИМОС, а Φ есть энтропийная функция.

$$\Phi = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \Phi_{ij}^H(t) \ln(e \Delta t / \Phi_{ij}^H(t)), \quad (18)$$

Так как градиент Φ равен нулю в точке $\Phi_{ij}(t) = \Delta t, j=1, m; i=1, n$, тогда при максимизации (18) получается равномерное распределение уровней интенсивности $\Phi_i^0(t)$.

Задача максимизации энтропийной функции (18) с ограничениями

(18):

$$\sum_{j=1}^m \Phi_{ij}^H(t) = \Phi_i^0(t), \quad i=1, n, \quad \sum_{i=1}^n x_{ij}^H(t) = x_j^d, \quad j \in Z^d, \quad \text{которые для основных}$$

переменных можно представить выражением:

$$\sum_{i=1}^n \Phi_{ij}^H(t) = \frac{x_j^d - \sum_{i=1}^n x_{ij}(t - \Delta t)}{s_j(t - \Delta t)}, \quad j \in V^d, \quad (19)$$

можно использовать эффективные алгоритмы решения методом балансировки переменных по ограничениям [4].

Выводы по рассмотренным методам. Оценку функционирования ИМОС, с использованием аддитивных систем стимулирования, которые описываются функцией $T_i(x_i^H(t), x_i(t))$, которая определяет уровень достижения нормативных значений функционирования ИМОС [1,5]. В том случае, если отклонение от нормативов в ИМОС отрицательное, тогда требуется применять штрафные санкции, при положительном отклонении от нормативов необходимо применять поощрения. Предполагаем, что множество состояний элементов ИМОС в момент t образуют множество $\{x_i\}$ с ограничениями:

$$\Phi_i \leq \Phi_i^*; \quad 0 \leq x_{ij} \leq x_{ij}^{\max}, \quad j=1, m; \quad i=1, n. \quad (20)$$

где: Φ_i – интенсивность функционирования ИМОС для элемента x_i этой системы.

В развивающихся ИМОС необходимо анализ функционирования этой системы проводить по наиболее интенсивно функционирующим элементам (элементы ОС предельной интенсивностью Φ_i^*), что позволит более эффективно использовать ее ресурсы.

Результаты. Для формирования согласованной ИМОС в случае неполной информированности целесообразно определять весовые функции $\{v_{ij}\}$ с постоянными параметрами и в этом случае лучше всего использовать оценки $\{v_{ij}^0\}$.

Такой подход будет достаточным для формирования согласованных аддитивных систем стимулирования. Необходимо увеличивать информированность ИМОС, что позволит применять обоснованные системы планирования нормативов. При полной информированности руководителей ИМОС напряженности - $H_i^*, i=1, n$ целесообразно использовать нормативные значения по всем параметрам, поэтому, множество согласованных состояний элементов будет совпадать с его нормативными значениями: $L_i^l = \{x_i^H\}, i=1, n$ и определяется выражением:

$$\forall x_i \in X_i : f_i(x_i^H, x_i^H) \geq f_i(x_i^H, x_i), \quad i=1, n; \quad (21)$$

и для функции штрафа:

$$\forall x_i \in X_i : \gamma_i(x_i^H, x_i) \geq 0, \quad i = 1, n; \quad (22)$$

Множество $\{v_{ij}\}$ целесообразно использовать для формирования системы стимулирования при получении руководителями ИМОС полной информации.

Аддитивная система стимулирования для ИМОС (3)-(5) удовлетворяет требованиям (22), в том случае если весовые функции $\{v_{ij}\}$ для любого i -го элемента на его технологическом множестве x_i удовлетворяют условиям:

$$v_{ij} \geq v_{ij}^0 \text{ при } x_{ij} < x_{ij}^H; \quad v_{ij} \leq v_{ij}^0 \text{ при } x_{ij} > x_{ij}^H, \quad j = 1, m; \quad (23)$$

где

$$v_{ij}^0 = [x_{ij}^H(t) / s_{ij}(t - \Delta t)] / \left[\sum_{j=1}^m x_{ij}^H(t) / s_{ij}(t - \Delta t) \right]. \quad (24)$$

Условия (24) определяют тот факт, что нормативы по некоторым значениям параметров весовой функции не должны иметь оценки ниже v_{ij}^0 , если нормативные значения превышают значения весовой функции, тогда значения не должны превышать указанной оценки. Оценка v_{ij}^0 определяет напряженность работы, которая необходима для увеличения значений соответствующего параметра функционирования с нулевого значения до достижения нормативных значений к общей напряженности работы при достижении всех нормативных значений. Такие условия согласованности, являются достаточно жесткими. Для определения уровня v_{ij}^0 можно применять непосредственно напряженности нормативных значений параметров:

$$v_{ij}^0 = [(x_{ij}^H(t) - x_{ij}(t - \Delta t)) / s_{ij}(t - \Delta t)] / \left[\sum_{j=1}^m (x_{ij}^H(t) - x_{ij}(t - \Delta t)) / s_{ij}(t - \Delta t) \right]. \quad (25)$$

Условия (25) формируют вид весовой функции в зависимости от достигнутых значений параметров ИМОС и в этом случае точкой перегиба (разрыва) этой функции будут являться нормативные значения, а эта функция является перевернутой передаточной функцией сигмоида (условия выполняются для приведенных оценок v_{ij}^0). Эта проблема разрешается, с определением не всех параметров, а близких к величине w_{ij} , которую можно определить, как стимулирующий фактор параметра. Связь стимулирующих факторов и параметров определяется соотношением:

$$v_{ij} = \frac{w_{ij}}{\sum_{j=1}^m w_{ij}}. \quad (26)$$

Определим функцию w_{ij} на шкале $r_{ij} = x_{ij}/x_{ij}^H$ следующим образом:

$$w_{ij} = 2v_{ij}^0 \left(1 - \frac{1}{1 + e^{-\beta(r_{ij}-1)}} \right) \quad (27)$$

Измерение параметров, как правило, осуществляется с некоторыми погрешностями. Поэтому выводы о недостижении норматива, либо его превышении необходимо осуществлять с некоторой осторожностью. При определении значений, если норматив x_{il}^H не достигает требуемых значений при отклонении на величину, не меньшую ε_{il} , которую необходимо задавать как $\varepsilon_{il} = \alpha x_{il}^H$, задавая для всех параметров относительный уровень невыполнения α . Тогда для выражения (27) достаточно, чтобы

$$\alpha x_{il}^H \geq \sum_{j=1}^m v_{ij} (x_{ij}^{\max} - x_{ij}^H) / x_{ij}^H, \quad j \neq l. \quad (28)$$

Заключение. Если выполняются требования (28) для всех параметров $l=1, m$, тогда достаточными условиями определения $\{v_{ij}\}$ являются условия (26). Однако, видно, что неравенства (27) являются несовместными и для выполнения требований (28) необходимо, чтобы значение функции изменялось скачкообразно v_{ij} в точке x_{ij}^H . Обозначим \bar{v}_{ij} и \underline{v}_{ij} соответственно верхние и нижние границы разрыва функции в точке x_{ij}^H . Оценки \bar{v}_{ij} и \underline{v}_{ij} можно осуществлять на основе решения системы уравнений, с требованиями (28) и требованием аддитивной системы стимулирования:

$$\alpha x_{il}^H = \sum_{j=1}^m \underline{v}_{ij} (x_{ij}^{\max} - x_{ij}^H) / x_{ij}^H; \quad \bar{v}_{il} + \sum_{j=1}^m \underline{v}_{ij} = 1, \quad j \neq l, \quad l = 1, m. \quad (29)$$

Более простые, но имеющие более жесткие достаточные условия на границы разрыва функций можно представить, как аддитивную систему стимулирования (3) - (5) удовлетворяющую требованиям (29), если весовые функции $\{v_{ij}\}$ для каждого i -го элемента удовлетворяют условиям:

$$\forall x_i \geq x_{ij}^H : v_{ij} \leq \underline{v}_{ij}, \quad (30)$$

$$\forall x_i \geq x_{ij}^H : v_{ij} \geq \bar{v}_{ij}, \quad (31)$$

Верхняя граница для весовых функций при превышении значения норматива (31) записана в условии, что параметр достиг своего максимального значения. Следовательно, для применения приведенных условий требуется определение максимальных значений параметров. Использование приведенных в работе оценок v_{ij}^0 дают приблизительную оценку относительной важности параметра, для уточнения весов v_{ij}^0 требуется использовать экспертные оценки.

ЛИТЕРАТУРА

1. Замятина, О.М. Моделирование систем/О.М. Замятина//Издательство ТПУ. –2009.–с. 204.

2. Смоленцева Т.Е. Формирование модели управления иерархическими многоуровневыми организационными системами//Сборник научных трудов международной научно–технической конференции. Проблемы и перспективы развития машиностроения, 2016.-с. 235-238.
3. Сумин, В.И. Формализация задачи управления социальными системами/ В.И. Сумин, Т.Е., Смоленцева//Теория конфликта и ее приложения: Всероссийская научно – технич. конференция ч.1.- Воронеж: Воронежский институт высоких технологий.- 2008. - с.133 - 137.
4. Сумин В.И. Декомпозиция элементов информационной модели организационной системы/Сумин В.И, Смоленцева Т.Е., Кравченко А.С. Международная научно-практическая межведомственная конференция «Техника и безопасность объектов уголовно-исполнительной системы» (19-20 октября 2016 г.)/ФКОУ ВО ВИ ФСИН России.
5. Сумин В. И., Формирование структуры иерархических многоуровневых организационных систем//Сумин В. И., Смоленцева Т.Е./ Информационные технологии. - 2017, Москва. Издательство «Информационные технологии», том №23, №6 стр. 476-480.
6. V I Sumin, Mathematical Models to Determine Stable Behavior of Complex Systems /V.I. Sumin, T.E. Smolentseva, A.V. Dushkin// International Conference Information Technologies in Business and Industry 2018IOP Conf. Series: Journal of Physics: Conf. Series 1015 (2018) 032136.

T. E. Smolentseva

METHODS OF DETERMINING OBJECTIVE FUNCTION ORGANIZATIONAL SYSTEMS

Lipetsk state technical University, Lipetsk, Russia

The paper analyzes the methods of determining the objective function in hierarchical multi-level organizational systems with the identification of regulatory parameters. Evaluation of the functioning process is carried out according to the regulatory parameters at certain times. To determine the necessary measure of the space of standards, we monitor the dynamics of changes in these values at the time of planning due to the speed of their change. The possibility of optimizing the structure of complex systems, which involves the implementation of a uniform distribution between employees of hierarchical multi-level complex systems: functional tasks, the distribution of resources and raw materials. As an example, the optimization distribution of functional tasks of employees of organizational systems is considered. This method has several limitations on the distribution of functional tasks between employees, in this case it is necessary to use the balancing method, which integrates the indicators by expanding and allows you to more effectively solve this problem. The

problem of multi-criteria evaluation of the efficiency of complex organizational systems is considered. To solve this problem, we propose the definition of the integral criterion for evaluating the functioning and the determination of the weight coefficients of the relative importance of local parameters that determine the strategy of management of the organization, as well as the use of additive incentive systems that determine the level of achievement of normative values of functioning in the systems under consideration.

Keywords: intensity function, the weights of relative importance, the maximum of the target function.

REFERENCES

1. Zamyatina, O. M. systems Modeling / O. M. Zamyatina / / TPU publishing House. -2009.- p. 204.
2. Smolentseva T. E. formation of a model of management of hierarchical multi-level organizational systems. Collection of scientific papers of the international scientific and technical conference. Problems and prospects of development of mechanical engineering, 2016.- p. 235-238.
3. Sumin, V. I. Formalization of the problem of management of social systems/ V. I. Sumin, i.e., Smolentseva / / theory of conflict and its applications: all-Russian scientific and technical. conference part 1.- Voronezh: Voronezh Institute of high technologies. - 2008. - p. 133 - 137.
4. Sumin V. I. decomposition of the elements of the information model of the organizational system/Sumin V.I. And Smolentseva I.E., Kravchenko A.S. international scientific-practical interdepartmental conference "Equipment and the safety of objects criminally-Executive system" (19-20 October 2016) / FCO IN VI of the Federal penitentiary service of Russia.
5. Sumin V.I., formation of the structure of hierarchical multi-level organizational systems//Sumin V.I., Smolentseva T.E./Information technologies. - 2017, Moscow. Publishing "Information technology", vol 23, No. 6, pp. 476-480.
6. V. I. Sumin, Mathematical Models to Determine Stable Behavior of Complex Systems / V I Sumin, T E Smolentseva, a V Pushkin// International Conference Information Technologies in Business and Industry 2018IOP Conf. Series: Journal of Physics: Conf. Series 1015 (2018) 032136.