

УДК 681.3

С.О. Сорокин

ОПТИМИЗАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ СИСТЕМЫ ОДНОРОДНЫХ ОБЪЕКТОВ В МНОГОАСПЕКТНОЙ ЦИФРОВОЙ СРЕДЕ

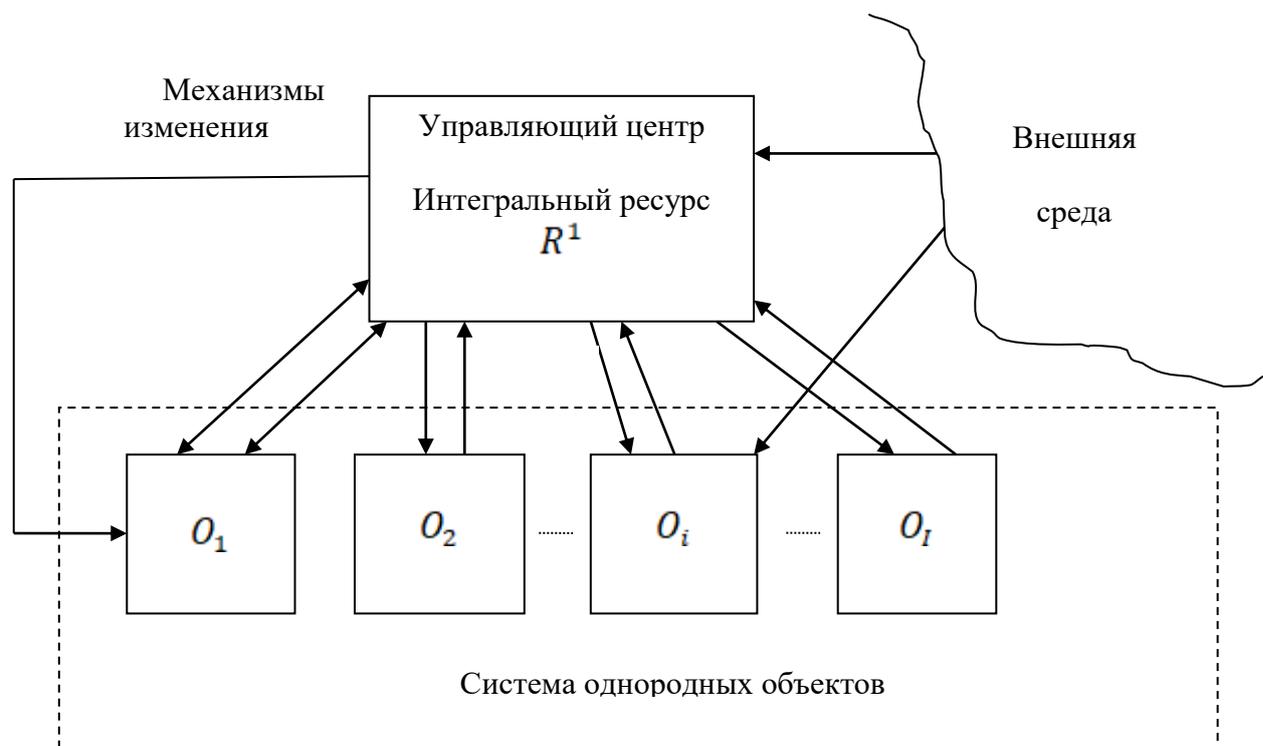
Министерство экономического развития Российской Федерации

Дана характеристика системы однородных объектов, ее интер- и интрафункциональности. Предложена классификационная схема цифровизации и оптимизации функционирования системы однородных объектов. Показано, что цифровая трансформация приводит к формированию многоаспектной цифровой среды, по данным которой формируется множество математических моделей, характеризующих связи с управляющим центром, внешней средой и компонентами внутреннего функционирования. Обоснована необходимость построения инвариантных и аспектно ориентированных оптимизационных моделей решения ресурсных и структурных задач, обеспечивающих эффективность функционирования однородных объектов и удовлетворенность показателями функционирования объектов внешней среды.

Ключевые слова: цифровизация, многоаспектная цифровая среда, математические модели, ресурсная и структурная оптимизация.

На современном этапе развития, технических, экономических и социальных систем получил распространение механизм структурной интеграции однородных объектов в организационное целое для выполнения целей, устанавливаемых управляющим центром, достижение которых определяется характером и показателями как внутреннего функционирования (интерфункциональность) так и взаимодействия с внешней средой (интрафункциональность). Внутреннее функционирование осуществляется посредством реализации технологической и когнитивной составляющих. Во многих системах в организационное целое объединяются территориально распределенные однородные объекты.

Структура системы однородных объектов показана на Рисунок 1. Однородные объекты $O_i (i = \overline{1, I})$ связаны двухсторонними централистскими связями с управляющим центром. Управляющий центр оценивает функционирование и достижение целей O_i по множеству показателей внутреннего функционирования $y_{ij_1} (i = \overline{1, I}, j_1 = \overline{1, J_1})$ и взаимодействия с внешней средой $y_{ij_2}^2 (i = \overline{1, I}, j_2 = \overline{1, J_2})$. В зависимости от оценки принимаются решения об изменениях структуры системы и распределений $R_i (i = \overline{1, I})$ интегрального ресурса R^1 . При этом используются три механизма изменения структуры системы:



- включение в систему новых однородных объектов;
- переход на двухуровневую структуру путем передачи наиболее эффективным объектам определенных функций управляющего центра по отношению к некоторой группе однородных объектов;
- прекращение функционирования однородного объекта путем его поглощения более эффективным объектом. Изменение внутренней структуры однородных объектов достигается за счет выбора реализации компонентов технологической и когнитивной составляющих.

Для оценки удовлетворенности объектов внешней среды с нумерацией $d = \overline{1, D}$ функционированием однородного объекта $O_i (i = \overline{1, I})$ используется множество показателей $y_{i_j}^2 (j_2 = \overline{1, J_2})$, достигнутым уровнем которых определяется возможность привлечения дополнительного ресурса R_d^2 .

В условиях проводимой в настоящее время политики цифровизации создаются предпосылки усиления централистских связей, обеспечивающих повышение эффективности выполнения целей функционирования однородных объектов $O_i (i = \overline{1, I})$, входящих в систему. Однако, эти предпосылки без интеграций цифровых ресурсов с процедурами математического моделирования и численной оптимизации функционирования системы однородных объектов не дают желаемого результата. Необходимо разработать проблемно-ориентированные методы,

направленные на формирование единой многоаспектной цифровой среды системы однородных объектов и оптимизации ее функционирования. Структуру комплексного исследования проблем эффективного функционирования системы однородных объектов определяет классификационная схема цифровизации и оптимизации (Рисунок 2).

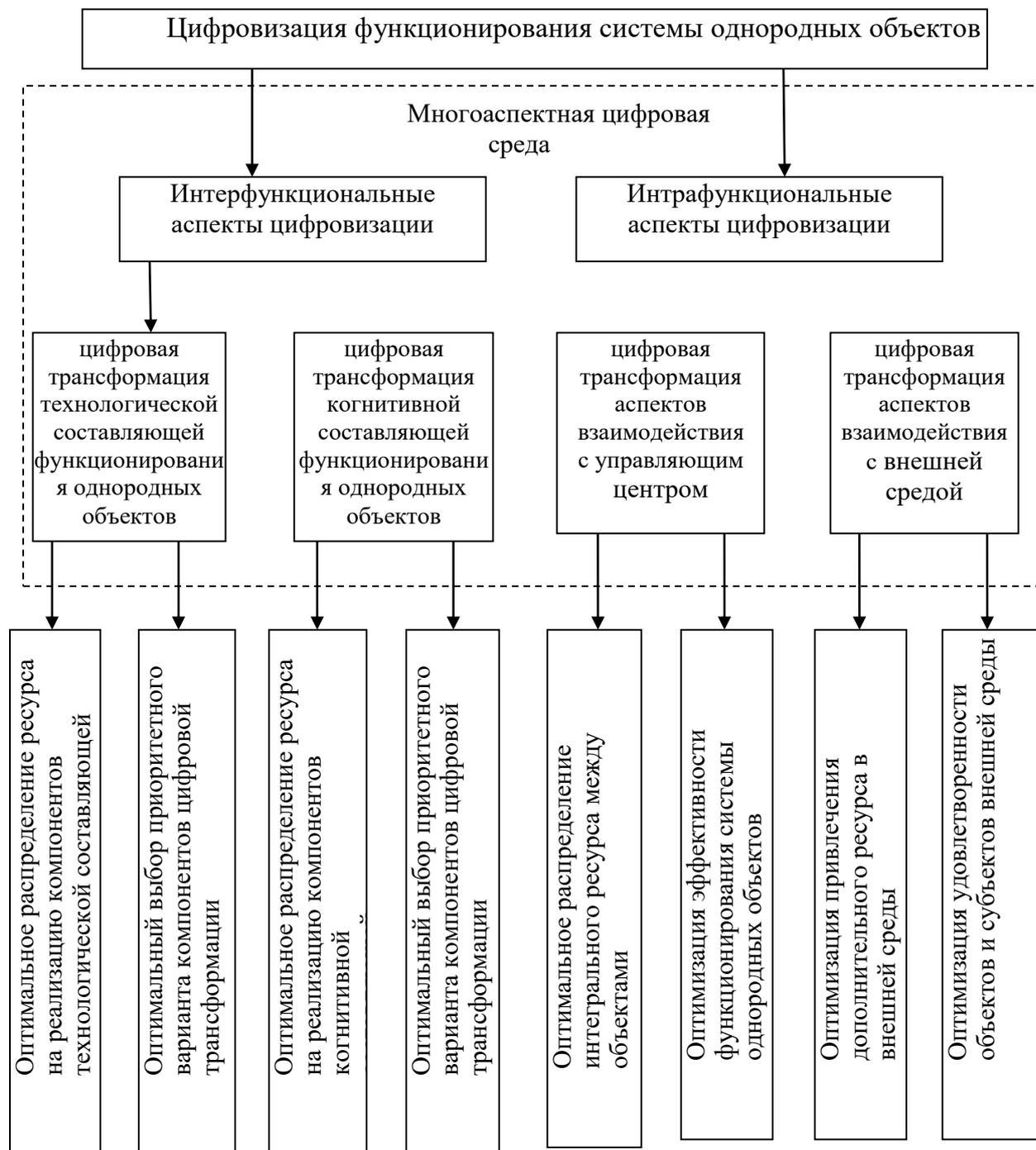


Рисунок 2 - Классификационная схема цифровизации и оптимизации функционирования системы однородных объектов

Для формализованной постановки задач оптимизации в соответствии с классификационной схемой необходимо предварительно построить ряд математических моделей с использованием данных многоаспектной цифровой среды:

интегрального оценивания эффективности функционирования однородных объектов $O_i (i = \overline{1, I})$ [1]

$$Y_i^1 = F(y_{i j_1}^1), Y_i^2 = F(y_{i j_2}^2); \quad (1)$$

характеризующих связи однородных объектов $O_i (i = \overline{1, I})$ с внешней средой

$$y_{i j_2}^2 = \psi_{j_2}(Y^1), j_2 = \overline{1, J_2} \quad (2)$$

где

$$Y^1 = \sum_{i=1}^I Y_i^1;$$

характеризующих зависимость интегрального показателя эффективности функционирования объекта O_i от используемого им ресурса r_i

$$Y_i^1 = \varphi_{r_i}; \quad (3)$$

характеризующих зависимость интегрального показателя удовлетворенности функционированием однородных объектов O_i от дополнительного ресурса d –го объекта внешней среды

$$Y_i^2 = \varphi_{id}^2(r_{id}); \quad (4)$$

характеризующих связи вариантов реализаций компонентов технологической составляющей $\tau_l = \overline{1, T_l}$ с интегральным показателем эффективности функционирования однородных объектов

$$Y_i^1 = f^{11}(\tau_l), Y_i^2 = f^{12}(\tau_l), \quad (5)$$

где $l = \overline{1, L}$ – нумерационное множество компонентов технологической составляющей;

характеризующих связи вариантов реализации компонентов когнитивной составляющей $v_n = \overline{1, V_n}$ с интегральным показателем эффективности функционирования однородных объектов

$$Y_i^1 = f^{21}(v_n), Y_i^2 = f^{22}(v_n), \quad (6)$$

где $n = \overline{1, N}$ – нумерационное множество компонентов когнитивной составляющей;

кластерной структуризации однородных объектов $O_i, i = \overline{1, I}$ по показателям эффективности на $m = \overline{1, M}$ кластеров [2]

$$O_i \in m. \quad (7)$$

Приведенные на классификационной схеме (Рисунок 2) оптимизационные задачи, ориентированные на определенные аспекты цифровизации, относятся к трем классам:

- 1) ресурсной оптимизации, связанной с оптимальным выбором ресурсного обеспечения;
- 2) структурной оптимизации, связанной с оптимальным выбором изменения структуры системы и внутренней структуры объектов;
- 3) ресурсно-структурной, обеспечивающей оптимальный выбор ресурсных и структурных изменений во взаимосвязи.

Использование перечисленных классов оптимизации для достижения поставленных управляющим центром целей осуществляется в соответствии со схемой, приведенной на Рисунке 3.

Рассмотрим для каждого из этих классов инвариантные модели и, исходя из них, аспектно ориентированные.

В случае ресурсной оптимизации инвариантными являются три модели:

- распределения заданного интегрального ресурса R между его потребителями (объектами);
- обеспечение функционирования объекта с эффективным использованием имеющегося ресурса (ресурсоэффективности);
- привлечение объектом O_i дополнительного ресурса от d -го объекта внешней среды.

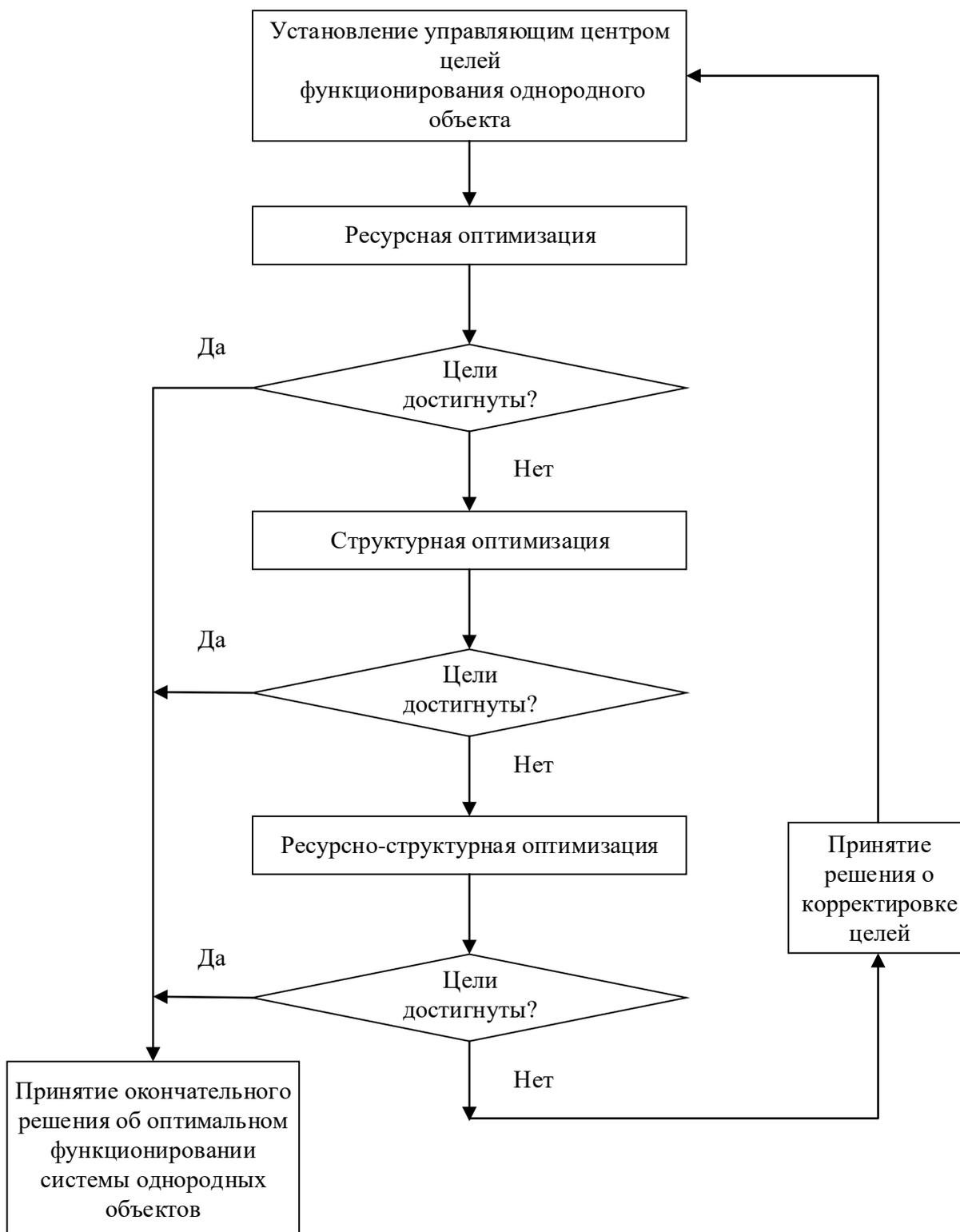


Рисунок 3 - Схема использования основных классов задач оптимизации функционирования системы однородных объектов

Для построения **первой модели** используется зависимость (3). Задача оптимизации состоит в таком распределении интегрального ресурса R , чтобы суммарная эффективность системы однородных объектов была максимальной [3]:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^I Y_i^1(r_i) \rightarrow \max_{r_i}, \\ \sum_{i=1}^I r_i \leq R, \end{aligned} \quad (8)$$

Вторая модель формируется либо на множестве компонентов $\tau_l, l = \overline{1, L}$, либо на множестве $v_n, n = \overline{1, N}$, определяющих функционирование однородного объекта. Ресурсоэффективность определяется интенсивностью $U_l(U_n)$ изменения l -го (n -го) компонента для функционирования O_i при заданном ресурсе r_i . Задача оптимизации состоит в таком выборе интенсивностей применения $U_l(U_n)$, чтобы обеспечить максимальную эффективность функционирования объекта с учетом зависимостей (5), (6) при ограниченном ресурсе r_i [4]

$$\begin{aligned} \sum_{l=1}^L Y^1(\tau_l) U_l \rightarrow \max_{U_l}, \\ \sum_{l=1}^L a_{li} U_l \leq r_i, \\ U_l \geq 0, l = \overline{1, L}, \end{aligned} \quad (9)$$

где a_{li} – удельные коэффициенты потребности в ресурсе использовании компонента τ_l с интенсивностью U_l .

Аналогичным образом определяется интенсивности U_n применения компонентов $U_n, n = \overline{1, N}$.

При построении **третьей модели** считается, что известен объем максимального ресурса R_d^2 , который может быть привлечен для повышения уровня удовлетворенности функционированием объектов O_i . Тогда оптимизационная модель аналогичная модели (8) для распределения дополнительного ресурса между объектами O_i с учетом зависимости (4)

$$\sum_{id=1}^{I_d} \varphi_{id}^2(r_{id}) \rightarrow \max_{r_{id}} \quad (10)$$

$$\sum_{i_d=1}^{I_d} r_{id} \leq R_d^2,$$

$$r_{id} \geq 0, i_d = \overline{1, I_d}.$$

Инвариантные модели оптимизации компонентов внутренней структуры объектов (структурно-компонентная оптимизация) связаны с двухэтапным многоальтернативным выбором [5] компонентов

$$\tau_l^* \in \overline{1, T_l}, l = \overline{1, L};$$

$$v_n^* \in \overline{1, V_n}, n = \overline{1, N}.$$

Введем общее обозначение для этих видов компонентов $W_s = \overline{1, W_s}, s = \overline{1, S}$.

Оптимизационная модель первого этапа позволяет осуществить редукцию множеств $W_s = \overline{1, W_s}$ путем введения альтернативных переменных:

$$x_{w_s}^1 = \begin{cases} 1, \text{ если компонент } w_s \text{ включается в редуцированное множество } W_s, \\ 0, \text{ в противном случае } w_s = \overline{1, w_s} \end{cases}$$

и матрицы коэффициентов

$$a_{w_s j_1} = \begin{cases} 1, \text{ если компонент } w_s \text{ удовлетворяет выбору по показателю } y_{j_1}^1, \\ 0, \text{ в противном случае } w_s = \overline{1, w_s}, j_1 = \overline{1, J_1} \end{cases}$$

для определения минимального набора $1, \widehat{W}_s$:

$$\sum_{w_s=1}^{W_s} x_{w_s}^1 \rightarrow \min, \tag{11}$$

$$\sum_{w_s=1}^{W_s} a_{w_s j_1} x_{w_s}^1 \geq 1, j_1 = \overline{1, J_1},$$

$$x_{w_s}^1 = \begin{cases} 1, w_s = \overline{1, w_s}. \\ 0 \end{cases}$$

На втором этапе решается задача многокритериальной оптимизации выбора на редуцированном множестве $1, \widehat{W}_g$ с введением альтернативных переменных

$$x_{w_s}^2 = \begin{cases} 1, \text{ если компонент } w_s \text{ множества } \overline{1, \widehat{W}_g} \text{ при агрегации с другими элементами} \\ \text{обеспечивает выполнение целей управляющего центра по показателям} \\ y_{j_1}^1, j_1 = \overline{1, J_1} \\ 0, \text{ в противном случае } w_s = \overline{1, w_s} \end{cases} \tag{12}$$

$$\Psi_j = (x_{w_s}^2) \rightarrow \text{extr}, j = \overline{1, J}.$$

Аспектно ориентированность моделей (11), (12) ресурсной оптимизации и структурно-компонентной оптимизации (8) – (10) состоит только в разных характеристиках нумерационных множеств в соответствии со схемой (Рисунок 2). В случае зависимости от механизма изменения структуры требуется более существенная аспектная ориентированность оптимизационных моделей.

Первый механизм изменения структуры направлен на увеличение до I' количества однородных объектов, интегрируемых в организационное целое, т.е. увеличивается объем системы и требуется постановка задачи структурно-объемной оптимизации.

Введем альтернативные переменные:

$$x_{i_1} = \begin{cases} 1, & \text{если в систему включается } i_1 \text{ новых объектов,} \\ 0, & \text{в противном случае,} \end{cases} \quad i_1 = \overline{1, I_1}. \quad (13)$$

Используя модель (2) получаем многокритериальную задачу оптимизации относительно переменных (12)

$$\Psi_{j_2} \left(Y^1 + \sum_{i_1=1}^{I_1} \bar{Y}^1 x_{i_1} \right) \rightarrow \text{extr}_{x_{i_1}}, j_2 = \overline{1, J_2}, \sum_{x_1}^{I_1} x_{i_1} = 1, \quad (14)$$

где \bar{Y}^1 – среднее значение интегрального показателя Ψ_i^1 по группе объектов-лидеров в ранговой последовательности однородных объектов, упорядоченных по убыванию Ψ_i^1 от максимального значения до минимального. При оптимальном значении $x_{i_1}^* = 1$ объем системы увеличиться до $I' = I + i_1$, а эффективность новых объектов $O'_i, I' = \overline{I, I + i_1}$ не хуже \bar{Y}_1 .

Реализация второго механизма изменения структуры обеспечивается выделением наиболее эффективных по показателям Y_i^1, Y_i^2 объектов $O_{i_2}, i_2 = \overline{1, I_2} \in \overline{1, I}$ в территориально распределенной системе и передаче им определенных функций управляющего центра для группы объектов $O_{i_2}, i_2 = \overline{1, I_3} \in \overline{1, I}$, территориально близких к объекту O_{i_2} . Этому механизму соответствует задача структурно-уровневой оптимизации. Множество O_{i_2} либо формируется управляющим центром с учетом территориальной распределенности и текущей ранговой последовательности по интегральному показателю $Y_i^1, i = \overline{1, I}$, либо используется территориально распределенный кластер объектов O_{i_2} , сформированный на основе предыдущих решений управляющего центра. При формировании группы объектов O_{i_2} необходимо учитывать их связи с

внешней средой g – го ($g = \overline{1, G}$) территориального образования. Тогда задача оптимизации состоит в разделении между территориальными соседями $O_{i_2}^1$ и $O_{i_2}^2$ пограничных объектов $O_{i_3g}, i_{3g} = \overline{1, I_{3g}}, g = \overline{1, G'}$ территориально близких и к одному и к другому, на две части с сохранением их связей внутри g – го территориального образования где G' – количество соседних территориальных образований.

Введем альтернативные переменные:

$$x_g = \begin{cases} 1, \text{ если объекту } O_{i_2}^1 \text{ передается управление объектами } O_{i_3g} \\ g \text{ – го территориального образования;} \\ 0, \text{ в противном случае, } g = \overline{1, G'}. \end{cases}$$

Управление считается эффективным, если среднее значение интегрального показателя \bar{Y}_g^1 по g – му территориальному образованию, либо ближе к значению интегрального показателя объекта $O_{i_2}^1 - Y_{oi_2}^{11}$, либо к значению интегрального показателя объекта $O_{i_2}^2 - Y_{oi_2}^{12}$.

$$\bar{Y}_g^1 = \frac{1}{I_{3g}} \sum_{i_3}^{I_{3g}} Y_{i_3g}^1$$

то требуется минимизировать два критерия

$$\sum_{g=1}^{G'} (Y_{oi_2}^{11} - \bar{Y}_g^1) x_g \rightarrow \min,$$

$$\sum_{g=1}^{G'} (Y_{oi_2}^{12} - \bar{Y}_g^1) (1 - x_g) \rightarrow \min$$

при условии деления на две части количества соседних территориальных образований G' таким образом, чтобы к каждому относилось не менее половины

$$\sum_{g=1}^{G'} x_g \geq \frac{1}{2} G'.$$

Имеем оптимизационную модель

$$\sum_{g=1}^{G'} \left(Y_{oi_2}^{11} - \frac{1}{I_{3g}} \sum_{i_3}^{I_{3g}} Y_{i_3g}^1 \right) x_g \rightarrow \min,$$

$$\begin{aligned} \sum_{g=1}^{G'} (Y_{oi_2}^{12} - \bar{Y}_g^1)(1 - x_g) &\rightarrow \min, \\ \sum_{g=1}^G x_g &\geq \frac{1}{2} G', \\ x_g &= \begin{cases} 1, & g = \overline{1, G'}. \end{cases} \end{aligned} \quad (15)$$

Наконец, третий механизм изменения структуры приводит к постановке задачи структурно-кластерной оптимизации, рассмотренной в [6].

Ресурсно-структурная оптимизация основана на интеграции модели (8) либо с моделью (13), либо (14), а модели (9) с моделью (12). Модель ресурсно-структурной оптимизации для случая интеграции (8) с моделью структурно-кластерной оптимизации предложена в [6].

Таким образом, цифровизация функционирования системы однородных объектов создает предпосылки к использованию данных многоаспектной цифровой среды для формирования и решения целевого ряда задач математического моделирования и численной оптимизации, направленных на повышение эффективности взаимодействия однородных объектов с управляющим центром и внешней средой.

ЛИТЕРАТУРА

1. Каширина И.Л. Интегральное оценивание эффективности сетевых систем с кластерной структурой/И.Л.Каширина, Я.Е.Львович, С.О.Сорокин// Экономика и менеджмент систем управления. –2015. №1.3(15). –С.330-337.
2. Каширина И.Л. Нейросетевое моделирование формирования кластерной структуры на основе ART/И.Л.Каширина, Я.Е.Львович, С.О.Сорокин//Информационные технологии. –2017. №3.–С.228-232.
3. Новиков Д.А. Теория управления организационными системами/Д.А.Новиков.–2-е изд.–М.:Физматлит,2007.–584 с.
4. Львович И.Я. Информационные технологии моделирования и оптимизации: краткая теория и приложения/И.Я.Львович, Я.Е.Львович, В.Н.Фролов.– Воронеж: ИПЦ «Научная книга», 2016.–444 с.
5. Львович Я.Е. Многоальтернативная оптимизация: теория и приложения/Я.Е.Львович//Воронеж: Издательский дом «Кварта», 2006. –426 с.
6. Каширина И.Л. Модели и численные методы оптимизации формирования эффективной сетевой системы с кластерной

структурой/И.Л.Каширина, Я.Е.Львович, С.О.Сорокин//
Информационные технологии. – 2015, №9.– С.657-661.

S.O. Sorokin

OPTIMIZATION MODELING OF THE SYSTEM FUNCTIONING OF HOMOGENEOUS OBJECTS IN A MULTI-ASPECT DIGITAL ENVIRONMENT

Ministry of Economic Development of the Russian Federation

This paper introduces the characterization of a homogeneous objects system and as well as its inter- and intra- functionality. It is proposed a classification scheme for digitalization and optimization of the system functioning of homogeneous objects It is demonstrated that digital transformation causes to create multi-aspect environment with many mathematical models. These models characterize the communication with the managing center, with the external environment and with the components of internal functioning. The necessity of constructing invariant and aspect-oriented optimization models for solving resource and structural problems ensuring the efficiency of the functioning of homogeneous objects and satisfaction of the performance indicators of the objects of the external environment is substantiated.

Keywords: digitalization, multidimensional digital environment, mathematical models, resource and structural optimization.

REFERENCES

1. Kashirina I.L. Integral'noe otsenivanie effektivnosti setevykh sistem s klasternoy strukturoy/I.L.Kashirina, Ya.E.L'vovich, S.O.Sorokin// Ekonomika i menedzhment sistem upravleniya. –2015. No.1.3(15). –pp.330-337.
2. Kashirina I.L. Neyrosetevoe modelirovanie formirovaniya klasternoy struktury na osnove ART/I.L.Kashirina, Ya.E.L'vovich, S.O.Sorokin//Informatsionnye tekhnologii. –2017. No.3.–pp.228-232.
3. Novikov D.A. Teoriya upravleniya organizatsionnymi sistemami/D.A.Novikov.–2-e izd.–M.:Fizmatlit,2007.–584 p.
4. L'vovich I.Ya. Informatsionnye tekhnologii modelirovaniya i optimizatsii: kratkaya teoriya i prilozheniya/I.Ya.L'vovich, Ya.E.L'vovich, V.N.Frolov.– Voronezh: IPTs «Nauchnaya kniga», 2016.–444 p.
5. L'vovich Ya.E. Mnogoal'ternativnaya optimizatsiya: teoriya i prilozheniya/Ya.E.L'vovich//Voronezh: Izdatel'skiy dom «Kvarta», 2006. – 426 p.
6. Kashirina I.L. Modeli i chislennye metody optimizatsii formirovaniya effektivnoy setevoy sistemy s klasternoy strukturoy/I.L.Kashirina, Ya.E.L'vovich, S.O.Sorokin// Informatsionnye tekhnologii. – 2015, No.9.– pp.657-661.