

УДК 621.9.047

doi: 10.26102/2310-6018/2018.23.4.016

В.П. Житников, Н.М. Шерыхалина, А.А. Соколова

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРЕДЕЛЬНО-СТАЦИОНАРНОГО ПРОЦЕССА ЭЛЕКТРОХИМИЧЕСКОГО ОСЕСИММЕТРИЧНОГО ФОРМООБРАЗОВАНИЯ

*Уфимский государственный авиационный технический
университет, Уфа, Россия*

Предлагается способ определения формы обрабатываемой поверхности (анода) электрод-инструментом (катодом) при моделировании предельно-стационарного электрохимического формообразования. Задача сводится к решению краевой задачи для определения двух аналитических функций комплексного переменного. Первая функция производит конформное отображение области параметрического переменного на физическую плоскость. Для ее определения используется интеграл Шварца и сплайн-интерполяция. Для определения потенциала и функции тока осесимметричного поля используются интегральные преобразования второй аналитической функции. Аналитическая функция определяется в виде суммы двух слагаемых. Первое слагаемое учитывает особенности функции, так, чтобы вторая функция особенностей не имела. Вторая функция определяется с помощью интеграла Шварца. Производится интерполяция сплайн-функциями, при этом коэффициенты сплайнов являются производными этих функций, с помощью которых вычисляются составляющие вектора напряженности. Предельно-стационарная осесимметричная задача решается методом коллокаций. Показано, что в предельно-стационарном режиме на обрабатываемой поверхности образуются две зоны: зона растворения материала заготовки с постоянным значением модуля напряженности электрического поля и зона отсутствия растворения, где модуль напряженности меньше критического значения. Представлены результаты численного решения. Проведена оценка погрешности полученных результатов. Проведено сравнение с результатами решения плоской задачи, показавшее их качественное совпадение.

Ключевые слова: электрохимическая обработка, осесимметричная задача, выход по току, предельно-стационарное решение.

Введение.

Появление новых высокопрочных и твердых материалов, усложнение конструкции деталей и повышение технических требований к точности и качеству обработанной поверхности традиционно стимулируют развитие и широкое распространение электрохимических методов обработки, выходные технологические показатели которых практически не зависят от физико-механических свойств обрабатываемого материала. Уникальность

метода для практической технологии состоит в полном отсутствии износа инструмента, отсутствии на обработанной поверхности термически или механически измененного слоя, заусенцев и острых кромок.

Моделирование ЭХО основано на законе Фарадея, согласно которому скорость растворения $V_{есm}$ равна [1]

$$V_{есm} = \frac{k}{\kappa} \eta j, \quad k = \frac{\kappa \varepsilon}{\rho}, \quad (1)$$

где ε – электрохимический эквивалент; ρ – плотность растворяемого материала; κ – электропроводность электролита; j – плотность тока на границе анода; $\eta = \eta(j)$ – выход по току (доля тока, участвующего в реакции растворения металла).

В данной работе зависимость выхода по току от плотности тока моделируется ступенчатой функцией [2–4]

$$\eta(j) = \begin{cases} \eta_0, & j > j_1, \\ 0 \leq \eta \leq \eta_0, & j = j_1, \\ 0, & j < j_1. \end{cases} \quad (2)$$

Рассматривается режим обработки, называемый предельно-стационарным, при котором в каждой точке анода, где происходит растворение, $j = j_1$, а η может изменяться от η_0 до нуля или какой-то минимальной величины. При этом достигается наивысшая степень локализации процесса растворения [5, 6].

Нагревом электролита и газонаполнением пренебрегается, т. е. рассматривается идеальный процесс в однородном электролите. При допущении об однородности среды электрическое поле является потенциальным и соленоидальным, и для решения плоских задач такого типа широко применяются методы теории аналитических функций комплексного переменного [2–6], поскольку удовлетворяются уравнения Коши-Римана для потенциала Φ и функции тока Ψ [7]. Для осесимметричного поля соответствующие уравнения выглядят следующим образом

$$\frac{\partial \Phi}{\partial X} = \frac{1}{Y} \frac{\partial \Psi}{\partial Y}, \quad \frac{\partial \Phi}{\partial Y} = -\frac{1}{Y} \frac{\partial \Psi}{\partial X}, \quad (3)$$

(если осью симметрии является ось X). Наличие множителя $1/Y$ в правых частях уравнений не позволяет напрямую использовать аналитические функции для моделирования распределения потенциала и функции тока. Однако Г.Н. Положим [8] были разработаны интегральные преобразования аналитических функций, позволяющие получить нужные зависимости. В работах [9–12] на основе этих преобразований были

разработаны модификации численно-аналитических методов и решены задачи при $\eta(j)=\text{const}$: нестационарная, стационарная и автомодельная.

Целью данной работы является разработка численно-аналитического метода и исследование характеристик предельно-стационарного процесса.

Постановка задачи. Рассматривается задача по решению уравнений (3) для потенциала электрического поля Φ и функции тока Ψ внутри некоторой осесимметричной области, на границе которой выполняется условие постоянства Φ . Условия на участках обрабатываемой поверхности будут рассмотрены ниже.

Рассмотрим стационарную задачу обработки точечным электродом-инструментом (ЭИ). Меридиональное сечение межэлектродного пространства (МЭП) показано на Рисунке 1. Здесь ADA'' – граница растворяемого материала, точка C – точечный ЭИ, движущийся со скоростью V_{et} горизонтально к обрабатываемой поверхности.

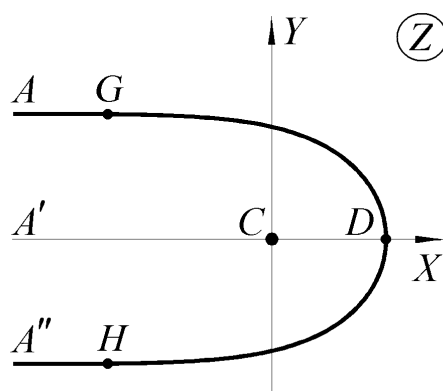


Рисунок 1 – Схема МЭП при предельно-стационарном процессе:
 GDN – зоны постоянного (порогового) значения напряженности;
 AG и $A''H$ – нерастворяемые (прямолинейные) границы

Потенциал Φ и функция тока Ψ осесимметричного поля выражается с помощью интегральных преобразований функции комплексного переменного $f(Z)$, аналитической в области $Z=X+iY$, форма границ которой совпадает с формой границ межэлектродного пространства в меридиональном сечении осесимметричного поля:

$$\Phi(X_0, Y_0) = -\frac{1}{\pi} \text{Im} \int_{X_1}^{Z_0} f(Z) \frac{dZ}{\sqrt{(Z - Z_0)(Z - \bar{Z}_0)}}, \quad (4)$$

$$\Psi(X_0, Y_0) = \frac{1}{\pi} \text{Im} \int_{X_1}^{Z_0} f(Z) \frac{(Z - X_0)dZ}{\sqrt{(Z - Z_0)(Z - \bar{Z}_0)}}, \quad (5)$$

где $Z_0 = X_0 + iY_0$, $\bar{Z}_0 = X_0 - iY_0$. $X_1 + i0$ – некоторая точка на оси симметрии X .

Таким образом, решение осесимметричной задачи сводится к решению некоторой плоской задачи для определения аналитической функции $W(Z)$, представляющей комплексный потенциал некоторого вспомогательного плоского поля. Потенциал и функция тока осесимметричного поля получаются путем интегральных преобразований (4),(5), примененных к функции $f(Z)=dW/dZ$ [1].

Краевые условия вспомогательной плоской задачи записываются в виде интегральных уравнений, которые получаются приравнением к константе правых частей (4) для эквипотенциальных границ или (5) для изолированных.

Отобразим конформно область, соответствующую МЭП на плоскости Z , на полосу $\chi = \sigma + i\nu$ (Рисунок 2,а). При этом задачу определения функции $W(Z)$, аналитической в области МЭП, можно решать в параметрическом виде: найти $W(\chi)$ и $Z(\chi)$.

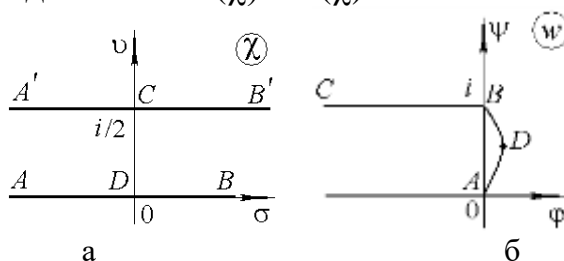


Рисунок 2 – Образы МЭП на плоскостях: а – параметрического переменного χ ;
 б – комплексного потенциала

Краевые условия. Краевым условием для определения функции $W(\chi)$ является условие эквипотенциальности анода $\Phi_a = 0$ (4). При этом на плоскости $w = W/U$ образом области МЭП является криволинейная полуполоса (Рисунок 2,б).

В расчетах более удобно использовать безразмерные величины

$$z = \frac{Z}{l}, \quad x = \frac{X}{l}, \quad y = \frac{Y}{l}, \quad \varphi = \frac{\Phi}{U}, \quad \psi = \frac{\Psi}{Ul}, \quad \tau = \frac{V_{et}t}{l},$$

где l – характерный размер; $U = I/(\kappa l)$, I – ток, t – время. При этом безразмерная скорость ЭИ $v_{et} = dx_C/d\tau = 1$.

Согласно закону Фарадея количество растворенного металла при $\eta = \eta_0 = const$ равно

$$\frac{k\eta_0}{\kappa} \Delta Q = \frac{k\eta_0}{\kappa} I \Delta t = V_{et} S \Delta t,$$

где Q – заряд, протекающий в цепи за время Δt , S – площадь сечения паза,

образующегося при заглублинии ЭИ в тело заготовки $S = \pi R^2$; R – радиус паза. Тогда получим формулу

$$\pi R^2 = \frac{k\eta_0 I}{\kappa V_{et}}, \quad l = 2R = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{k\eta_0 I}{\kappa V_{et}}}.$$

Безразмерная напряженность электрического поля на эквипотенциальном аноде равна

$$e_x + ie_y = \frac{\partial \varphi}{\partial x} + i \frac{\partial \varphi}{\partial y} = \frac{1}{y} \frac{\partial \psi}{\partial y} - i \frac{1}{y} \frac{\partial \psi}{\partial x} = -\frac{i}{y} \frac{\partial \psi}{\partial \sigma} \left(\frac{\partial z}{\partial \sigma} \right)^{-1}.$$

При этом из условия равенства скорости движения ЭИ V_{et} и скорости растворения в точке D V_D в стационарном процессе из (1) получим $V_{et} = k\eta_0 E_D$, $e_D = lE_D/U = 4/\pi$.

Краевым условием для определения функции $Z(\chi)$ в предельном случае является условие

$$|e_x + ie_y| = \frac{1}{y} \frac{\partial \psi}{\partial \sigma} \left| \frac{\partial z}{\partial \sigma} \right|^{-1} = \frac{4}{\pi}, \quad (6)$$

которое должно выполняться на участке границы $\chi = \sigma + i0$, $0 \leq \sigma \leq \sigma_1$, где происходит растворение.

На участке $\sigma > \sigma_1$, где растворения не происходит, должно сохраняться значение $y(\sigma) = y(\sigma_1)$.

Метод решения осесимметричных задач по определению форм, не зависящих от времени, включает два основных этапа: нахождения конформного отображения области параметрического переменного на физическую плоскость и определения потенциала и функции тока с помощью интегральных преобразований аналитической функции.

Конформное отображение. Задача конформного отображения решается следующим образом. В качестве области изменения параметрического переменного $\chi = \sigma + i0$ удобно выбрать полосу ширины $1/2$ с соответствием точек, указанным на Рисунке 2а.

Функция, отображающая плоскость χ на физическую, ищется в виде суммы

$$z(\chi) = gz_0(\chi) + z_\Delta(\chi). \quad (7)$$

При $\chi \rightarrow \infty$ величина $\text{Im } z_\Delta(\chi) \rightarrow 0$. Функция

$$z_0 = -\frac{2}{\pi} \ln \text{ch} \frac{\pi}{2} \left(\chi - \frac{i}{2} \right) = -\frac{1}{\pi} \ln \frac{\text{ch } \pi \sigma}{2} + \frac{i}{\pi} \text{arctg } \text{sh } \pi \sigma \quad (8)$$

является решением плоской стационарной задачи [1] с постоянным

выходом по току. При этом граница $\chi = \sigma + i0$ отображается на поверхность ADB , граница $\chi = \sigma + i/2$ – на разрез $A'CB$. Положение точечного источника $z_0(i/2) = 0$. Производные

$$\frac{dz_0}{d\chi} = -\operatorname{th} \frac{\pi}{2} \left(\chi - \frac{i}{2} \right) = \frac{i}{2} \frac{\operatorname{ch} \pi \chi}{\operatorname{ch}^2 \frac{\pi}{2} \left(\chi - \frac{i}{2} \right)}, \quad \frac{dz_0}{d\sigma} = \left(-\operatorname{th} \pi \sigma + \frac{i}{\operatorname{ch} \pi \sigma} \right). \quad (9)$$

Значения коэффициента g в (7) определяется из условия $\operatorname{Im} z_{\Delta}(\infty + i0) = 0$. Тогда имеем уравнения

$$y(\sigma_1) = y_{\Delta}(\sigma_1) + g \frac{1}{\pi} \operatorname{arctg} \operatorname{sh} \pi \sigma_1,$$

$$y(\infty) = 0 + g \frac{1}{\pi} \frac{\pi}{2} = y(\sigma_1),$$

решая которые, найдем

$$g = 2y(\sigma_1) = \frac{2y_{\Delta}(\sigma_1)}{1 - \frac{2}{\pi} \operatorname{arctg} \operatorname{sh} \pi \sigma_1}, \quad y_{\Delta}(\sigma) = y(\sigma_1) - g \frac{1}{\pi} \operatorname{arctg} \operatorname{sh} \pi \sigma.$$

Функция $z_{\Delta}(\chi)$ аналогично [9–12], получается следующим образом. Будем искать решение на границе $\chi = \sigma$, $0 \leq \sigma \leq \sigma_1$ в узловых точках σ_m ($m=0, \dots, n$). Искомыми будут значения $\operatorname{Im} z_{\Delta}(\sigma_m) = y_m$. Значения $\operatorname{Im} z_{\Delta}(\sigma)$ в промежуточных между узловыми точках найдем с помощью кубического сплайна $P(\sigma)$, имеющего две непрерывные производные.

Для восстановления функции $z_{\Delta}(\chi)$ используем формулу Шварца [7] с учетом того, что $z_{\Delta}(\chi)$ аналитическая функция, имеющая, как и $z_0(\chi)$ чисто действительные значения на прямой $\operatorname{Im} \chi = 1/2$. Аналитически продолжая функцию $z_{\Delta}(\chi)$ на полосу единичной ширины (при этом $\operatorname{Im} z_{\Delta}(\sigma + i) = -\operatorname{Im} z_{\Delta}(\sigma + i0)$), с учетом того, что $z_{\Delta}(\sigma + i0)$ – нечетная функция), получим

$$z_{\Delta}(\chi) = \int_0^{\infty} P(\sigma) \frac{\operatorname{sh} \pi \sigma}{\operatorname{ch} \pi \sigma + \operatorname{ch} \pi \chi} d\sigma + \int_0^{\infty} P(\sigma) \frac{\operatorname{sh} \pi \sigma}{\operatorname{ch} \pi \sigma - \operatorname{ch} \pi \chi} d\sigma. \quad (10)$$

Производная $\frac{\partial z_{\Delta}}{\partial \sigma}(\sigma)$ определяется следующим образом.

Коэффициенты сплайна $P(\sigma)$ равны производным $\frac{\partial y_{\Delta}}{\partial \sigma}(\sigma_m)$. Значения $x_{\Delta}(\sigma_m)$, полученные из (10), интерполируются сплайном $P_1(\sigma)$,

коэффициенты которого равны значениям $\frac{\partial x_{\Delta}}{\partial \sigma}(\sigma_m)$.

Отметим, что согласно (8), (10) $z_0(i/2) = 0$, а

$$z_{\Delta}(i/2) = 2 \int_0^{\infty} P(\sigma) \operatorname{th} \pi \sigma d\sigma.$$

Определение потенциала и функции тока. Способ решения заключается в представлении комплексного потенциала $w(\chi)$ вспомогательной плоской задачи и его производных в виде сумм

$$w(\chi) = w_0(\chi) + w_1(\chi), \quad \frac{\partial w}{\partial \chi}(\chi) = f_0(\chi) + f_1(\chi).$$

где $f_0(\chi) = \frac{i}{\operatorname{ch} \pi \chi}$ определяется из решения плоской задачи.

Будем искать решение в виде функции

$$f_1(\chi) = \frac{\partial w_1}{\partial \chi}(\chi).$$

Искомые параметрами аналогично [9–12], будут значения действительной части функции $\operatorname{Re} f_1(\sigma_m) = f_m$ в узловых точках σ_m , ($m = 1, \dots, 2n$). При $\sigma = \sigma_0 = 0$ $\operatorname{Re} f_1(\sigma_0) = 0$, поскольку действительная часть f_1 – нечетная функция σ . При $\sigma = \sigma_{2n}$ примем $\operatorname{Re} f_1(\sigma_{2n}) = 0$. Значения $\operatorname{Re} f_1(\sigma)$ в промежуточных между узловыми точках найдем с помощью кубического сплайна $S(\sigma)$.

Для восстановления функции $f_1(\chi)$ используем формулу Шварца, аналогичную (10)

$$f_1(\chi) = i \left[\int_0^{\infty} S(\sigma) \frac{\operatorname{sh} \pi \sigma}{\operatorname{ch} \pi \sigma + \operatorname{ch} \pi \chi} d\sigma - \int_0^{\infty} S(\sigma) \frac{\operatorname{sh} \pi \sigma}{\operatorname{ch} \pi \sigma - \operatorname{ch} \pi \chi} d\sigma \right].$$

В связи с наличием особенности функции $f(\sigma)$ в точке C при применении преобразований Положего интегрирование целесообразно проводить от бесконечности. Выражения (4), (5) примут вид

$$\varphi(\sigma_m) = -\frac{1}{\pi} \operatorname{Im} \int_{\sigma_m}^{\sigma_{2n}} [f_0(\sigma) + f_1(\sigma)] \frac{d\sigma}{\sqrt{(z - z(\sigma_m))(z - \bar{z}(\sigma_m))}}, \quad (11)$$

$$\psi(\sigma_m) = \frac{1}{\pi y} \operatorname{Im} \int_{\sigma_m}^{\sigma_{2n}} [f_0(\sigma) + f_1(\sigma)] \frac{(z - x(\sigma_m)) d\sigma}{\sqrt{(z - z(\sigma_m))(z - \bar{z}(\sigma_m))}}. \quad (12)$$

Условие эквипотенциальности обрабатываемой поверхности $\chi = \sigma_0$ при решении методом коллокаций приводит к системе уравнений

$$F_m = \varphi(\sigma_m) - \varphi(\sigma_n) = 0, \quad m = 1, \dots, 2n - 1. \quad (13)$$

Условие (6) представляет собой нелинейное уравнение для определения неизвестной функции $z_{\Delta}(\sigma)$.

Задача решается методом коллокаций. Искомыми являются значения $\operatorname{Im} z_{\Delta}(\sigma_m) = y_m$, ($m=1, \dots, n-1$), $\operatorname{Re} f_1(\sigma_m) = f_m$ ($m=1, \dots, 2n-1$) в узловых точках σ_m (как было указано выше, $y_0 = 0$, $f_0 = f_{2n} = 0$). Для определения этих параметров составим систему нелинейных уравнений, потребовав выполнение уравнений (6) при $\sigma = \sigma_m$ ($m=1, \dots, n-1$) и (13) при $\sigma = \sigma_m$ ($m=1, \dots, 2n-1$). Образ точки G на плоскости χ (σ_n) также является искомым параметром. Для его определения в систему включается уравнение $\frac{dS}{d\sigma}(\sigma_n) = 0$. Максимальное значение σ_{2n} выбирается равным 12. Тем самым, получим систему $3n-1$ нелинейных уравнений, которая решается методом Ньютона с регулированием шага.

Численные результаты. На Рисунках 3, 4 представлены формы обрабатываемой поверхности, а также зависимость напряженности от абсциссы обрабатываемой поверхности, в сравнении с плоским случаем, решение которого получается по формуле [5]

$$Z = \frac{i}{3\sqrt{3}\pi E_1} \left[\frac{-6}{\sqrt{3\sin^{-2} \pi \psi - 4 + 2i}} + i \ln \frac{\sqrt{3\sin^{-2} \pi \psi - 4 + 2i}}{\sqrt{3\sin^{-2} \pi \psi - 4 - i}} - i \frac{3}{2} - 2i \ln 2 \right].$$

Согласно этой формуле для плоской задачи

$$x_D = \frac{1}{3\sqrt{3}\pi} \left(\frac{3}{2} + 2 \ln 2 \right), \quad y_G = \frac{1}{3\sqrt{3}\pi}.$$

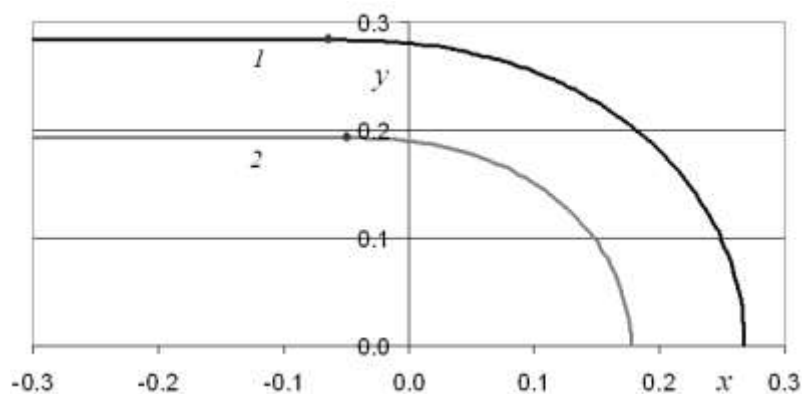


Рисунок 3. Сравнение предельно-стационарных форм для осесимметричной задачи (кривая 1) и для плоской задачи (кривая 2)

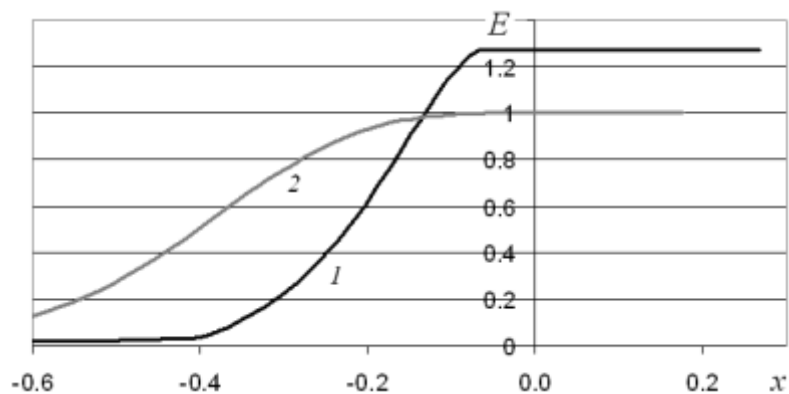


Рисунок 4. Зависимости безразмерной напряженности от абсциссы для осесимметричной задачи (кривая 1) и для плоской задачи (кривая 2)

Оценка погрешности численного решения проводилась методом фильтрации результатов вычислений [13-16]. На Рисунке 5 результаты фильтрации представлены в логарифмическом масштабе. По оси ординат отмечены десятичные логарифмы абсолютных величин полученных оценок относительных погрешностей $\delta - \lg \delta$, (точность полученных данных). По оси абсцисс отложены десятичные логарифмы числа отрезков разбиения n (которое изменялось от 32 до 243 с увеличением в 1.5 раза). В качестве оцениваемых параметров на Рисунке 5,а рассмотрена абсцисса

центральной точки x_D , а на Рисунке 5,б – ордината переходной точки y_G . Цифрой 0 отмечены оценки точности вычисленных данных, цифрами 1, 2, ... результаты первой, второй и т.д., фильтрации. Разность ординат между двумя кривыми представляет собой логарифм отношения оценок для разных фильтраций. Это отношение называется размытостью оценки. На уровне 7-8-го знака наблюдается нарушение регулярности, вызванное погрешностью округления. На Рисунке 5,а обнаружены компоненты n^{-1} , n^{-2} , порядков (при этом компонента 2-го порядка оказалась мощнее, чем первого). На Рисунке 5,б порядки компонент начинаются со 2-го. С помощью фильтрации получены и подтверждены значения $x_D=0.2678119\pm 10^{-7}$, $y_G=0.283235439\pm 10^{-7}$.

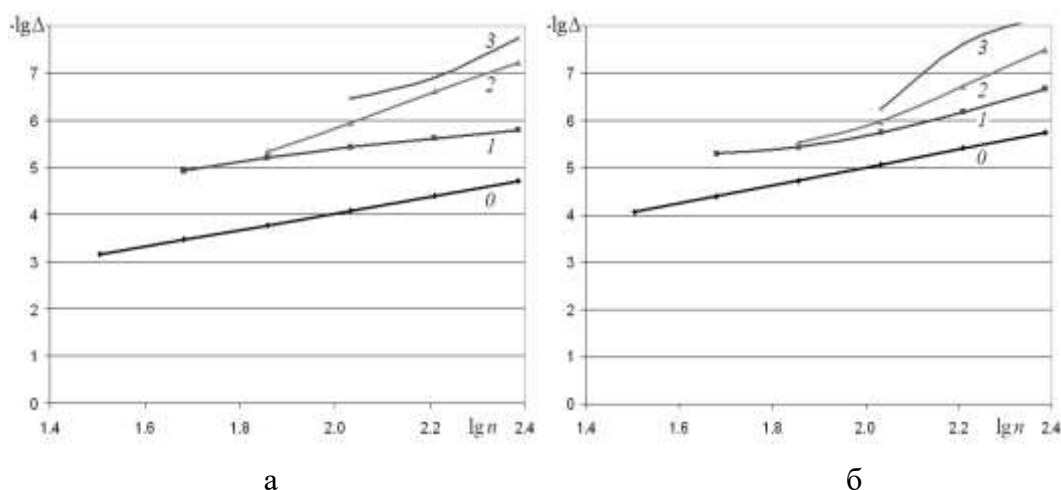


Рисунок 5. Оценка относительной погрешности решения осесимметричной задачи:

а – абсциссы центральной точки D ; б – ординаты точки G

Заключение. Таким образом, в данной работе рассмотрена теоретическая модель прецизионной обработки сферическим электродом-инструментом малого радиуса, который приближенно может быть представлен точкой.

Предложена модификация численно-аналитического метода решения задачи предельно-стационарной электрохимической обработки точечным электродом-инструментом в осесимметричной постановке, основанного на интегральных преобразованиях аналитической функции.

Приведены формы поверхности, образующиеся при предельно-стационарной обработке, и найдены численные значения параметров, характеризующих формы.

Проведена оценка погрешности геометрических параметров, показавшая, что значения координат границы вычислены с точностью до 7

значащих цифр.

Работа поддержана грантом РФФИ 17-07-00356.

ЛИТЕРАТУРА

1. Житников В.П., Зайцев А.Н. Импульсная электрохимическая размерная обработка. М.: Машиностроение, 2008. – 413 с.
2. Житников В.П., Зиннатуллина О.Р., Ошмарина Е.М., Федорова Г.И. Моделирование электрохимического формообразования при ограничениях на растворение // Научно-технические ведомости СПбГПУ. СПб. 2009. – №4 (82). – С. 221–224.
3. Житников В.П., Ошмарина Е.М., Федорова Г.И. Использование разрывных функций для моделирования растворения при стационарном электрохимическом формообразовании // Изв. Вузов. Математика. 2010, – № 10. – С. 77–81.
4. Житников В.П., Ошмарина Е.М., Поречный С.С., Федорова Г.И. Предельная модель электрохимической размерной обработки металлов // ПМТФ. 2014. – Т. 55, – № 4. – С. 193–201.
5. Zhitnikov V.P., Sherykhalina N.M., Zaripov A.A. Modelling of precision steady-state and non-steady-state electrochemical machining by wire electrode-tool // Journal of Materials Processing Technology. 2016, – Vol. 235, – pp. 49–54.
6. Zhitnikov V.P., Sherykhalina N.M., Porechny S.S. Stationary electrochemical machining simulation applying to precision technologies, in Bulletin of the South Ural State University. Ser. Mathematical Modelling, Programming & Computer Software (Bulletin SUSU MMCS, Chelyabinsk, Russia), 2017. – Vol. 10, – № 4, – pp. 15–25.
7. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного. – М.: Наука, 1973. – 736 с.
8. Положий Г.Н. Обобщение теории аналитических функций комплексного переменного. Киев: Киев. ун-т, 1965. – 442 с.
9. Житников В.П., Зиннатуллина О.Р. Моделирование нестационарных процессов электрохимического формообразования точечным электродом-инструментом // Вестник УГАТУ, 2007. – Т. 9, – №4 (22). – С. 95 – 103.
10. Житников В.П., Зиннатуллина О.Р., Поречный С.С., Шерыхалина Н.М. Особенности установления предельных решений нестационарных осесимметричных задач Хеле-Шоу // ПМТФ. 2009. – Т. 50. – №4. – С. 87-99.

11. Шерыхалина Н.М., Зиннатуллина О.Р., Соколова А.А. Моделирование стационарного процесса электрохимического осесимметричного формообразования точечным электродом-инструментом // Успехи современной науки. Белгород. 2017. – Т. 2, – № 8. – С 137 – 144.
12. Зиннатуллина О.Р., Шерыхалина Н.М., Житникова Н.И. Моделирование автомодельного процесса электрохимического осесимметричного формообразования // Вестник УГАТУ. 2017. – Т. 21, – №4. – С. 32–40.
13. Житников В.П., Шерыхалина Н.М. Методы верификации математических моделей в условиях неопределенности // Вестник УГАТУ. 2000. № 2. -С. 53-60.
14. Житников В.П., Шерыхалина Н.М. Обоснование методов фильтрации результатов численного эксперимента // Вестник УГАТУ, 2007. – Т. 9, – №3 (21). –С. 71-79.
15. Житников В.П., Шерыхалина Н.М., Поречный С.С. Об одном подходе к практической оценке погрешностей численных результатов // Научно-технические ведомости СПбГПУ. – 2009. – №3(80), СПб. – С. 105-110.
16. Zhitnikov V.P., Sherykhalina N.M., Sokolova A.A. Problem of Reliability Justification of Computation Error Estimates. Mediterranean Journal of Social Sciences, 2015. – Vol. 6, – № 2, – pp. 65 – 78.

V.P. Zhitnikov, N.M. Sherykhalina, A.A. Sokolova
**MODELLING OF LIMIT STATIONARY PROCESS OF THE
ELECTROCHEMICAL AXISYMMETRIC SHAPING**

Ufa State Aviation Technical University, Ufa, Russia

The method of definition of a form of the machining surface (anode) by an electrode tool (cathode) is offered when modeling a limit-stationary electrochemical shaping. The problem is reduced to the solution of a boundary problem for definition of two analytical functions of the complex variable. The first function makes conformal mapping of region of parametrical variable on the physical plane. For its determination Schwartz's integral and a spline interpolation are used. For determination of potential and stream function of an axisymmetric field integration transformations of the second analytical function are used. Analytical function is defined in the form of the sum of two addends. The first addend considers singularities of function so that the second had no singularities. The second function is defined by Schwartz's integral. Interpolation by spline functions is made, thus coefficients of splines are derivatives of these functions by means of which strength vector components are calculated. The limit-stationary axisymmetric problem is solved by method of collocations. It is shown that in the limit-stationary mode on the machined surface two zones are formed: a workpiece material dissolution zone with constant value of the module of intensity of electric field and a zone of lack of dissolution where the module of intensity is less than critical value. Results of the numerical solution are presented. The error estimation of

the obtained results is carried out. The comparison with results of the solution of a plane problem is carried out, which showed qualitative coincidence of them.

Keywords: electrochemical machining, axisymmetric problem, current efficiency, stationary solution.

REFERENCES

1. Zhitnikov V.P., Zaytsev A.N. Impulse electrochemical dimensional machining. Moscow: Mashinostroenie, 2008. – 413 p.
2. Zhitnikov V.P., Zinnatullina O.R., Oshmarina E.M., Fedorova G.I. Modeling of an electrochemical shaping at restrictions on dissolution // Scientific and technical sheets SPbGPU. Saint Petersburg. 2009. – №4 (82), – pp. 221–224.
3. Zhitnikov V.P., Oshmarina E.M., Fedorova G.I. The use of discontinuous functions for modeling the dissolution process of steady-state electrochemical shaping // Russian Mathematics: Alerton Press, Inc., 2010. – Vol. 54, – No.10, – pp. 67-70.
4. Zhitnikov V.P., Oshmarina E.M., Porechny S.S., Fedorova G.I. Limit model of electrochemical dimensional machining of metals. Journal of Applied Mechanics and Technical Physics, 2014, – Vol.55, – No.4, – pp.718–725.
5. Zhitnikov V.P., Sherykhalina N.M., Zaripov A.A. Modelling of precision steady-state and non-steady-state electrochemical machining by wire electrode-tool // Journal of Materials Processing Technology. 2016, – Vol. 235, – pp. 49–54.
6. Zhitnikov V.P., Sherykhalina N.M., Porechny S.S. Stationary electrochemical machining simulation applying to precision technologies, in Bulletin of the South Ural State University. Ser. Mathematical Modelling, Programming & Computer Software (Bulletin SUSU MMCS, Chelyabinsk, Russia), 2017. – Vol. 10, – № 4, – pp. 15–25.
7. Lavrentiev M.A., Shabat B.V. Methods of the theory of functions of the complex variable. – Moscow: Science, 1973. – 736 p.
8. Polozhiy G.N. Generalization of analytic functions of complex variable theory. Kiev University, 1965. – 442 p.
9. Zhitnikov V.P., Zinnatullina O.R. Modeling of nonstationary processes of an electrochemical shaping by point electrode-tool // Vestnik UGATU. 2007. – Vol. 9, – №4 (22), – pp. 95–103.
10. Zhitnikov V.P., Zinnatullina O.R., Porechny S.S., Sherykhalina N.M. Determining the limiting solutions of nonstationary axisymmetric Hele-Shaw problems // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics, – Vol. 50, – № 4, 2009, – pp. 617–627.

11. Sherykhalina N.M., Zinnatullina O.R., Sokolova A.A. Modeling of stationary process of an electrochemical axisymmetric shaping by point electrode-tool // Achievements of modern science. Belgorod. 2017. – Vol. 2, – № 8, – pp. 137 – 144.
12. Zinnatullina O.R., Sherykhalina N.M., Zhitnikova N.I. Modeling of self-similar process of an electrochemical axisymmetric shaping // Vestnik UGATU. 2017. – Vol. 21, – №4, – pp. 32–40.
13. Zhitnikov V.P., Sherykhalina N.M. Methods of verification of mathematical models in the conditions of uncertainty // Vestnik UGATU. 2000. – № 2, – pp. 53–60.
14. Zhitnikov V.P., Sherykhalina N.M. Justification of methods of a filtration of results of numerical experiment // Vestnik UGATU, 2007. – Vol. 9, – №3 (21), – pp. 71–79.
15. Zhitnikov V.P., Sherykhalina N.M., Porechny S.S. About one approach to a practical estimation of errors of numerical results // Scientific and technical sheets SPbGPU. – 2009. – №3(80), Saint Petersburg, – pp. 105–110.
16. Zhitnikov V. P., Sherykhalina N.M., Sokolova A.A. Problem of Reliability Justification of Computation Error Estimates. Mediterranean Journal of Social Sciences, 2015. – Vol. 6, – № 2, – pp. 65–78.