**Моделирование, оптимизация и информационные технологии.
Научный журнал, Том 7, № 3** http://moit.vivt.ru/ **2019**

УДК 681.3 DOI: 10.26102/2310-6018/2019.26.3.008

М.Л. Лапшина[1], А.А. Мещерякова[1], Т.В. Зайцева[2], Е. А. Зайцев[3]

ОБОСНОВАНИЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ СВОЙСТВ НЕРАВЕНСТВ В ВОПРОСЕ ФОРМИРОВАНИЯ ИНДЕКСОВ ЦЕН

[1]Воронежский государственный лесотехнический университет имени Г.Ф. Морозова, Воронеж, Россия
[2]Воронежский филиал ФГБОУ ВО «Государственный университет морского и речного флота имени адмирала С.О. Макарова», Воронеж, Россия
[3]Воронежский государственный университет, Воронеж, Россия

Исследования по формированию индексов цен, с учетом экономической ситуации, никогда не теряли своей актуальности. Количество предложенных методов построения индексов исчисляется десятками. Поэтому помимо анализа конкретных методов необходима их классификация. Для этого нужно ввести общие правила описания семейства методов формирования индексов. В работе доказываются неравенства для численных значений индексов, получаемых разными методами, используемыми для отсечения неудовлетворительных методов, дающих смещения, устанавливаются допустимые методы, адекватные наилучшим экономическим условиям. На основе проведенного анализа обоснована система обозначений, введенная для классификации и описания различных численных методов, особое внимание уделено выявлению систематических неравенств, вытекающих из формул расчета индексов, установлению явно неудовлетворительных методов, для чего использован анализ методов расчета индексов, устанавливающих регулярное смещение. На основе проведенных исследований был подтвержден факт, того, что представленный подход, являющийся наиболее предпочтительным при расчете индексов цен, в случае использования методов, базирующихся на исходных данных, взятых из цены продукции и объемов этой продукции в конкретный временной период. Проведенный анализ подтверждает адекватность теоретических выкладок, а также факт использования дополнительной исходной информации, в случае формирования аналитических индексов.

Ключевые слова*:* индексы, цена, весовые коэффициенты, методы, товары

ВВЕДЕНИЕ

Многообразие методов расчета индексов цен, их противоречивость потребовали продолжения исследований, которые не теряют своей актуальности, в связи с эти в рассматриваемой статье предложен подход к формированию индекса цен на основе свойств неравенств. Введенные ниже обозначения сформулированы для однозначного понимания формул расчета, удобства классификации и сохранения предельно возможной преемственности сложившихся в экономико-математической практике обозначений. В частности, так при задании весов по сложившейся традиции для обозначения данных базисного периода пользуемся символ “0”, для данных текущего периода - символ “1”.

Постановка задачи и методы исследования

Предварительно сформулируем полезные определения, используемые в дальнейшем при постановке задачи.

Определение. Множество *n*-мерных векторов со всеми положительными компонентами будем обозначать $R_{\oplus}^{n}$. Обозначим через P^t, Q^t, V^t векторы из $R_{\oplus}^{n}$ с компонентами $P^t, Q^t, V^t = Q_i^t \times P_i^t$, соответствующие соответственно значениям цен, объемов производства и стоимости в интервал времени t товара i, где $i = 1,..,n$, а N - количество товара, для которого рассматриваем соответствующие индексы цен и объемы производства. Для двух временных периодов τ и T темпы роста цен, объемов и стоимости конкретного вида товара обозначим соответственно:

$$p_i^{\tau t} = \frac{P_i^t}{P_i^{\tau}}, \quad q_i^{\tau t} = \frac{Q_i^t}{Q_i^{\tau}}, \ v_i^{\tau t} = \frac{V_i^t}{V_i^{\tau}}.$$

Период τ с которым мы сравниваем, называют базисным, а период t, который с ним сравнивается - текущим. Индекс роста стоимости всех товаров обозначаем $I_v^{\tau t} = \frac{V_{\sum t}}{V_{\sum \gamma}}$, где $V_{\sum} = \sum_{i=1}^{n} V_i$ - суммарная цена товара в конкретный временной период. С целью упрощения записи, номера временных интервалов иногда будем пропускать [1-3].

Индекс I_v принимаем в виде обобщающего показателя темпа роста цен некоторого вида товара. Проанализируем формирование индексов цен и объемов I_p и I_q, соответствующих темпам роста цены P_i и объемов q_i всей партии товаров. Заметим, что, так как сравниваем периоды τ и t, то соответствующие индексы как $I_i^{\tau t}$ и $I_q^{\tau t}$. Использование индексов в качестве средних от темпов роста цен и объемов достаточно часто встречающийся факт, здесь многообразие методов объясняется выбором вида средней и соответствующих весов для усреднения.

Предположим

$$I_{mp}(l,k) = \left(\sum_{i=1}^{n} (\alpha_i (p_i)^m)^{\frac{1}{m}} \right), I_{mp}(l,k) = \left(\sum_{i=1}^{n} (\alpha_i (q_i)^m)^{\frac{1}{m}} \right) \quad (1)$$

где m - параметр вида среднего, принимающий любое вещественное значение. Для $m = 0$ положим

$$I_{po}(l,k) = \prod_{i=1}^{n} (p_i)^{\alpha_i}, I_{qo}(l,k) = \prod_{i=1}^{n} (q_i)^{\alpha_i}. \quad (2)$$

Весовые коэффициенты определяются следующим образом

$$\alpha = \alpha(l,k), \quad \text{где } \alpha_i(l,k) = \bar{Q}_i \times \frac{\bar{P}_i^k}{\sum_j \overline{Q_j^i} \times \overline{P_j^k}} \tag{3}$$

При $l,k \in L, L = \{0,1,0+1,0,1,N\}$.

Величины α_i - удельные веса товара i в суммарной цене всех товаров при объемах и ценах, являющихся векторами $\bar{Q}^l$. Множество значений показателей l и k зададим в виде символов. Если базисным периодом будет период τ, а текущим - период t, то положим

$$\overline{p^l} = p^\tau, \overline{Q^l} = Q^\tau \quad \text{при} \quad l = 0;$$

$$\overline{p^l} = p^\tau, \overline{Q^l} = Q^\tau \quad \text{при} \quad l = 1;$$

$$\overline{P_i^l} = \frac{P_i^\tau + P_i^t}{2}, \overline{Q_i^l} = \frac{Q_i^\tau + Q_i^t}{2} \quad \text{при} \quad l = 0+1;$$

$$\overline{P_i^l} = (P_i^\tau \times P_i^t)^{\frac{1}{2}}, \overline{Q_i^l} = (Q_i^\tau \times Q_i^t)^{\frac{1}{2}} \quad \text{при} \quad l = 0$$

где $\overline{P_i^N}$ - положительные нормативные значения цены и объема, не зависящие от данных сравниваемых периодов. Отметим, что при любых l, k и L для определяемых по правилу (3) весов

$$\sum a_i = 1, \quad a_i > 0, \quad i = 1,\ldots,n. \tag{4}$$

Наиболее часто используется три типа средних - арифметическая, геометрическая и гармоническая. Для них используем $m = A$, $m = G$ и $m = H$. Раньше индексы цен рассчитывались по формуле средней арифметической с постоянными весами. В наших обозначениях индексы с постоянными весами соответствуют $I_{pl}(N, N)$ или, что равносильно, $I_{pA}(N,N)$ [5]. Из соотношений (1)-(3) получим ряд тождеств для индексов, вычисленных разными способами. Заметим что для каждого $l \in L$

$$I_{pA}(l,0) = I_{pH}(l,I), I_{qA}(0,l) = I_{qH}(I,l) \tag{5}$$

и соотношения для индексов цен мы спроецируем на индексы объемов, основываясь симметрии цены и объема. Симметрия имеется и у двух средних индексов цен, и соответственно у индексов объемов с одинаковыми абсолютными значениями параметра m [6, 7]. Симметрия средней проявляется при любом вещественном m и любых $l,k \in L$.

$$l_{pm}^{t\tau}(l,k) \times l_{p-m}^{t\tau}(\bar{l},\bar{k}) = 1 \tag{6}$$

Обозначим через $\bar{l} \in L$, в который будет переходить элемент l при перестановке местами базисного и текущего периодов:

$$\bar{1} = 0, \bar{0} = 1, \overline{0+1} = 0+1, \overline{01} = 01, \quad \overline{N} = N.$$

Подмножество элементов из L, инвариантных к перемене мест сравниваемых периодов, переопределим в виде $\overline{L} = \{0+1, 01, N\}$.

Проанализируем агрегатные индексы, вычисляемые отношение стоимости товара двух периодов при равных объемах и соответственно ценах, они сейчас нашли широкое применение, запишем их в виде:

$$l_p^{\tau t} = \frac{\sum \tilde{Q}_i P_i^t}{\sum \tilde{Q}_i P_i^\tau}; \quad l_p^{\tau t} = \frac{\sum \tilde{P}_i Q_i^t}{\sum \tilde{P}_i Q_i^\tau}; \tag{7}$$

где $\tilde{Q}, \tilde{P}$ - векторы объемов и цен, которые равны $\overline{Q}^{-1}$ и $\overline{P}^{-1}$ соответственно для $l \in L$. Если $l = 0$, то получим индексы Лайсперса, которые обозначим через IL_p, IL_q $Q = \overline{Q}^{-l}$ и $P = \overline{P}^{-l}$, для $l \in L$, представляющих векторы объема и цены соответственно. При $l = 0$ получили индексы Лайсперса, которые обозначим через IL_p, IL_q. При $l = 1$ получили индексы Пааше, которые обозначим $1P_p$, IP_q. В случае $l = N$, имеем агрегированные нормативные индексы, которые обозначим как IN_p, IN_q. Индексы цен, соответствующие набору потребительской корзины, обозначим через IN_p. Индексы “настоящего” национального продукта, будем вычислять зафиксировав цены на уровне конкретного года и относем их к виду индексов IN_q.Агрегатные индексы считаем частными случаями индексов (1), так как мы их можем представить как в виде средних арифметических, так и в виде средних гармонических темпов роста цены и объема [8-10].

Следовательно,

$$\begin{aligned} &IL_p = I_{pA}(0,0) = I_{pH}(0,1); IP_p = I_{pA}(l,0) = I_{pH}(1,1);\\ &IW_p = I_{pA}(0+1,0) - I_{pH}(0+1,1);\\ &1E_p = I_{pA}(01,0) \ = I_{pH}(01,1); IN_p = I_{pA}(N,0) = I_{pH}(N,1). \end{aligned} \tag{8}$$

Но по соотношениям (1)-(2) могут быть получены не все методы вычисления индексов. Расширить класс методов возможно посредством введения дополнительных принципов задания весов, с использованием расширения множества L и используя различные преобразования индексов.

Используемые неравенства и их свойства

Рассмотрим полезные неравенства.

Утверждение 1. Допустим α, p - векторы из $R_{\oplus}^n$ и для вектора α будут выполнены условия (4),

$$\widehat{p} > \breve{p}, \quad \text{где} \quad \widehat{p} = \max_{i=1,\dots,n} p_i, \quad \breve{p} = \min_{i=1,\dots,n} p_i \tag{9}$$

Тогда, для любых $r < m$

$$\left(\sum \alpha_i (p_i)^r\right)^{\frac{1}{r}} < \left(\sum \alpha_i (p_i)^m\right)^{\frac{1}{m}} \tag{10}$$

Если $r < 0 < m$, то

$$\breve{p} < \prod (p_i)^{\beta_i(r)} < \left(\sum \alpha_i (p_i)^r\right)^{\frac{1}{r}} < \prod (p_i)^{\alpha_i(r)} < \left(\sum \alpha_i (p_i)^m\right)^{\frac{1}{m}} < \prod (p_i)^{\beta_i(r)} < \widehat{p}, \quad (11)$$

где при любом вещественном отличном от нуля s

$$\beta_i(s) = \alpha_i \frac{(p_i)^s}{\sum \alpha_i (p_i)^s} \quad (12)$$

Составляющие вектора p будем рассматривать в виде показателей темпов роста цены на некоторые виды товаров. Соотношение (9) показывает, что темпы роста цен у всех товаров отличаются. Считаем, что это условие всегда будет выполнено. Наибольший интерес вызывает использование такого подхода для анализа методов расчета индексов. В утверждении содержатся неравенства средних между средними гармоническими, геометрическими, арифметическими и квадратическими. С учетом (10), (11) и одинаковых весов имеем

$$I_{p-2} < I_{pH} < I_{pG} < I_{pA} < I_{p2}. \quad (13)$$

Для нормативных весов

$$I_{pH}\left(N,\ N\right) < \ I_{pG}\left(N,\ N\right) < I_{pA}\left(N,\ N\right). \quad (14)$$

Соотношения (11) помогают выстроить цепочку соотношений: для $l \in L$, $m = 0{,}5$

$$I_{pG}(l,0) < I_{p-m}(l,\ 01) < I_{pG}(l,01) < I_{pm}(l,\ 01) < I_{pG}(l,1). \quad (15)$$

Для индексов со значениями среднеарифметических цен текущего и базисного периодов в весах при любом m для всех $l \in L$ получим:

$$I_{pm}(l,0) < I_{pm}(l,\ 0+1) < I_{pm}(l,1) \text{ при } m \neq 0. \quad (16)$$

Это верно, так как, если для положительных чисел a, b, c, d будет выполнено неравенство $a/b > c/d,$то $a/b > (a\ +c)/(b+d) > c/d.$

В случае $m = 0$ соотношение (16) также имеет место, так как при

$$I_{pG}(l,0+1) = \frac{(I_{pG}(l,1))a}{\frac{((a+b))(I_{pG}(l,0)b}{(a+b)}}$$

при $a = \sum \overline{Q_i^l} \times \overline{P_i^1}, \quad b = \sum \overline{Q_i^l} \times \overline{P_i^0}.$

Из утверждения 1, с учетом (5), получим: при $m > 0$

$$I_{p(1-m)}(l,0) < I_{pA}(l,0) = I_{pH}(l,1) < I_{p(1-m)}(l,1) \quad (17)$$

При l=N, воспользовавшись (8) и (13), получим

$$I_{pH}\left(N,0\right) < I_{pG}\left(N,\ 0\right) < IN_p < I_{pG}\left(N,1\right) < I_{pA}\left(N,\ 1\right). \quad (18)$$

Неравенства (15)-(17) могут быть объединены в соотношения: при $l \in L$,

$$I_{pG}(l,0) < \{I_{pA}(l,\ 0) = I_{pH}(l,1), I_{pG}(l,01), I_{pG}(l,0+1)\} < I_{pG}(l,1)\,. \quad (19)$$

Смысл фигурных скобок в том, что, что для всех индексов будут выполнены неравенства за скобками.

Выразим количественно основной фактор разброса численных значений индексов, полученных разными методами. Из нее следует, что при отыскании индексов 1_{pA}, 1_{pH}, 1_{pC} с любыми одинаковыми весами α выполняется неравенство

$$\frac{I_{pA}}{I_{pH}} > \frac{1}{2}\exp\left(\sum \alpha_i (\ln p_i - \ln I_{pG})^2\right)^{\frac{1}{2}}$$

Правая часть неравенства, соответствует показателю интенсивности вариаций темпов роста цен на различные виды товаров [1, 12].

Смещения

Проанализируем два вида смещений индексов: 1) однонаправленные отклонения от точного значения при сравнении двух произвольных интервалов; 2) однонаправленные различия между индексами за несколько интервалов времени, анализируемые при помощи цепного метода и с постоянной базой. Второй подход не требует точного индекса. Его реализует первый из критериев, которые мы рассмотрим.

1. Смещение, с учетом свойства транзитивности. Если для данного метода расчета индекса при любом числе периодов $T \geq 2$ и при любых исходных данных, таких, что для соседних периодов $t-1, t$ темпы роста цен на отдельные товары различаются и выполняется неравенство

$$\prod I_p^{t-1} > I_p^T \ , \tag{20}$$

то метод считается систематически завышающим, если же всегда выполняется обратное неравенство - занижающим.

Одним из критериев выбора метода является удовлетворение метода требованию транзитивности, т.е. когда вместо неравенства (20) всегда выполняется равенство. Но поскольку требование транзитивности находится в противоречии с другими важными требованиями выбора, то следует смириться с возможностью нарушения требования транзитивности при выборе метода. Важно, чтобы одно и то же неравенство не фигурировало при любых исходных данных [13].

Все вышеизложенное показывает, как следует модифицировать критерии, чтобы выделять методы, дающие смещения.

2. Смещение относительно одинаковых итоговых изменений всех цен за несколько временных интервалов. Индекс будем считать завышающим (занижающим), если выполняется (20) при дополнительном условии совпадения итоговых темпов роста всех цен, т.е. когда $p_i^T = \tilde{p}$ для всех $i = 1, \ldots, n$ при некотором $\tilde{p} > 0$.

Будем считать p равным истинному значению индекса p_i^T. Поэтому, чтобы объединить оба указанных в начале данного раздела подхода к определению смещенности, потребуем $p_i^T = \tilde{p}$. Это условие можно считать предельным выражением "типичной ситуации”: обычно расхождения изменений индексов цен за длительный период значительно меньше их вариаций в краткосрочных подпериодах. Если индекс представляется непрерывной функцией от исходных данных, то выполнение (20) в идеализированной ситуации будет сопровождаться выполнением (20) и в "типичных ситуациях".

Данный критерий позволяет идентифицировать индексы $I_{pA}(N,\ N)$ и $I_{pG}(N,\ 1)$ как завышающие, так как в неравенствах (14), (18) индексы $I_{pG}(N,\ N)$ и I_{pN} - транзитивные. Следует подчеркнуть то обстоятельство, что выполнение неравенства (20) при конкретных исходных данных не является еще основанием, чтобы по сформулированному здесь критерию классифицировать метод как смещенный. Для этого надо доказать, что при любых исходных данных для двух периодов с несовпадающими ценами будет выполняться неравенство (21) для завышающего метода либо обратное к (21) неравенство - для занижающегося. Справедливо следующее утверждение.

Утверждение 2. Завышающими относительно требования обратимости во времени являются индексы:

$$I_{pm}(l,k),\ l,k \in \overline{L},\ m > 0; \tag{22}$$

$$I_{pm}(l,1),\ l \in \overline{L},\ m > -1. \tag{23}$$

Занижающими являются индексы:

$$I_{pm}(l,k),\ l,k \in \overline{L},\ m < 0; \tag{24}$$

$$I_{pm}(l,0),\ l \in \overline{L},\ m < 1. \tag{25}$$

Остальные индексы, из класса (1), (2) не являются смещенными.

Проанализируем поведенческую модель покупатель и поставщики товаров. Предполагаем, что для конкретного периода задан вектор цен P из $R^n_{\oplus}$. Функция $u(Q)$ соответствует полезности товаров Q для потребителей в поведенческой модели покупателей или необходимой мощности для изготовления продукции Q в поведенческой модели поставщиков. Вектор объемов в анализируемом интервале вычисляется по результатам оптимизации $u(Q)$ с учетом бюджетного ограничения $\sum P_i Q_i = V$, где V - средства на приобретение продукции или прибыль от ее реализации. Пусть U - оптимальное значение $u(Q)$. Зафиксируем $u(Q) = U$ и оптимизируем суммарную стоимость продукции, затем построим вектор, соответствующий оптимальному решению - Q как вектор-функцию $Q(P,\ U)$. Стоимость всей продукции опишем как функцию вида: $V(P,\ U) = \sum P_i Q_i(P, U)$ [15]. Индекс стоимости представим двумя способами следующим образом:

$$I_{tj}^{\tau i}\frac{V(P^t,U^\tau)}{V(P^\tau,U^\tau)}\times\frac{V(P^t,U^t)}{V(P^t,U^\tau)}=\frac{V(P^t,U^t)}{V(P^\tau,U^t)}\times\frac{V(P^\tau,U^t)}{V(P^\tau,U^\tau)} \tag{26}$$

Первым сомножителям соответствует рост стоимости только за счет изменения цен, поэтому будем их интерпретировать в виде индексов цен. Вторым сомножителям соответствует изменение стоимости перехода на новое значение показателя состояния потребителей или поставщиков U при постоянных ценах, их будем рассматривать в виде индексов объемов [4, 16]. Затем мы рассмотрим только вектор-функцию $Q(P,\ U)$, который соответствует const, одинаковой по всем товарам эластичности объема от цены при константном значении функции U. Пусть δ соответствует показателю эластичности, принимающему любое вещественное значение. Предположим, что при $U>0$

$$Q_i(P,U)=U\gamma_i(P_i)^\delta\ /\left(\sum_j\gamma_i(P_j)^{\delta+1}\right)^{\frac{\delta}{\delta+1}} \tag{27}$$

где γ_i - параметр, принимающий только положительные значения. Тогда, первые сомножители в обоих методах (26) совпадут. Аналитический индекс цен определим как:

$$A_p^{\tau i}=\frac{V(P^t,U^\tau)}{V(P^\tau,U^\tau)}=\frac{V(P^t,U^t)}{V(P^\tau,U^t)}=\left(\frac{\sum\gamma_i(P_i^t)^{\delta+1}}{\sum\gamma_i(P_i^\tau)^{\delta+1}}\right)^{\frac{1}{\delta+1}}$$

Тогда, аналитический индекс объемов обозначим следующим образом:

$$A_{tj}^{\tau i}=\frac{V(P^t,U^t)}{V(P^t,U^\tau)}=\frac{V(P^t,U^\tau)}{V(P^\tau,U^\tau)}=\left(\frac{\sum((Q_i^t)^{\delta+1}/\gamma_i)^{\frac{1}{\delta}}}{\sum((Q_i^\tau)^{\delta+1}/\gamma_i)^{\frac{1}{\delta}}}\right)^{\frac{\delta}{\delta+1}}$$

Пусть $r=\delta+1,\ s=\dfrac{\delta+1}{\delta}$, тогда

$$A_p=I_{pr}(0,0)=I_{pr}(1,1)=ID_{ps}(0,0)=ID_{p-s}(1,1) \tag{28}$$

Когда условие (27) соответствует пусть идеализированным, но теоретически возможным и полезным для исследования взаимосвязям между ценами и объемами, то представленные в (28) индексы считаем потенциально допустимыми. Проанализируем три ключевых значения δ. Каждому значению, за исключением, представленных в (28), представим другие предполагаемо возможные формулы вычисления индексов, которые проиллюстрируем, основываясь на ежемесячных ценах на продукты питания в г. Воронеже за 2017-2018 гг. В представленных таблицах на начало 2017 г. объем товара полагался равным принятым нормативным объемам.

Таблица 1 Значения индексов цен на продовольственные товары в г. Воронеже, вычисляемые различными методами, в предположении нулевой эластичности объема товаров от цены (база - январь 2017 г.)

Период	По постоянной базе			Цепным способом			IF_p
	$I_{pG}(0,0)$	$I_{pG}(01,01)$	$I_{pG}(1,1)$	$I_{pG}(0,0)$	$I_{pG}(01,01)$	$I_{pG}(1,1)$	
Январь 2017	107,3	142,8	236,5	63,2	145,6	393,8	147,6
Январь 2018	201,8	295,8	557,9	113,2	302,5	957,2	308,8
Июль 2018	232,4	361,8	661,2	128,7	362,2	1206,8	371,9

Таблица 2 Значения индексов цен на продовольственные товары в г. Воронеже в предположение единичной эластичности объема товара от цен (база-январь 2017 г.)

Период	По постоянной базе			Цепным способом			IF_p
	$\mathrm{I}_{pG}(0,0)$	$\mathrm{I}_{pG}(01,01)$	$\mathrm{I}_{pG}(1,1)$	$\mathrm{I}_{pG}(0,0)$	$\mathrm{I}_{pG}(01,01)$	$\mathrm{I}_{pG}(1,1)$	
Январь 2017	148,6	235,7	416,9	95,2	224,2	651,0	248,7
Январь 2018	371,8	661,2	1111,9	212,2	879,0	1954,7	643,1
Июль 2018	232,4	361,8	661,2	128,7	362,2	1206,8	371,9

Таблица 3 Значения индексов цен при эластичности, равной - 1 (база-январь 2017 г.)

Период	По постоянной базе			Цепным способом			IF_p
	$\mathrm{I}_{pG}(0,0)$	$\mathrm{I}_{pG}(01,01)$	$\mathrm{I}_{pG}(1,1)$	$\mathrm{I}_{pG}(0,0)$	$\mathrm{I}_{pG}(01,01)$	$\mathrm{I}_{pG}(1,1)$	
Январь 2017	95,9	119,8	148,8	55,3	119,7	258,0	108,3
Январь 2018	169,0	228,8	309,9	92,3	222,6	538,4	202,2
Июль 2018	180,0	258,9	372,4	102,7	256,8	641,3	231,7

Результаты и их обсуждения. Проведенный теоретический анализ привел к следующим результатам:

1. При одних и тех же изменениях цен и объемов численные характеристики теоретических индексов цен даже за короткие временные периоды могут отличаться в разы в зависимости от расчетных, а также, при вычислениях по одним и тем же формулам цепным методом и при постоянной базе.
2. Числовые значения индексов цен, вычисленные одним и тем же способом при одинаковых изменениях цен, напрямую зависят от тенденции

изменения объемов. Это подтверждается сопоставлением индексов в табл. 1-3.

3. Вид связи между объемами и ценами существенно сказывается на значении эталонного теоретического индекса. Для зависимостей объемов от цен (30) с $\delta = -1$ теоретические индексы за 4-летний период отличаются больше чем в 2 раза. Причем в нашем примере рост численного значения теоретического индекса при переходах от $\delta = -1$ к δ=0, а потом к $\delta = 1$ случайным не является.

4. Большинство из определенных нами индексов цен, являются возможными при условии (28) по теоретическим представлениям. Параллельно, мы можем показать, что вовсе не каждый индекс анализируемого класса будут допустимым, т.е. не все рассматриваемые в утверждении 2 смещенные индексы.

5. Сформулированные неравенства подтверждаются результатами вычислений, а расхождение при вычислениях индексов цепным способом больше, чем при вычислениях по постоянной базе. Этот факт применительно к отклонениям от эталонного теоретического индекса подтверждает то, что метод, имеющий регулярное смещение относительно верного в конкретной ситуации индекса, имеет место то же по знаку смещение относительно свойства транзитивности. Такой подход помогает установить смещения используемого индекса относительно верного, при условии, что объемы известны.

6. Среди введенных индексов нет такого, который полностью аналогичен с эталонным теоретическим индексом. С точки зрения теоретической концепции это возможно считать подтверждением отсутствия методик вычислений индексов, которые были бы наилучшими во всех случаях. Для формирования теоретических индексов требуется дополнительная информация о линиях уровня функций полезности и производственных возможностях, которые невозможно построить, опираясь только на данные о ценах и объемах временных интервалов. В предполагаемых ситуациях при $\delta = 0$ и $\delta = 1$ с теоретическим совпадает индекс IF_p. При $\delta = 1$, с учетом табл. 3, значение IF_p отличается от значения теоретического индекса. Здесь с теоретическим значением будет совпадать индекс $I_{pG}(01{,}01)$. Однако, его значения в табл. 1 и 2 отличаются от значения теоретического индекса.

7. Практически интересен выбор метода, дающего дает наилучшую аппроксимацию теоретических индексов. В работе обосновано, что индексы IF_p и $I_{pG}(01{,}01)$ даже в тех случаях, когда они не совпадают с теоретическими, все равно приближены к ним максимально.

Основываясь на данных табл. 1-3 сделаем предположение о расположении индексов по критерию ухудшения аппроксимационных свойств: IF_p, IE_p, IW_p, $I_{pG}(01,01)$, $I_{pG}(0+1,0+1)$. Средние отклонения вычислим по формуле:

$$\Delta = \exp\left(\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\left|\ln I_p^{t-1,t} - \ln A_p^{t-1,t}\right|\right) - 1.$$

Заключение

Повышение темпа инфляции, как правило, сопровождается не только общим ростом цен, но и увеличением расхождений и интенсивности колебаний цен на некоторые виды товаров. Так, на базе исследований помесячной динамики цен на товары потребления за 2017-2018 гг. в было замечено, что изменение на 1% темпа инфляции сопровождается таким же (по знаку) изменением на 0,6% интенсивности вариации цен. В соответствие с представленным соотношением становится ясно, чем выше интенсивность вариаций темпов роста отдельных цен, тем сильнее разброс численных значений индексов, вычисляемых с использованием разных методик. Поэтому, обоснованный выбор метода расчета индексов весьма существенен в периоды высокой инфляции, когда весьма актуальны надежные индексы цен. Нужно отметить, что среди введенных индексов нет такого, который совпадает с идеальным аналитическим индексом. С точки зрения, аналитической концепции этот факт считаем доказательством отсутствия метода расчета индексов, наиболее предпочтительным для всех случаях. Для формирования аналитических индексов необходима дополнительная информация о линиях уровня функций полезности и производственных возможностях, которые невозможно построить, исходя только из данных о ценах и объемах сравниваемых периодов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Зоркальцев В.И. Индексы цен и инфляционные процессы /В.И. Зоркальцев - Новосибирск: Наука, 1996. – 219 с.
2. Крэм Тони. Классная цена. О секретах умного ценообразования / Тони Крэм - М.: Олимп-Бизнес, 2015. – 540 с.
3. Мэттсон Дэвид. Психология успешных продаж / Дэвид Мэттсон - М.: Альпина Бизнес Букс, 2016. - 208 с.
4. Львович Я.Е. Моделирование и оптимизация устойчивого функционирования и экономического развития производственных систем / Я.Е. Львович, М.Л. Лапшина, Д.Д. Лапшин – Воронеж: Издательско-полиграфический центр “Научная книга”, 2011. – 228 с.
5. Невешкина Е. В. Управление затратами и ценообразованием. Применение в условиях кризиса / Е.В. Невешкина, С.В. Савонина, О.В. Фадеева - М.: Омега-Л, 2017. - 136 с.
6. Хайек Фридрих. Цены и производство / Фридрих Хайек - М.: Социум, 2015. – 705 с.

7. Фишер И. Построение индексов / И. Фишер - М.: Лань, 2018. – 219 с.
8. Аллен Р. Экономические индексы / Р. Аллен - М.: Статистика, 2015. – 258 с.
9. Кевеш П. Теория индексов и практика экономического анализа / П. Кувеш - М.: Финансы и статистика, 2015. – 332 с.
10. Христиановский В.В. Экономико-математические методы и модели / В.В. Христиановский, В.П. Щербина - М.: Новый индекс, 2015. – 257 с.
11. Шеремет А.Д. Р.С. Методика финансового анализа / А.Д. Шеремет, Р.С. Сайфулин. - М.: Инфра-М., 2016. - 194 с.
12. Gale D. The law of supply and demand / D. Gale. - Math. Scand. - 1955, 3. - p.155-169.
13. Grossman G., Shapiro C. Dynamic R&D Competition / G. Grossman, C. Shapiro // Econom. J. - 1987. - V. 97. - №339. - p. 78-82.
14. Hertel S., Mehlhorn K., Nievergeit J. Space sweep solves intersection of two convex polyhedron elegantly / S. Hertel, K. Mehlhorn, J. Nievergeit. - Acta Informatica, 21. - 1984. - p.501-519.
15. Johnston J., DiNardo J. Econometric Methods / J. Johnston, J. DiNardo. N.Y.: The Mcgraw-Hill Companies, Inc., 1997. - 240 p.
16. Lee D.T., Wu Y.F. Geometric complexity of some location problems, Algorithmica, 1 / D.T. Lee, Y.F. Wu. - 1986. - p. 193-211.

M.L. Lapshina[1], A.A. Meshcheryakova[1], T.V. Zaitseva[2], E. A. Zaitsev[3]

JUSTIFICATION OF THE USE OF PROPERTIES OF INEQUALITIES IN THE QUESTION OF FORMING PRICE INDICES

[1]Voronezh State Forestry University named after GF Morozova, Voronezh, Russia
[2]Voronezh branch of FSBEI Admiral Makarov State University of Maritime and Inland Shipping, Voronezh, Russia
[3]Voronezh State University, Voronezh, Russia

Studies on the formation of price indices, taking into account the economic situation, have never lost their relevance. The number of proposed methods for constructing indices is in the tens. Therefore, in addition to analyzing specific methods, their classification is necessary. To do this, you need to introduce general rules for describing the family of index generation methods. The paper proves inequalities for the numerical values of the indices obtained by different methods used for cutting off unsatisfactory methods that give offsets, establishes acceptable methods that are adequate to the best economic conditions. . Based on the analysis carried out, a notation system was introduced that was introduced to classify and describe various numerical methods. Special attention was paid to identifying systematic inequalities arising from the formulas for calculating indices, establishing obviously unsatisfactory methods, for which an analysis of methods for calculating indices that establish a regular bias was used. On the basis of the conducted studies, it was confirmed that the presented approach, which is the most preferable in calculating price indices, in the case of using methods based on baseline data taken from the price of products and the volumes of these products in a specific

time period. The analysis confirms the adequacy of theoretical calculations, as well as the fact of the use of additional initial information in the case of the formation of analytical indices.
Keywords: indices, price, weights, methods, goods

REFERENCES

1. Zorkaltsev V.I. (1996) Price Indices and Inflation Processes. Zorkaltsev - Novosibirsk: Science, - 219 p.
2. Cram Tony. (2015) Cool price. On the secrets of smart pricing / Tony Krem - M .: Olimp-Business, - 540 c.
3. Mattson David. (2016) Psychology of successful sales / David Mattson - M .: Alpina Business Books - 208 p.
4. Lvovich Ya. E. (2011) Modeling and optimization of sustainable functioning and economic development of production systems / Ya. E. Lvovich, M.L. Lapshina, D.D. Lapshin - Voronezh: Publishing and Printing Center “Scientific Book”, Voronezh - 228 p.
5. Neveshkina E. V. (2017) Cost Management and Pricing. Application in a crisis / E.V. Neveshkina, S.V. Savonina, O.V. Fadeeva - Moscow: Omega-L. - 136 c.
6. Hayek Friedrich. Prices and production / Friedrich Hayek - M.: Sotsi-Um, 2015. - 705 c.
7. I. Fisher. (2018) Indices Construction / I. Fisher - M .: Lan. - 219 p.
8. Allen R. (2015) Economic Indices / R. Allen - M .: Statistics. - 258 p.
9. Kevesh P. (2015) The Theory of Indices and the Practice of Economic Analysis / P. Kuvesh - Moscow: Finance and Statistics, 2015. - 332 p.
10. Khristianovsky V.V. Economic-mathematical methods and models / V.V. Khristianovsky, V.P. Shcherbina - M.: New Index. - 257 p.
11. Sheremet A.D. (2016) Methods of financial analysis / A.D. Sheremet, R.S. Sayfulin - M .: In-fra-M., - 194 p.
12. Gale D. (1955) The law of supply and demand / D. Gale. - Math. Scand. - p.155-169.
13. Grossman G.(1987) Dynamic R&D Competition / G. Grossman, C. Shapiro // Econom. J. - 1987. - V. 97. - №339. - p. 78-82.
14. Hertel S. (1984) Space sweep solves intersection of two convex polyhedron elegantly / S. Hertel, K. Mehlhorn, J. Nievergeit. - Acta Informatica, 21. - p.501-519.
15. Johnston J. (2017) Econometric Methods / J. Johnston, J. DiNardo. N.Y.: The Mcgraw-Hill Companies, Inc. - 240 p.
16. Lee D.T. (1986) Geometric complexity of some location problems, Algorithmica, 1 / D.T. Lee, Y.F. Wu. - p. 193-211.