

УДК 316.48:519.97
ББК 32.81

В.И. Новосельцев, А.Б. Тарасов

ЗАДАЧА ОЦЕНКИ УСТОЙЧИВОСТИ КОЛЛЕКТИВНОГО ВЫБОРА ПРИ УПРАВЛЕНИИ КОММЕРЧЕСКИМИ ОРГАНИЗАЦИЯМИ

*Воронежский институт высоких технологий
Научно-производственный центр "Модуль" г. Москва*

Строится математическая модель, позволяющая осуществить оценку устойчивости коллективного выбора при управлении коммерческими организациями.

Ключевые слова: линия экономического поведения, конкуренция, динамика, стационарное состояние, имитационное моделирование, сходимости и быстродействие алгоритма.

Формулировка задачи. Рассмотрим случай, когда в процессе выбора линии своего экономического поведения участвуют N конкурирующих коммерческих организаций (субъектов рынка). Предположим, что при фиксированных внешних экономических факторах выбор каждого i -го субъекта ($i = 1, 2, \dots, N$) характеризуется его текущей экономической эффективностью $E_i^{RE}(t)$, экономическим потенциалом r_i и максимально возможной (потенциальной) эффективностью E_i^{MAX} . Причем в отсутствии воздействия со стороны других субъектов эффективность каждого из них $E_i^0(t)$ изменяется во времени по логистическому закону.

Допустим также, что взаимное влияние конкурирующих субъектов на эффективность друг друга пропорциональна их эффективности, то есть для всех $i = 1, 2, \dots, N$ справедливо соотношение [1]:

$$F_i(E_1^{RE}(t), \dots, E_N^{RE}(t)) = E_i^{RE}(t) \frac{r_i}{E_i^{MAX}} \left(E_i^{MAX} - \sum_{j=1}^N \alpha_{ij} E_j^{RE}(t) \right), \quad (1)$$

где α_{ij} ($-1 \leq \alpha_{ij} \leq 1$) – коэффициенты, абсолютные значения которых служат мерой влияния субъектов друг на друга ($\alpha_{ij} = 0$ при $i = j$).

Смысл коэффициентов α_{ij} заключается в следующем:

- если $\alpha_{ij} = 0$ и $\alpha_{ji} = 0$, то между данными субъектами рынка нет взаимовлияния, а следовательно, выбор линии экономического поведения одного субъекта не зависит от выбора другого;

- если $\alpha_{ij} < 0$ и $\alpha_{ji} < 0$, то между данными субъектами существует отношение конкуренции, а следовательно, результаты реализации выбранной ими стратегии будут зависеть от характера конкурентных отношений, то есть от абсолютных значений коэффициентов α_{ij} ;

- если $\alpha_{ij} > 0$ и $\alpha_{ji} > 0$, то между данными субъектами существует отношение содействия, а следовательно, результаты реализации выбранной ими линии поведения будут зависеть от характера содействующих отношений, то есть от абсолютных значений коэффициентов α_{ij} ;

- если $(\alpha_{ij} < 0$ и $\alpha_{ji} > 0)$ или $(\alpha_{ij} > 0$ и $\alpha_{ji} < 0)$, то между данными субъектами существует отношение эксплуатации, а следовательно, результаты реализации выбранной ими линии поведения будут зависеть от характера эксплуатации, то есть от абсолютных значений коэффициентов α_{ij} .

Задача заключается в том, чтобы установить такие параметры коллективного выбора субъектов рынка, задаваемых величинами E_i^{MAX} , E_i^0, r_i и α_{ij} , при которых не будет наблюдаться банкротства ни одного из конкурентов.

Решение задачи. С учетом введенных предположений и допущений динамика процесса функционирования N субъектов рынка с учетом параметров выбора будет описываться системой, состоящей из N уравнений [2]:

$$\begin{cases} \frac{dE_1^{RE}(t)}{dt} = E_1^{RE}(t) \frac{r_1}{E_1^{MAX}} \left(E_1^{MAX} - \sum_{j=1}^N \alpha_{ij} E_j^{RE}(t) \right); \\ \dots \\ \frac{dE_i^{RE}(t)}{dt} = E_i^{RE}(t) \frac{r_i}{E_i^{MAX}} \left(E_i^{MAX} - \sum_{j=1}^N \alpha_{ij} E_j^{RE}(t) \right); \\ \dots \\ \frac{dE_N^{RE}(t)}{dt} = E_N^{RE}(t) \frac{r_N}{E_N^{MAX}} \left(E_N^{MAX} - \sum_{j=1}^N \alpha_{ij} E_j^{RE}(t) \right). \end{cases} \quad (2)$$

При начальных условиях $E_i^{RE}(t=0) = E_i^0$ ($i = 1, 2, \dots, N$).

Определим стационарное состояние (2), то есть найдем такую комбинацию $(E_1^*, E_2^*, \dots, E_N^*)$, при которой при $t \rightarrow \infty$ производные $\frac{dE_i^{RE}(t)}{dt}$ обращаются в нуль.

Как видно из (2), ее стационарное состояние $(E_1^*, E_2^*, \dots, E_N^*)$ является решением системы линейных алгебраических уравнений:

$$\sum_{j=1}^N \alpha_{ij} E_j^{RE}(t) = E_i^{MAX} (i = 1, 2, \dots, N). \quad (3)$$

Из курса высшей алгебры известно, что система (3) разрешима, если ее определитель $\Delta \neq 0$, и она имеет единственное решение, такое что

$$E_1^* = \frac{|\Delta_1|}{\Delta}, \dots, E_N^* = \frac{|\Delta_N|}{\Delta}, \quad (4)$$

$$\text{где } \Delta_1 = \begin{vmatrix} E_1^{MAX} & \alpha_{12} & \dots & \alpha_{1N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ E_N^{MAX} & \alpha_{N1} & \dots & \alpha_{NN} \end{vmatrix}, \dots, \Delta_N = \begin{vmatrix} \alpha_{12} & \dots & \alpha_{1N} & E_1^{MAX} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \alpha_{N1} & \dots & \alpha_{NN} & E_N^{MAX} \end{vmatrix}.$$

Из (4) следует, что необходимым условием стационарной устойчивости процесса, описываемого (2), является выполнение следующего критерия:

$$(\Delta \neq 0) \wedge [\forall_i (\text{sign}(\Delta_i)) = \text{sign}(\Delta)], \quad (5)$$

где $\text{sign}(\cdot)$ читается как «знак (\cdot)».

Смысл (5) сводится к тому, что при коллективном выборе линии своего экономического поведения каждый субъект должен установить такой характер отношений с остальными субъектами рынка α_{ij} и выбрать такие параметры своего развития r_i и E_i^{MAX} , что бы выполнялось условие (5). В противном случае рынок будет разбалансирован, его показатели будут колебаться непредсказуемым образом, а коллективный выбор окажется неустойчивым.

С учетом сказанного, алгоритм оценки устойчивости коллективного выбора сводится к следующей пошаговой процедуре (рис. 1).

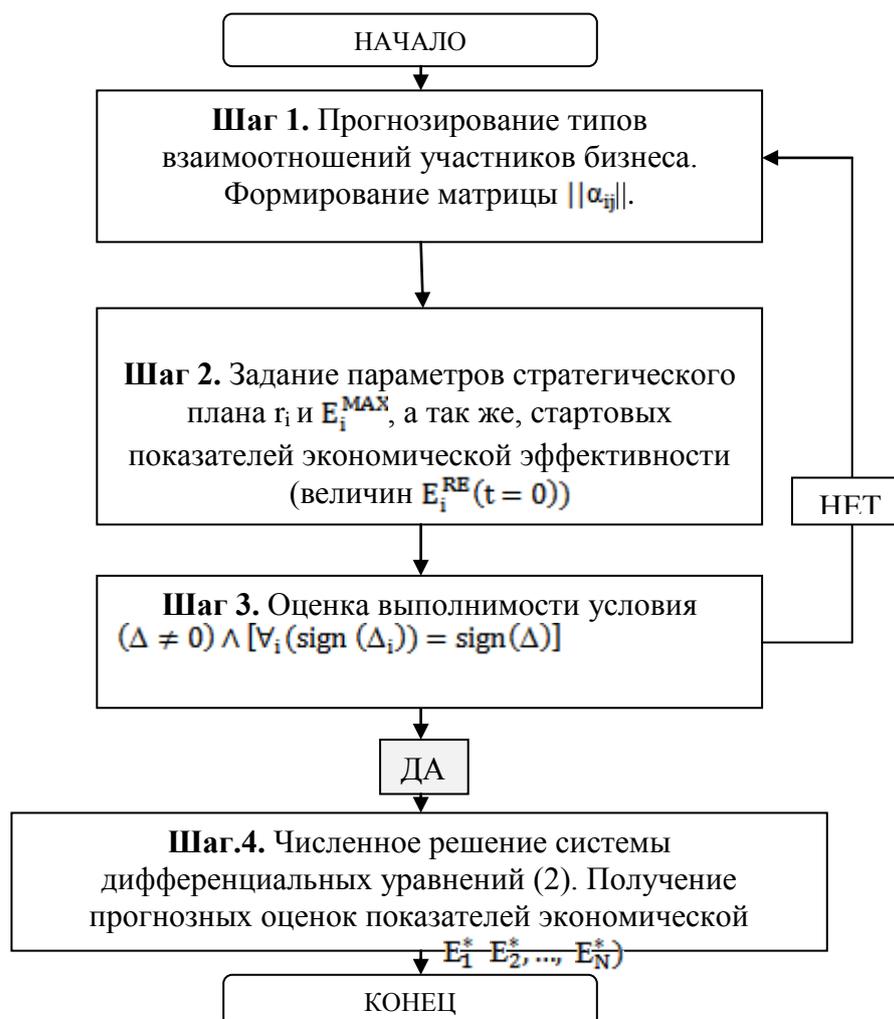


Рис. 1. Алгоритм оценки устойчивости коллективного выбора

Шаг 1. На основе результатов маркетинговых исследований устанавливаем прогнозируемые типы взаимоотношений с окружающими субъектами и заполняем матрицу $||\alpha_{ij}||$.

Шаг 2. Задаемся желаемыми параметрами стратегического плана r_i и E_i^{MAX} , а так же величинами $E_i^{RE}(t=0)$, то есть стартовыми показателями экономической эффективности.

Шаг 3. Оцениваем выполнимость (5). Если это условие не выполняется, то возвращаемся к первому шагу и производим дополнительные маркетинговые исследования. При выполнении условия (5) процесс завершен, то есть данный выбор является устойчивым в том смысле, что в процессе его реализации конкурирующие стороны (при

наличии доброй воли) способны найти компромисс и стабилизировать рыночный процесс.

Шаг.4. Численное решение системы дифференциальных уравнений (2) с использованием системы MADCAD. Получение прогнозных оценок показателей экономической эффективности (E_1^* , E_2^* , ..., E_N^*).

Имитационное моделирование. Исследование свойств предложенного алгоритма производилось методом сравнительного имитационного моделирования с использованием комплекса программных средств, реализованного в среде Delphi 4. Сравнивались характеристики десяти ($i = 10$) конкурирующих субъектов с равными r_i , E_i^{MAX} и $E_i^{RE}(t = 0)$, параметры стратегического выбора которых удовлетворяют критерию (5). Для удобства сопоставления результатов оценивания вычислялись интегральные квадратичные показатели сходимости оценок параметров следующего вида [3]:

$$K_{сход}(k) = 0,1 \sqrt{\sum_{i=1}^{10} (H_i^{RE} - E_i^{RE}(k))^2}, \quad (6)$$

где $E_i^{RE}(k)$ – оценки экономической эффективности субъектов рынка на k -м шаге моделирования; H_i^{RE} – истинные (стационарные) значения этих параметров в исходной модели. На рис. 2 приведен график показателя сходимости алгоритма $K_{сход}(k)$

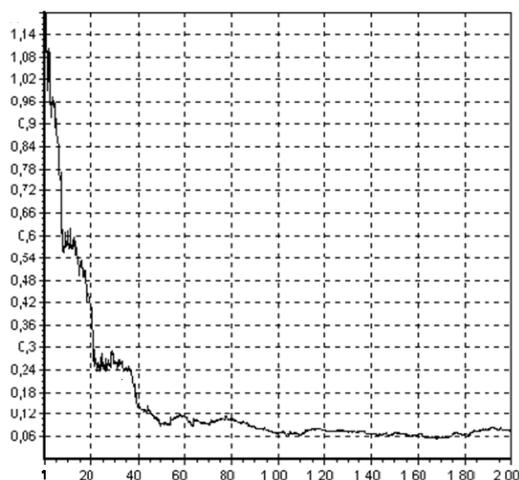


Рис. 2. Показатель сходимости алгоритма оценки устойчивости коллективного выбора

Из этого графика видно, что предложенный алгоритм действительно сходится при выполнении (5). Такое явление наблюдается уже при числе шагов моделирования более 40, когда отклонение от стационарной точки составляет около 12%.

Данный алгоритм, предназначен для работы в реальном масштабе времени. Поэтому он должен иметь достаточно высокую скорость вычисления оценок, иначе область его применения окажется ограниченной чисто теоретической областью. Поэтому в ходе имитационного моделирования проводилось оценка скорости вычисления оценок для моделей различных размерностей (i) при одинаковых условиях проведения вычислительного эксперимента. Полученные таким образом результаты приведены в табл. 1.

Т а б л и ц а 1. Быстродействие алгоритма оценки устойчивости коллективного выбора, определенное, как время выполнения 40 шагов (в секундах) на компьютере с процессором Pentium–1,5 x2ГГц

Размерность модели (количество взаимодействующих субъектов рынка)			
$i = 10$	$i = 50$	$i = 100$	$i = 500$
20	100	150	240

Из таблицы видно, что данный алгоритм обеспечивает работу практически в реальном масштабе времени (при $i = 500$, что соответствует практически максимально возможному числу субъектов на данном сегменте рынка, время производства вычислений составляет не более 4 мин).

Обсуждение результатов. Очевидно, что описанный выше алгоритм не обладает свойством абсолютной сходимости. Так, в том случае, когда определитель системы (3) равен нулю ($\Delta = 0$), а один из Δ_i не равен нулю, она не имеет решения. Это означает, что нормальные векторы плоскостей (3) компланарны, то есть в пространстве (E_1, E_2, \dots, E_N) параллельны одной прямой, но не совпадают. С поведенческой точки зрения такое состояние характеризуется тем, что рыночный процесс, описываемый выражением (2), либо постоянно находится в переходном режиме, либо его равновесная точка существует *de facto*, но ее координаты не определяются факторами, учитываемыми в данной математической модели. Если $\Delta = 0, \Delta_1 = 0, \Delta_2 = 0, \Delta_3 = 0$, а $\Delta \neq 0$, то одно из уравнений (3) является следствием двух других, и система сводится к двум уравнениям с тремя неизвестными, то есть имеет бесчисленное множество решений. Графически, как и в предыдущем

случае, плоскости (3) параллельны одной прямой, но теперь они образуют пучок. Такое состояние может трактоваться как существование множества локальных равновесных состояний рассматриваемого процесса, условия переходов в которые невозможно определить в рамках данной математической модели. Очевидно, что в том и другом случае для приведения процесса в равновесное состояние (если оно действительно существует), необходимо либо накладывать дополнительные условия на переменные $E_i^{RE}(t)$, либо учитывать дополнительные связи между ними (то есть дополнять (2) новыми уравнениями, накладывающими ограничения на выбор $E_i^{RE}(t)$).

ЛИТЕРАТУРА

1. Аржакова Н.В., Новосельцев В.И., Редкозубов С.А. Управление динамикой рынка: системный подход. – Воронеж: Изд-во Воронеж. гос. ун-та, 2004. – 192 с.
2. Десятов Д.Б., Новосельцев В.И. Теория конфликта. – Воронеж: Научная книга, 2008. – 346 с.
3. Дружинин В.В., Конторов Д.С., Конторов М.Д. Введение в теорию конфликта. – М.: Радио и связь, 1989. – 288 с.

V.I. Novoseltsev, A.B. Tarasov

OBJECTIVE ASSESSMENT OF STABILITY OF CHOICE FOR COLLECTIVE OF COMMERCIAL ORGANIZATIONS

*Voronezh Institute of High Technologies
Scientific and Production Center "Module", Moscow*

The mathematical model, which allows implement assessment of the stability of collective choice in the management of business organizations.

Keywords: the line of economic behavior, competition, dynamics, steady state simulation, and the convergence speed of the algorithm.