УДК 519.852 DOI: 10.26102/2310-6018/2019.25.2.002

А.В. Ганичева

МЕТОД РЕШЕНИЯ НЕКОТОРЫХ КЛАССОВ ОПТИМИЗАЦИОННЫХ ЗАДАЧ

Тверская государственная сельскохозяйственная академия, Тверь, Россия

Актуальность данной работы обусловлена широким распространением во всех сферах жизнедеятельности важных практических задач, которые могут быть решены методами линейного программирования. Основной трудностью при применении универсального способа решения таких задач (симплекс-метода) является его вычислительная сложность. Для решения данной проблемы разрабатываются специальные методы решения частных задач линейного программирования, например, для положительных или ограниченных исходных данных. Эти частные случаи обоснованы экономическим, социальным, техническим, технологическим смыслом. В данной статье разработан метод максимизация линейной функции при одном линейном ограничении с положительными коэффициентами. Этот метод обобщен на случай максимизации линейной функции при нескольких линейных ограничениях. Полученные теоретические результаты обоснованы доказательством соответствующих теорем. Для иллюстрации полученных результатов приведены числовые примеры. Алгоритмическая сложность разработанного метода оцененa для решаемых задач путем подсчета числа использованных операций и сравнении с их количеством при использовании симплекс-метода. Полученные результаты позволяют решать прикладные оптимизационные задачи в различных областях, в том числе в задачах планирования выпуска продукции, рационального питания и диеты, управления образовательным процессом и т.д.

Ключевые слова: задача линейного программирования, функция, ограничение, коэффициент, симплекс – метод, оптимальное решение.

Введение. Решение оптимизационных задач линейного программирования (ЛП) является актуальной задачей многих сфер деятельности: для отбора информативных факторов в регрессионной модели [1, 2], управления качеством обучения [3, 4], оптимального планирования учебных часов [5], размещения консультационных пунктов [6], менеджмента качества учебных планов [7], формирования инновационного кадрового потенциала [8], организации охраны автотранспортных парков [9], исследования систем в растениеводстве [10]. Другие прикладные задачи линейного программирования рассмотрены в работе [11].

Основной метод решения задач линейного программирования – симплекс-метод [12]. Этот метод позволяет решить любую задачу ЛП и в случае ее неразрешимости получать соответствующий обоснованный ответ.

Недостатком симплекс-метода является его сложность [13]. В ряде практически важных случаев оптимизационные задачи можно решить более просто, чем симплекс-методом. Например, в статье [14] разработаны новые алгоритмы решения задач линейного программирования со специальной структурой (когда матрица ограничений имеет узкоблочную с окаймлением структуру), быстрый приближенный алгоритм для задачи положительного линейного программирования приведен в работе [15], примеры решения оптимизационных задач с дополнительными ограничениями на переменные приведены в статье [16].

В предлагаемой работе изложен оригинальный метод решения важного класса задач линейного программирования.

Цель работы заключается в решении следующих задач:

1. Максимизация линейной функции при одном линейном ограничении.

2. Максимизация линейной функции при нескольких линейных ограничениях.

1. Максимизация линейной функции при одном линейном ограничении с положительными коэффициентами

Теорема 1. Если максимизируется функция $L = \sum_{i=1}^{n} c_i \cdot x_i + c_0$, причем $\sum_{i=1}^{n} d_i x_i = d$, $d_i > 0,\ c_i \neq 0\ (i = \overline{1,n}),\ d \geq 0$, то $\max\limits_{1 \leq i \leq n} \frac{c_i}{d_i}$ достигается в единственной точке при $i = i_0,\ x_i \geq \gamma_i,\ \gamma_i \geq 0\ (i \neq i_0),\ x_{i0} \geq 0$, тогда

$$L_{\max} = \sum_{i \neq i_0} c_i \cdot \gamma_i + c_0 + \frac{c_{i_0}}{d_{i_0}} \cdot (d - \sum_{i \neq i_0} d_i \gamma_i). \qquad (1)$$

Доказательство.

Пусть $L_1 = \sum_{i \neq i_0} c_i \cdot \gamma_i + c_0 + \frac{c_{i_0}}{d_{i_0}} \cdot (d - \sum_{i \neq i_0} d_i \gamma_i)$. Предположим, что функция L принимает максимальное значение, равное L_0, в точке $(x_1^0, x_2^0, ..., x_n^0)$, тогда L_0 можно представить в виде:

$$L_0=\sum_{i\neq i_0}c_i\cdot x_i^0+c_0+\frac{c_{i_0}}{d_{i_0}}\cdot(d-\sum_{i\neq i_0}d_ix_i^0).$$

Достаточно доказать, что $L_1\geq L_0$. Найдем

$$L_1-L_0=\sum_{i\neq i_0}c_i\cdot\gamma_i+c_0+\frac{c_{i_0}}{d_{i_0}}\cdot(d-\sum_{i\neq i_0}d_i\gamma_i)-\sum_{i\neq i_0}c_i\cdot x_i^0-c_0-\frac{c_{i_0}}{d_{i_0}}\cdot(d-\sum_{i\neq i_0}d_ix_i^0)=$$
$$=\sum_{i\neq i_0}c_i\cdot(\gamma_i-x_i^0)-\sum_{i\neq i_0}\frac{c_{i_0}\cdot d_i}{d_{i_0}}(\gamma_i-x_i^0)=\sum_{i\neq i_0}(\gamma_i-x_i^0)\cdot(c_i-\frac{c_{i_0}\cdot d_i}{d_{i_0}}).$$

По условию, для любого $i\neq i_0$ $\gamma_i\leq x_i$, поэтому $\gamma_i\leq x_i^0$, кроме того, из определения c_{i_0} следует, что $c_i\leq\frac{c_{i_0}\cdot d_i}{d_{i_0}}$, следовательно, $L_1-L_0\geq 0$ и $L_1\geq L_0$. Теорема доказана.

Отметим, что если $\sum_{i\neq i_0}d_i\gamma_i\geq d,$ то решения нет.

Замечание. Если некоторые переменные из L не входят в левую часть ограничения, то в L_{max} каждой такой переменной присваивается ее верхняя граница. Теорема применяется к оставшимся переменным.

Доказанная теорема позволяет находить максимальное значение линейной функции при линейном ограничении без использования симплекс – метода, что существенно упрощает решение целого класса задач линейного программирования.

При минимизации функции L исследуется на максимум $\tilde{L}=-L$.

Рассмотрен случай, когда $\max\limits_{1\leq i\leq n}\frac{c_i}{d_i}$ достигается в единственной точке. Предположим, теперь, что таких точек $1<k\leq n$. Пусть, для определенности, $\max\limits_{1\leq i\leq n}\frac{c_i}{d_i}$ достигается при $i=i_q(q=\overline{1,k})$, тогда $x_i\geq\gamma_i$, $i\neq i_q$, $x_{iq}\geq 0$ $(q=\overline{1,k})$. Нетрудно показать, аналогично тому, как это сделано в теореме 1, что

$$L_{\max}=\sum_{\substack{i\neq i_q\\(q=\overline{1,k})}}c_i\cdot\gamma_i+c_0+\frac{c_{i_1}}{d_{i_1}}(d-\sum_{\substack{i\neq i_q\\(q=\overline{1,k})}}d_i\cdot\gamma_i).\qquad(2)$$

Нетривиальным линейным ограничением будем называть линейное ограничение, связывающее несколько переменных.

Итак, рассмотрен случай, когда все коэффициенты нетривиальных линейных ограничений неотрицательные. Рассмотрим обобщение теоремы 1, когда $d_i \ge 0$ при $i=\overline{1,t}$ и $d_i < 0$ при $i=\overline{t+1,n}$, причем $c_i \ne 0\ (i=\overline{1,n}),\ d \ge 0$. Пусть $\max\limits_{1\le i\le n} \frac{c_i}{d_i}$ достигается в единственной точке $i = i_0$, при этом $d_{i_0} \ne 0$, $x_i \ge \gamma_i$, $\gamma_i \ge 0$, $x_i \le \delta_i$ $(i \ne i_0)$, $x_{i0} \ge 0$. Если $d_{i_0} \ge 0$, то

$$\sum_{i=1, i\ne i_0}^{t} d_i\gamma_i + \sum_{i=i+1, i\ne i_0}^{n} d_i\delta_i \le d, \qquad (3)$$

в противном случае знак неравенства – противоположный. Тогда имеет место следующее утверждение.

Теорема 2. При перечисленных условиях

$$L_{\max} = \sum_{i=1, i\ne i_0}^{t} c_i\gamma_i + \sum_{i=t+1, i\ne i_0}^{n} c_i\delta_i + c_0 + \frac{c_{i_0}}{d_{i_0}}(d - \sum_{i=1, i\ne i_q}^{t} d_i\cdot\gamma_i - \sum_{i=t+1, i\ne i_0}^{n} d_i\delta_i). \qquad (4)$$

Доказательство.

Доказательство аналогично доказательству теоремы 1. Пусть L достигает максимального значения L_0 в точке $(x_1^0, x_2^0, ..., x_n^0)$, т.е. $L_0 = \sum\limits_{i=1}^{n} c_i x_i^0 + c_0$ и $\sum\limits_{i=1}^{n} d_i x_i^0 = d$. Представим L_0 в следующем виде, используя нетривиальные ограничения для выражения $x_{i_o}^0$. А именно, пусть

$$L_0 = \sum_{i\ne i_0} c_i\cdot x_i^0 + c_0 + \frac{c_{i_0}}{d_{i_0}}\cdot(d - \sum_{i\ne i_0} d_i x_i{}^0) \qquad (5)$$

и L_1 определяется по формуле (4). Найдем

$$L_1 - L_0 = \sum_{i=1, i\ne i_0}^{t} c_i(\gamma_i - x_i^0) + \sum_{i=t+1, i\ne i_0}^{n} c_i(\delta_i - x_i^0) - \sum_{i=1, i\ne i_0}^{t} \frac{c_{i_0}}{d_{i_0}} d_i(\gamma_i - x_i^0) - \sum_{i=t+1, i\ne i_0}^{n} \frac{c_{i_0}}{d_{i_0}} d_i(\delta_i - x_i^0) =$$

$$= \sum_{i=1, i\ne i_0}^{t} (\gamma_i - x_i^0)\left(c_i - \frac{c_{i_0}}{d_{i_0}} d_i\right) + \sum_{i=t+1, i\ne i_0}^{n} (\delta_i - x_i^0)\left(c_i - \frac{c_{i_0}}{d_{i_0}} d_i\right). \qquad (6)$$

Первая сумма положительна, т.к. $\gamma_i \le x_i^0$ и $\frac{c_i}{d_i} \le \frac{c_{i_0}}{d_{i_0}}$ при $d_i \ge 0$ и $i=\overline{1,t},\ i \ne i_0$. Вторая сумма положительна, поскольку $\delta_i \ge x_i$ и $\frac{c_i}{d_i} \ge \frac{c_{i_0}}{d_{i_0}}$ при $d_i < 0$ и $i=\overline{t+1,n},\ i \ne i_0$. Следовательно, $L_1 \ge L_0$. Теорема доказана.

Проиллюстрируем данную теорему на следующем примере. Надо найти максимум функции

$$L = 2x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 + 5x_5 - x_6 + 2$$

при ограничениях:

$$x_1 - 2x_2 + 3x_3 - x_4 + x_5 - x_6 = 3,\ 1 \le x_1 \le 2,\ 1 \le x_2 \le 3,\ 0 \le x_3 \le 1,\ 1 \le x_4 \le 2,\ 0 \le x_5,\ 2 \le x_6 \le 3.$$

Здесь $i_0 = 5$, поэтому для переменной x_5 указана только нижняя граница. При этом $d_5 = 1 > 0$ и $1 \cdot 1 + 3 \cdot 0 - 2 \cdot 3 - 1 \cdot 2 - 1 \cdot 3 = -7 < d = 3$. Таким образом, определены условия теоремы 2. Следовательно, по формуле (4):

$$L_{\max} = 2 \cdot 1 - 1 \cdot 3 - 2 \cdot 2 + 5 \cdot (3 + 2 \cdot 3 - 3 \cdot 0 - (-1) \cdot 2 - (-1) \cdot 3) - 3 + 2 = 34.$$

При этом $x_1 = 1,\ x_2 = 3,\ x_3 = 0,\ x_4 = 2,\ x_6 = 3,\ x_5 = 3 + 2 \cdot 3 - 3 \cdot 0 + 2 + 3 = 14.$

Подсчитаем число использованных операций сложения, умножения, сравнения и присваивания при решении данного примера согласно алгоритму рассмотренного метода.

1. При отыскании i_0 использованы 6 операций деления и 6 операции сравнения полученных частных $\frac{c_i}{d_i}$ $(i = 3,4,5,6)$.

2. Далее идет присваивание переменным x_i $(i \ne i_0)$ значений γ_i либо δ_i в зависимости от знаков d_i. Для этого используется 5 операций сравнения и 5 операций присваивания.

3. При проверке условия (3) использованы 5 операций умножения d_i на значения x_i, 4 операции сложения полученных произведений и 1 операция сравнения полученной суммы с d (правой частью(3)).

4. При вычислении x_{i_0} использованы 5 операций умножения, 4 сложения и 1 вычитания.

5. Окончательно при вычислении $L_{\max}$ используются 6 операций умножения и 6 операций сложения.

Таким образом, всего при решении данного примера использовано 54 операции.

В общем случае, если n-число переменных в L, то общее число указанных операций, согласно предложенному методу, будет:

1) $2 \cdot n;$

2) $2 \cdot (n-1);$

3) $n-1+n-2+1=2(n-1)$;

4) $n-1+n-2+1=2(n-1)$;

5) $2\cdot n$;

Всего: $10\cdot n-6$ операций.

При решении данного примера симплекс-методом только для представления ограничений в стандартной форме понадобится введение 11 новых переменных, т. е. 12 операций присваивания с учетом первого ограничения. При переходе от базисного решения к опорному решению только для построения первой симплекс-Таблицы будет использовано более 70 операций.

Замечание. Если в (2) имеются переменные, не входящие в нетривиальное ограничение, то при отрицательном коэффициенте c_i данной переменной присваивается значение ее нижней границы, в случае положительности c_i -значение ее верхней границы.

2. Максимизация линейной функции при нескольких линейных ограничениях

Обобщим случай, определяемый формулой (4), следующим образом. Задача заключается в нахождении максимального значения функции

$$L=\sum_{i=1}^{n}c_i x_i + c_0 \qquad (7)$$

при ограничениях

$$\sum_{u=1}^{S_k} d_{ki}x_i = d_k\ , \qquad (8)$$

где $k=\overline{1,l},\, d_k \ge 0.$.

Пусть для каждого $k=\overline{1,l}$ в (8) найдется переменная x_{i_k} , не содержащаяся в других уравнениях системы (8). Допустим $0\le\gamma_i\le x_i\le\delta_i$ для $i\ne i_k$ и $x_{i_k}\ \ge 0$.

Положим

$$\begin{cases}\beta_i=\gamma_i,\ \text{если}\ c_i-\sum\limits_{k=1}^{l}\dfrac{c_{i_k}}{d_{ki_k}}d_{ki}<0,\\ \beta_i=\delta_i,\ \text{в противном случае.}\end{cases} \qquad (9)$$

При этом для $k=\overline{1,l}$ выполняются условия:

$$\begin{cases} \sum_{i=1, i\neq i_k}^{S_k} d_{ki}\beta_i \le d_k, \ если \ d_{ki_k} \ge 0, \\ \sum_{i=1, i\neq i_k}^{S_k} d_{ki}\beta_i > d_k, \ если \ d_{ki_k} < 0. \end{cases} \tag{10}$$

Теорема 3. При сформулированных условиях максимальное значение

$$L_{\max} = \sum_{\substack{i\neq i_k \\ (k=\overline{1,l})}} c_i \cdot \beta_i + c_0 + \sum_{k=1}^{l} \frac{c_{i_k}}{d_{ki_k}}(d_k - \sum_{u\neq u_k} d_{ki}\cdot\beta_i), \tag{11}$$

Доказательство

Обозначим через L_1 правую часть равенства (11). Допустим, что функции L принимает максимальное значение, равное L_0, в точке $(x^0{}_1, x^0{}_2, \ldots, x^0{}_n)$. Тогда L_0 можно представить в виде:

$$L_0 = \sum_{\substack{i\neq i_k \\ (k=\overline{1,l})}} c_i \cdot x_i^0 + c_0 + \sum_{k=1}^{l} \frac{c_{i_k}}{d_{ki_k}}(d_k - \sum_{i\neq i_k} d_{ki}\cdot x_i^0).$$

Найдем разность L_1-L_0. Имеем:

$$L_1 - L_0 = \sum_{\substack{i\neq i_k \\ (k=\overline{1,l})}} c_i(\beta_i - x_i^0) - \sum_{k=1}^{l}\frac{c_{i_k}}{d_{ki_k}}\cdot\sum_{i\neq i_k} d_{ki}\cdot(\beta_i - x_i^0) = \sum_{\substack{i\neq i_k \\ (k=\overline{1,l})}} (\beta_i - x_i^0)\cdot\left(c_i - \sum_{k=1}^{l}\frac{c_{i_k}}{d_{ki_k}} d_{ki}\right). \tag{12}$$

Поскольку $\gamma_i \le x_i^0$, $\delta_i \ge x_i^0$, то из (9) следует, что слагаемые в (12) неотрицательны. Отсюда следует, что $L_1 \ge L_0$. Теорема доказана.

Если в (7) L содержит некоторые переменные, которых нет в (8), то в $L_{\max}$ каждая такая переменная x_i принимает значение δ_i, если $c_i > 0$, и принимает значение γ_i в противном случае.

Рассмотрим пример. Пусть максимизируется функция

$$L = 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 - x_4 + 5x_5 - x_6 + 3x_7 + 1$$

при ограничениях:

$$2x_3 - x_5 + 2x_6 = 3,\ x_4 + x_5 - x_6 + 2x_7 = 2,\ 0 \le x_1 \le 2,\ 2 \le x_2 \le 3,\ 1 \le x_5 \le 2,\ 2 \le x_6 \le 3,$$
$$0 \le x_7 \le 1,\ x_3 \ge 0,\ x_4 \ge 0.$$

Здесь для переменных x_3 и x_4 указана только нижняя граница, поскольку именно каждая из этих переменных не входит в правую часть другого уравнения. Правда, переменная x_7 тоже не входит в правую часть первого нетривиального ограничения. Поэтому можно было бы вместо x_4 рассматривать переменную x_7. В этом случае для x_4 указываются обе границы, а для x_7 -только нижняя.

Согласно условию (9), для переменной x_5

$\beta_5 = \delta_5 = 2$, т. к. $c_5 - \frac{c_3}{d_{13}} \cdot d_{15} - \frac{c_4}{d_{24}} \cdot d_{25} = 8 > 0,$

для переменной x_6

$\beta_6 = \delta_6 = 2$, т. к. $c_6 - \frac{c_3}{d_{13}} \cdot d_{16} - \frac{c_4}{d_{24}} \cdot d_{26} = -6 < 0,$

для переменной x_7

$\beta_7 = \delta_7 = 2$, т. к. $c_7 - \frac{c_4}{d_{24}} \cdot d_{27} = 5 > 0.$

При этом выполняются все ограничения, в том числе нетривиальные, поскольку при подстановке в эти ограничения $x_5 = 2$, $x_6 = 2$, $x_7 = 1$ получаем: $x_3 = \frac{1}{2}$, $x_4 = 0$. Таким образом, $L_{\max} = 14$. Число операций не превосходит 33.

При решении данного примера симплекс-методом потребуется не менее 40 операций сложения, умножения, сравнения, присваивания только при приведении данных к стандартному виду и построении первой симплекс-Таблицы.

Обратим внимание на то, что условие теоремы, заключающееся в том, что для каждого нетривиального ограничения найдется содержащаяся в нем переменная, не входящая в другие нетривиальные ограничения, всегда выполнимо. Действительно, путем равносильных элементарных преобразований систему уравнений можно привести к виду:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 = b_{11}x_{s+1} + \ldots + b_{1q}x_q + b_1, \\ a_{22}x_2 = b_{11}x_{s+1} + \ldots + b_{2q}x_q + b_2, \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_{ss}x_s = b_{11}x_{s+1} + \ldots + b_{sq}x_q + b_q. \end{cases}$$

Отметим, что число операций при этом не превосходит $s^3 + \frac{s^2}{2} - \frac{3}{2}s.$

Заключение. Итак, в данной статье для важного класса оптимизационных задач предложен достаточно простой и универсальный метод их решения, дающий конкретную формулу для экстремального значения целевой функции.

ЛИТЕРАТУРА

1. Базилевский М.П. Отбор информативных регрессоров с учетом мультиколлинеарности между ними в регрессионных моделях как задача частично-булевого линейного программирования // Моделирование, оптимизация и информационные технологии. - 2018. - 2 (22). - С. 104-118.
2. Базилевский М.П. Сведение задачи отбора информативных регрессоров при оценивании линейной регрессионной модели по методу наименьших квадратов к задаче частично-булевого линейного программирования // Моделирование, оптимизация и информационные технологии. - 2018. - № 1 (20). С. - 108-117.
3. Сумин В.И., Кузнецова Л.Д., Лукин М.А. Определение коэффициентов математической модели управления качеством обучения методом линейного программирования // Моделирование, оптимизация и информационные технологии. - 2018. - №3 (22). - С. 214-222.
4. Ганичева А.В. Математическая модель оценки качества обучения // В мире научных открытий. - 2015. - № 61 (66). - С. 313–326.
5. Ганичева А.В., Ганичев А.В. Оптимальное планирование учебных часов // Сб.: Образование в 21 веке: Материалы Всеросс. конф. - Тверь: ТГТУ, 2009. - С. 234 – 238.
6. Ганичева, А.В. Матричная игра размещения консультационных пунктов // Европейский журнал социальных наук. - 2011. - № 9 (12). - С. 424–429.
7. Ганичева, А.В. Модель менеджмента качества учебных планов // Качество. Инновации. Образование. - 2012. - № 4 (83). - С. 37–41.
8. Ганичева, А.В. К вопросу формирования инновационного кадрового потенциала // Сб.: Стратегическое развитие инновационного потенциала АПК региона: Материалы Всеросс. науч.-практ. конф. - Тверь: ТГСХА, 2013. - С. 164–167.
9. Ганичева А.В. Использование информационных технологий для организации охраны автотранспортных парков // Сб.: Перспективные технические решения в сфере эксплуатации автотранспортных и сельскохозяйственных машин: Материалы XXII Всеросс. науч.-практ. конф. - Тверь: ТГСХА, 2013. - С. 98–102.
10. Ганичева, А.В. Системы в растениеводстве // Сб.: Инновационные и нанотехнологии в системе стратегического развития АПК региона:

Материалы XXII Всеросс. науч.-практ. конф. - Тверь: ТГСХА, 2013. С. 271–274.
11. Ганичев А.В., Ганичева А.В. Математическое программирование. - Тверь, 2017. - 88 с.
12. Юдин Д.Б., Гольштейн Е.Г. Линейное программирование. Теория, методы и приложения. - М.: Наука, 1969. - 424 с.
13. Шевченко В.Н. Линейное программирование: история, достижения, проблемы // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. Серия: Математическое моделирование и оптимальное управление. - 2003. - № 1. - С. 216-227.
14. Пудова М.В. Новые алгоритмы решения задач линейного программирования со специальной структурой // Дискретн. анализ и исслед. опер., сер. 2. – 2002. - том 9. - № 1. - С. 78-98.
15. Фомин С.А. Быстрый приближенный алгоритм для задачи положительного линейного программирования // Труды ИСП РАН. - 2004. - Том: 6 - С.27-40.
16. Ганичева, А.В. Решение некоторых классов оптимизационных задач // Сб.: Моделирование и анализ информационных систем. Серия «Математика, прикладная математика»: Материалы международной науч. конф., посвященной 35-летию математ. факультета и 25-летию факультета информатики и вычислительной техники ЯГУ им. П.Г. Демидова. - Ярославль: ЯрГУ, 2012. - С. 94–97.

A.V. Ganicheva

METHOD OF THE SOLUTION OF SOME CLASSES OPTIMISING TASKS

Tver state agricultural academy,
Tver, Russia

The relevance of this work is caused by wide circulation in all spheres of activity of important practical tasks which can be solved by methods of linear programming. The main difficulty at application of a universal way of the solution of such tasks (a simplex - a method) is its computing complexity. For the solution of this problem special methods of the solution of private problems of linear programming, for example, are developed for positive or limited basic data. These special cases are proved by economic, social, technical, technological sense. In this article the method maximizing linear function at one linear restriction with positive coefficients is developed. This method is generalized on a case of maximizing linear function at several linear restrictions. The received theoretical results are proved by the proof of the corresponding theorems. For an illustration of the received results numerical examples are given. The algorithmic complexity of the developed method is estimated for solvable tasks by calculation of number of the used operations and comparison with their quantity when using a simplex - a method. The received results allow to solve applied optimizing problems in various *areas, including in problems of planning of production, a balanced diet and a diet, management of educational process, etc.*

Keywords: a problem of linear programming, function, restriction, coefficient, a simplex – a method, an optimal solution.

REFERENCES

1. Bazilevsky M.P. Selection of informative regressors taking into account multicollinearity between them in regression models as a problem of partial and Boolean linear programming // Modelling, optimization and information technologies. 2018. 2 (22). Page 104-118.
2. Bazilevsky M. P. Data of a problem of selection of informative regressors at estimation of linear regression model by a method of the smallest squares to a problem of partial and Boolean linear programming // Modelling, optimization and information technologies. 2018. No. 1 (20). Page 108-117.
3. Sumin V.I., Kuznetsova L.D., Lukin M.A. Determination of coefficients of mathematical model of quality management of training by method of linear programming // Modelling, optimization and information technologies. 2018. No. 3 (22). Page 214-222.
4. Ganicheva A.V. Mathematical model of assessment of quality of training // In the world of discoveries. 2015. No. 61 (66). Page 313-326.
5. Ganicheva A.V., Ganichev A.V. Optimum planning of class periods // Sb.: Education in the 21st century: Materials of Vseross. конф. Tver: TGTU, 2009. Page 234 – 238.
6. Ganicheva, A.V. Matrix game of placement of counseling centers / /European magazine of social sciences. 2011. No. 9 (12). C. 424–429.
7. Ganicheva, A.V. Model of quality management of curricula // Quality. Innovations. Education. 2012. No. 4 (83). Page 37-41.
8. Ganicheva, A.V. To a question of formation of innovative personnel potential // Sb.: Strategic development of innovative capacity of agrarian and industrial complex of the region: Materials of the All-Russian scientific and practical conference. Tver: TGSHA, 2013. Page 164-167.
9. Ganicheva A.V. Use of information technologies for the organization of protection of motor transportation parks//Sb.: Perspective technical solutions in the sphere of operation of motor transportation and farm vehicles: Materials XXII of the All-Russian scientific and practical conference. Tver: TGSHA, 2013. Page 98-102.
10. Ganicheva, A.V. Systems in crop production//Sb.: Innovative and nanotechnologies in the system of strategic development of agrarian and industrial complex of the region: Materials XXII of the All-Russian scientific and practical conference. Tver: TGSHA, 2013. Page 271-274.

11. Ganichev A.V., Ganicheva A.V. Mathematical programming. Tver, 2017. 88 pages.
12. Yudin D. B., Golstein E.G. Linear programming. Theory, methods and applications. M.: Science, 1969. 424 pages.
13. Shevchenko V.N. Linear programming: history, achievements, problems // Bulletin of the Nizhny Novgorod university of N.I. Lobachevsky. Series: Mathematical modeling and optimum control. 2003. No. 1. Page 216-227.
14. Pudova M.V. New algorithms of the solution of problems of linear programming with special structure // Diskretn. analysis and исслед. operas., it is gray. 2. – 2002. volume 9. No. 1. Page 78-98.
15. Fomin S.A. A fast-approximate algorithm for a problem of positive linear programming // Works ISP RAS. 2004. Tom: 6 Pages 27-40.
16. Ganicheva, A.V. Solution of some classes of optimizing tasks//Sb.: Modeling and analysis of information systems. Mathematics, Applied Mathematics series: Materials of the international scientific conference devoted to the 35 anniversary математ. faculty and to the 25 anniversary of faculty of informatics and computer facilities of YaGU of P.G. Demidov. Yaroslavl: YarGU, 2012. Page 94-97.