

УДК 519.858

Д.В.Салеев

АНАЛИЗ МЕТОДОВ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ, ПРИМЕНЯЕМЫХ ПРИ УПРАВЛЕНИИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ ПРОЦЕССАМИ

Воронежский институт высоких технологий

Проводится сравнительный анализ наиболее применяемых методов для многокритериальной оптимизации технологического процесса поиска Парето-оптимального множества решений.

Ключевые слова: многокритериальная оптимизация, множество Парето, оптимизация технологического процесса.

Существующие методы оптимизации позволяют расчетным путем найти наиболее эффективное сочетание выходных параметров изделия, путем выбора наиболее выгодного для данного изделия оборудования (либо последовательность действий, количество технологических операции), а также метода изготовления [1,5].

Задача оптимизации

В общем случае основной задачей оптимизации технологического процесса (ТП) является приведение некоторой оптимизируемой функции $F(X)$, к ее максимуму:

$$F(X) \rightarrow \max.$$

На практике большинство возникающих задач оптимизации ТП являются многокритериальными: функционирование многопараметрической системы должно удовлетворять одновременно нескольким критериям эффективности, от которых зависит выходные параметры изделия (т.е. в конечном итоге – качество продукции):

$$F(X) \rightarrow \max, X = \{x_1, \dots, x_i\}, X \in D, F = \{f_1, \dots, f_n\}, D \subseteq S, \quad (1)$$

где $F(X)$ – некоторый критерий качества (целевой функционал производства или производимого изделия), X – вектор независимых переменных в некоторой допустимой области D (т.е. множество допустимых значений переменных), x_i – неизвестные, являющимися управляемыми объектами (входными объектами) в задаче оптимизации ТП, S – пространство оптимизации (например – множество вещественных чисел R^n). То есть (1) является задачей оптимального выбора управляемых параметров некоторой технологической системы, в которой при заданных n критериальных функциях $f_k, k = 1..n$ существуют некоторые

технологические ограничения ($X \in D$), (например технологические возможности оборудования и т.д.). Однако дополнительной проблемой, с которой приходится столкнуться оптимизацией это различное взаимодействие этих критериев между собой: помимо независимых и нейтральных, существуют и конфликтующие (взаимопротиворечащие) [1-3]. Одним из наиболее применяемых способов для решения данной проблемы является применение некоторой модели компромисса (усреднения) на основе построения множества Парето в пространстве критериальных функций :

$$H = f(D_{\text{пар}}) = \{(f_1(X), f_1(X), \dots, f_l(X)) \in R, X \in D_{\text{пар}}\},$$

где $D_{\text{пар}}$ - множество всех паретовских точек. При этом не существует такой точки, лежащей вне множества Парето, для которой значения по всем критериям $f_i(X)$ не хуже, чем для точки в множестве Парето [1,3,4].

Задача многокритериальной оптимизации является задачей поиска Парето-оптимального множества решений, однако решение «в лоб» повлечет существенные затраты времени, а в ряде случаев представляется невозможным. Часто при производстве выбирается решение с менее эффективными параметрами, но обеспечивающее наилучшую устойчивость к отклонениям, возникающих в ходе производства. Упрощение построения Парето-оптимального решения для конкретного технологического процесса (ТП) является одной из важных задач, для сокращения затрат времени до разумных пределов [2, 4, 5-6].

Существует несколько методов, сводящих (1) к системе, зависящей от одного критерия.

1. Метод свертки критериев.

В данном случае многокритериальная задача (1) сводится к однокритериальной с критерием, равным взвешенной сумме исходных. Существуют две основные разновидности метода: линейный – линейное объединение в сумму исходных критериев:

$$f(X) = a_1 f_1 + a_2 f_2 + \dots + a_n f_n = \sum_{l=1}^n a_l f_l,$$
$$\sum_{l=1}^n a_l = 1, a_l > 0$$

где a_l – некоторые весовые коэффициенты, соответствующие каждому из критериев.

Мультиплексный метод, состоит в том, что применяется произведение критериев, при этом каждый частный критерий возведен в определенную степень, в зависимости от силы влияния на $f(X)$.

Таким образом, для использования при оптимизации данного метода, необходимо указать весовые коэффициенты каждого критерия. Помимо этого возможна ситуация, когда «улучшение» одного параметра ведет к «ухудшению» другого, а в полученном по методу свертки решении будут присутствовать некоторые частные критерии с недопустимым (неприемлемым) значением [1-2,7].

2. Минимаксные методы (методы максиминной свертки).

В данном методе оптимизации минимизируются наибольшие значения:

$$\max(P) \rightarrow \min$$

где P может быть:

абсолютной величиной отклонения от заданных выходных параметров (y_l)

ТП:

$$\max(|f_l(X) - y_l|) \rightarrow \min$$

максимумом каждого из критериев:

$$\max(f_l(X)) \rightarrow \min$$

где $l=1..n$.

Недостатком данного метода это невозможность взаимно сконвертировать размерности измеряемых единиц друг в друга (например, экономические и физические величины) [1-2].

3. Метод главного критерия.

В зависимости от целей ТП, в качестве целевой функции выбирается единственный критерий $f_m(x)$ а остальным параметрам $f_l(x)$, учитываются путем введения дополнительных ограничений:

$$f_l(X) \rightarrow \min$$

$$f_l(X) \leq \Delta, l = 1..n, l \neq m$$

Главная проблема при применении метода состоит в необходимости правильного выбора главного критерия и задания «допусков» на оставшиеся критерии. При наличии нескольких главных критериев, в случае их взаимного противоречия (конфликтующие критерии) применение данного метода затруднено. Помимо этого, неверное – например, выставление излишне жестких требований к параметрам,

$f_l(X), l = 1..n, l \neq m$ может привести к пустому множеству D . Наоборот, при излишне слабых ограничениях, можно получить решение, не удовлетворяющее по некоторым критериям $f_l(X)$. Этого можно избежать в случае поочередного назначения каждого из параметров $f_l(X)$ главным и дальнейшего сравнения полученных результатов [1-2, 5].

Рассмотренные методы позволяют существенно упростить поиск Парето-оптимального решения. Применение методов свертки существенно ограничивает необходимость изначального присвоения весовых параметров для каждой из критериальных функций. Метод главного критерия с точки зрения возможности применения на новом производстве (или на производстве нового вида изделия на имеющемся оборудовании) наиболее предпочтителен, так как для его использования требуется задавать не точные значения влияющих на качество производимых изделий параметров, а лишь допуски на них.

ЛИТЕРАТУРА.

1. Васильев Ф.П. Методы оптимизации / Ф.П. Васильев – М.: Факториал Пресс, 2002. – 196 с.
2. Чуличков А.И. Математические модели нелинейной динамики / А.И. Чуличков – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 296 с.
3. Liu G.P., Yang J.B., Whidborne J.F. Multiobjective optimization and control. Baldock: Research Studies Press Ltd., 2003.
4. J.Horn, N.Nafpliotis, D.E.Goldberg A niched Pareto genetic algorithm for multiobjective optimization. Proceedings of the First IEEE Conference on Evolutionary Computation, Z. Michalewicz, Ed. Piscataway, NJ: IEEE Press, 1994, pp. 82–87.
5. Семенкин Е.С., Семенкина О.Э., Коробейников С.П. Оптимизация технических систем. Учебное пособие / Е.С. Семенкин, О.Э. Семенкина, С.П. Коробейников – Красноярск: СИБУП, 1996. – 284 с.
6. Лотов А.В., Поспелова И.И. Многокритериальные задачи принятия решений: Учебное пособие/ А.В. Лотов, И.И. Поспелова – М.:МАКС Пресс, 2008. – 197 с.
7. Преображенский А.П., Юров Р.П. САПР современных радиоэлектронных устройств и систем / А.П. Преображенский, Р.П. Юров – Вестник Воронежского государственного технического университета. – Воронеж, 2006. Т. 2. № 3. с. 35-37.

D.V.Saleev

**THE ANALYSIS OF METHODS OF MULTI-OBJECTIVE
OPTIMIZATION USED IN THE CONTROL TECHNOLOGICAL
PROCESS**

Voronezh Institute of High Technologies

An comparative analysis of the most frequently used methods for multi-objective optimization of a Pareto optimal set of decision search process.

Keywords: multi-objective optimization, Pareto optimal set, optimization of a process.