Моделирование, оптимизация и информационные технологии.
Научный журнал, Том 7, № 3 http://moit.vivt.ru/ | **2019**

УДК 519.833 DOI: 10.26102/2310-6018/2019.26.3.036

В.В.Сушкин

О НАХОЖДЕНИИ ВСЕХ НЕДОМИНИРУЕМЫХ МАКСИМИННЫХ СТРАТЕГИЙ ОДНОГО ИЗ ИГРОКОВ В БЕСКОАЛИЦИОННОЙ ИГРЕ ДВУХ ЛИЦ, МОДЕЛИРУЮЩЕЙ ПРОЦЕСС ЗАКУПКИ СРЕДСТВ ЗАЩИТЫ ДЛЯ КОМПЬЮТЕРНОЙ СИСТЕМЫ

Тверской государственный университет,
Тверь, Россия

Рассматривается бескоалиционная игра двух лиц, моделирующая процесс закупки средств защиты для компьютерной системы. Одним из игроков в этой игре является сторона, ответственная за обеспечение безопасности данной системы. Обладая определённым объёмом денежных средств, которые могут быть потрачены на приобретение средств защиты, данная сторона определяет, какие именно из этих средств следует приобретать. Действиями другого игрока (а это внешний мир по отношению к компьютерной системе) являются реализуемые через сеть атаки на компьютерную систему. Для каждого из средств защиты, которые могут быть приобретены, а также для каждого из типов атак, которые могут быть использованы при нападении на компьютерную систему, известной является вероятность, с которой атака будет отражена средством защиты. Выбирая средства защиты, сторона, ответственная за безопасность, стремится к минимизации общих потерь, включающих в себя, во-первых, стоимость закупаемых средств защиты, а, во-вторых, ущерб, ожидаемый от применения другой стороной атак на компьютерную систему. Проводится исследование принципа оптимальности, реализациями которого являются недоминируемые максиминные стратегии игрока, представляющего собой сторону, ответственную за обеспечение безопасности системы. Результатом данного исследования являются утверждения, определяющие способ отыскания всех недоминируемых максиминных стратегий указанного игрока.

Ключевые слова: бескоалиционная игра, максиминная стратегия, недоминируемая стратегия, компьютерная система, атака на компьютерную систему, защита компьютерной системы.

1. Введение

В настоящей работе с помощью бескоалиционной игры двух лиц [1] моделируется процесс закупки средств защиты для компьютерной системы [2]. Одним из игроков в этой игре является сторона, ответственная за обеспечение безопасности системы. Исследуются вопросы, связанные с отысканием недоминируемых [3] максиминных [4] стратегий указанного игрока. Получены утверждения, определяющие процедуры нахождения всех таких стратегий. Основные результаты работы представлены в пункте 5. Необходимые определения и обозначения (в том числе собственно описание исследуемой игры), а также ряд вспомогательных утверждений приведены в пунктах со второго по четвёртый. К числу вспомогательных утверждений, используемых в работе, в частности, относится ряд утверждений из [5] и [6].

2. Некоторые базовые понятия и обозначения

Пусть M – множество. Символом $\boldsymbol{M}(M)$ будем обозначать множество подмножеств множества M, а символом $\boldsymbol{M}_{+}(M)$ – множество непустых подмножеств множества M.

Положим, даны множества M_i, $i=\overline{i_1, i_2}$, где i_1 и i_2 – это целые числа, удовлетворяющие условию $i_1 \le i_2$. Запись $M_{i_1} \times \ldots \times M_{i_2}$, в случае, если $i_1 = i_2$, будет представлять собой обозначение множества M_{i_1}.

Символы $\boldsymbol{N}$, $\boldsymbol{R}$ и $\overline{\boldsymbol{R}}$ соответственно являются обозначениями множества $\{1, 2, \ldots\}$ натуральных чисел, множества действительных чисел и объединения $\boldsymbol{R}$ и множества $\{-\infty, \infty\}$.

Пусть M – некоторое подмножество множества $\overline{\boldsymbol{R}}$. Символом $\inf M$ будем обозначать число $r \in \overline{\boldsymbol{R}}$, удовлетворяющее условию

$$\begin{gathered}(\forall a \in \overline{\boldsymbol{R}},\ ((a \in M) \Rightarrow (r \le a))) \wedge \\ \wedge (\forall \tilde{r} \in \overline{\boldsymbol{R}}, \\ ((\forall \tilde{a} \in \overline{\boldsymbol{R}},\ ((\tilde{a} \in M) \Rightarrow (\tilde{r} \le \tilde{a}))) \Rightarrow (\tilde{r} \le r))),\end{gathered}$$

а символом $\sup M$ – число $r \in \overline{\boldsymbol{R}}$, удовлетворяющее такому условию

$$\begin{gathered}(\forall a \in \overline{\boldsymbol{R}},\ ((a \in M) \Rightarrow (a \le r))) \wedge \\ \wedge (\forall \tilde{r} \in \overline{\boldsymbol{R}}, \\ ((\forall \tilde{a} \in \overline{\boldsymbol{R}},\ ((\tilde{a} \in M) \Rightarrow (\tilde{a} \le \tilde{r}))) \Rightarrow (r \le \tilde{r}))).\end{gathered}$$

Определение 2.1. [1] Бескоалиционной игрой двух лиц принято называть набор

$$\langle I, V(1), V(2), J(1), J(2) \rangle,$$

в котором

I – это множество $\{1, 2\}$, называемое множеством номеров игроков,

$V(i)$, $i \in I$, – непустое множество, называемое множеством стратегий i-го игрока,

$J(i)$, $i \in I$, – отображение с областью определения $V(1) \times V(2)$ и множеством значений в $\boldsymbol{R}$, называемое функцией выигрыша i-го игрока. Множество $V(1) \times V(2)$ принято называть множеством ситуаций. Элементы множества номеров игроков, множества стратегий i-го игрока, $i \in I$, и множества ситуаций называются соответственно. □

Предположим, рассматривается произвольная бескоалиционная игра двух лиц.

Так же, как и в определении 2.1, множество номеров игроков будем обозначать символом I, множество стратегий i-го игрока, $i \in I$, – символом $V(i)$, функцию выигрыша i-го игрока, $i \in I$, – символом $J(i)$.

Для обозначения множества ситуаций будем использовать букву V. Стратегии i-го игрока, $i \in I$, будем обозначать символом $v(i)$, ситуации – символом v.

Положим, $n \geq 2$.

Допустим, $v \in V$, $i \in I$, а $j \in I \setminus \{i\}$. В качестве обозначения элемента v будем также использовать следующую запись

$$v(i); v(j) \ .$$

Определение 2.2. [7] Допустим, $i \in I$, $j \in I \setminus \{i\}$. Отображение с областью определения $V(i)$ и множеством значений в $\overline{\boldsymbol{R}}$, которое (имеется в виду отображение) произвольному элементу $v(i) \in V(i)$ставит в соответствие значение, равное

$$\inf_{v(j) \in V(j)} J(i)(v(i); v(j)),$$

принято называть гарантированным выигрышем i- го игрока. Данное отображение будем обозначать символом $G(i)$. □

Положим, $i \in I$. Значение

$$\sup_{v(i) \in V(i)} G(i)(v(i))$$

будем обозначать символом $G^*(i)$.

Определение 2.3. [4] Допустим, $i \in I$. Стратегию $v^\circ(i)$ i- го игрока принято называть максиминной стратегией этого игрока, если выполнено равенство

$$G(i)(v^\circ(i)) = G^*(i).$$

Множество максиминных стратегий i- го игрока будем обозначать символом $V^\circ(i)$. □

Определение 2.4. [3] Допустим, $i \in I$, $j \in I \setminus \{i\}$, а $v'(i)$ и $v''(i)$ – произвольные стратегии i-го игрока. Говорят, что стратегия $v'(i)$ доминируется стратегией $v''(i)$ (или, по-другому, что стратегия $v''(i)$ доминирует стратегию $v'(i)$), если выполнены следующие условия

1) $\forall v(j) \in V(j),\ J(i)(v'(i); v(j)) \leq J(i)(v''(i); v(j))$,

и

2) $\exists \hat{v}(j) \in V(j),\ J(i)(v'(i); \hat{v}(j)) < J(i)(v''(i); \hat{v}(j))$.

Для обозначения того, что стратегия $v'(i)$доминируется стратегией $v''(i)$, будем использовать запись

$$v'(i) \preceq(i)\, v''(i) \ .$$

Определение 2.5. [3] Допустим, $i \in I$. Стратегию $\bar{v}(i)$ i-го игрока принято называть недоминируемой стратегией этого игрока, если $\bar{v}(i)$ не доминируется никакой другой стратегией i-го игрока, т.е. если выполнено условие

$$\forall v(i) \in V(i),\ ((v(i) \neq \bar{v}(i)) \Rightarrow \neg(\bar{v}(i) \preceq(i)\ v(i))).$$

Множество недоминируемых стратегий i-го игрока будем обозначать символом $N(i)$.

3. Описание исследуемой игры

С помощью бескоалиционной игры $\varGamma$ двух лиц опишем процесс закупки средств защиты для некоторой компьютерной системы, подключённой к сети.

Одним из игроков в игре $\varGamma$ (пусть это будет игрок 1) является сторона, ответственная за обеспечение безопасности компьютерной системы. Другой игрок – игрок 2 – это внешний мир (по отношению к компьютерной системе), действиями которого являются те или иные (реализуемые через сеть) атаки на компьютерную систему.

Предполагается, что имеется n средств защиты, $n \in \boldsymbol{N}$, которые могут быть приобретены игроком 1 с целью обеспечения безопасности компьютерной системы. Средства пронумерованы числами от 1 до n. Для любого $i \in \{1, 2, \dots, n\}$ заданным является стоимость c_i i-го средства защиты. Заданным также является максимальный объём d денежных средств, которые первый игрок может потратить на приобретение средств защиты. Множество $V(1)$ стратегий первого игрока в игре $\varGamma$ представляет собой множество

$$\{\ S \in \boldsymbol{M}(\{1, 2, \dots, n\}) \mid \sum_{i \in S} c_i \leq d\ \}.$$

Здесь и далее запись $\sum_{i \in S} c_i$ при $S = \varnothing$ выступает в качестве обозначения 0.

Средства защиты приобретаются игроком 1 на период T, представляющий собой промежуток $(t_0, t']$, где $t_0 \in \boldsymbol{R}$, а $t' \in (t_0, \infty)$. С периодом T связано некоторое натуральное число l, имеющее смысл количества одинаковых по длине промежутков, на которые разбивается период T. С T и l, в свою очередь, связаны следующие величины и множества

$$\varDelta t = (t' - t_0)/l,$$

$$t_k = t_0 + k \cdot \varDelta t,\ k = 1, 2, \dots, l,$$

$$T_k = (t_{k-1}, t_k],\ k = 1, 2, \dots, l.$$

Предполагается также, что имеется m разновидностей (или, по-другому, типов) атак, $m \in \boldsymbol{N}$, которые могут быть использованы вторым игроком при нападении на компьютерную систему. Разновидности атак пронумерованы числами от 1 до m.

Положим, j – это произвольный элемент из множества $\{1, 2, \ldots, m\}$, а k – произвольный элемент из множества $\{1, 2, \ldots, l\}$. Предполагается, что на промежутке T_k атака j-го типа может быть использована вторым игроком не более одного раза, и пусть a_j^k – это вероятность, с которой атака j-го типа будет использована игроком 2 на промежутке T_k. Полагается, что $\forall k' \in \{1, 2, \ldots, l\},\ \forall k'' \in \{1, 2, \ldots, l\},\ a_j^{k'} = a_j^{k''}$.
Общее значение величин $a_j^{\tilde{k}}$, $\tilde{k} = 1, 2, \ldots, l$, будем обозначать символом a_j, а для обозначения набора $(a_1, a_2, \ldots, a_m)$ при $m \geq 2$ и значения a_1 при $m = 1$ будем использовать букву a.

Множество $V(2)$ стратегий второго игрока в игре Γ представляет собой множество

$$\{\, a \in \boldsymbol{R}^m \mid \forall j \in \{1, 2, \ldots, m\},\ a_j \in [0, 1]\}.$$

Очевидно,

$$V(2) = \underbrace{[0, 1] \times \ldots \times [0, 1]}_{m}.$$

Допустим, j – произвольный элемент из множества $\{1, 2, \ldots, m\}$. Символом p_{ij}, где i – произвольный элемент из множества $\{1, 2, \ldots, n\}$, будем обозначать вероятность отражения атаки j-го типа i-м средством защиты, а символом $p(S, j)$, где S – произвольная стратегия первого игрока, будем обозначать вероятность отражения атаки j-го типа совокупностью средств защиты, номера которых составляют стратегию S. Очевидно, вероятность не отражения атаки j-го типа совокупностью вышеупомянутых средств защиты совпадает со значением разности $1 - p(S, j)$. Символом Δw_j будем обозначать ущерб от разового использования атаки j-го типа, причиняемый первому игроку в ситуации, когда атака не отражена средствами защиты первого игрока (предполагается, что $\Delta w_j > 0$), а символом w_j – значение произведения $l \cdot \Delta w_j$.

Положим, S – произвольный элемент множества $V(1)$, a – произвольный элемент множества $V(2)$, а $\tilde{j}$ – произвольный элемент множества $\{1, 2, \ldots, m\}$. Значения выражений

а) $a_{\tilde{j}} \cdot l$,

б) $(1 - p(S, \tilde{j})) \cdot a_{\tilde{j}} \cdot l$, в) $(1-p(S,\tilde{j}))\cdot a_{\tilde{j}}\cdot l\cdot \Delta w_{\tilde{j}}$ или выражения $(1-p(S,\tilde{j}))\cdot a_{\tilde{j}}\cdot w_{\tilde{j}}$, которое получается из предшествующего путём замены $l\cdot \Delta w_{\tilde{j}}$ на $w_{\tilde{j}}$,

г) $\sum_{j=1}^{m}(1-p(S,j))\cdot a_j\cdot w_j$,

д) $\sum_{i\in S}c_i+\sum_{j=1}^{m}(1-p(S,j))\cdot a_j\cdot w_j$,

е) $-(\sum_{i\in S}c_i+\sum_{j=1}^{m}(1-p(S,j))\cdot a_j\cdot w_j)$

можно соответственно интерпретировать как ожидаемые значения следующих величин

а) количество промежутков T_k ($k\in\{1,2,\ldots,l\}$), в каждом из которых будет реализована атака $\tilde{j}$-го типа,

б) количество атак $\tilde{j}$-го типа, которые не будут отражены,

в) ущерб, причиняемый первому игроку от использования вторым игроком атак $\tilde{j}$-го типа,

г) суммарный ущерб, причиняемый первому игроку от использования вторым игроком атак всех типов (1-го, 2-го, …, m-го),

д) суммарные потери первого игрока (включают в себя в том числе затраты ($\sum_{i\in S}c_i$) первого игрока, связанные с приобретением средств защиты),

е) выигрыш первого игрока.

Функция $J(1)$ выигрыша первого игрока в игре Γ определяется следующим образом

$$J(1)(S,a)=-(\sum_{i\in S}c_i+\sum_{j=1}^{m}(1-p(S,j))\cdot a_j\cdot w_j),\ S\in V(1),\ a\in V(2).$$

4. Вспомогательные утверждения

В данном пункте для произвольной бескоалиционной игры двух лиц, а также для игры Γ, описанной в предыдущем пункте, представлен ряд утверждений, необходимых для доказательства утверждений, сформулированных в следующем пункте – пункте 5.

Предположим, рассматривается произвольная бескоалиционная игра двух лиц.

Из определения 2.3, очевидно, следует такое утверждение.

Утверждение 4.1. Допустим, $i\in I$, $v'(i)\in V^{\circ}(i)$, $v''(i)\in V^{\circ}(i)$. Тогда справедливо следующее

$$G(i)(v'(i)) = G(i)(v''(i)).$$

Допустим, $i \in I$. Символом $V^{\circ n}(i)$ будем обозначать множество

$$\{v'(i) \in V(i) \mid (v'(i) \in V^{\circ}(i)) \wedge$$
$$\wedge (\forall v(i) \in V(i),\ (((v(i) \in V^{\circ}(i)) \wedge (v(i) \neq v'(i))) \Rightarrow \neg(v'(i) \preceq(i)\, v(i))))\}.$$

Утверждение 4.2. [5] Допустим, $i \in I$. Тогда справедливо следующее

$$V^{\circ}(i) \cap N(i) = V^{\circ n}(i).$$

Предположим, рассматривается игра Γ, описанная в пункте 3.

Утверждение 4.3. [5] Допустим, $S \in V(1)$. Тогда справедливо следующее

$$G(1)(S) = -(\sum_{i \in S} c_i + \sum_{j=1}^{m} (1 - p(S, j)) w_j).$$

Допустим, $S' \in V(1)$ и $S'' \in V(1)$. Символом $\Delta(S', S'')$ будем обозначать значение разности

$$\sum_{i \in S'} c_i - \sum_{i \in S''} c_i .$$

Утверждение 4.4. [5] Допустим, $S' \in V(1)$ и $S'' \in V(1)$, и пусть при этом $S' \preceq(1)\, S''$. Тогда справедливо следующее

$$\Delta(S', S'') \geq 0.$$

Утверждение 4.5. [5] Допустим, $S' \in V(1)$ и $S'' \in V(1)$, и пусть при этом справедливы равенства

$$1)\ \sum_{i \in S'} c_i = \sum_{i \in S''} c_i ,$$

$$2)\ G(1)(S') = G(1)(S'').$$

Тогда выполнено следующее

$$\neg(S' \preceq(1)\, S'') \wedge \neg(S'' \preceq(1)\, S').$$

Символом A^* будем обозначать множество

$$\{\, a \in V(2) \mid \exists j \in \{1, 2, \ldots, m\},\ a_j = 1\}.$$

Очевидно, $A^* \neq \varnothing$.

Утверждение 4.6. [6] Допустим, $S' \in V(1)$ и $S'' \in V(1)$, и пусть при этом

$$\sum_{i \in S''} c_i < \sum_{i \in S'} c_i .$$

Тогда справедливо следующее

$$(S' \preceq(1)\, S'') \Leftrightarrow (\forall a \in A^*,\ \sum_{j=1}^{m} p(S', j) a_j w_j - \Delta(S', S'') \leq \sum_{j=1}^{m} p(S'', j) a_j w_j).$$

Утверждение 4.7. [6] Допустим, $S' \in V(1)$ и $S'' \in V(1)$, и пусть при этом

$$\sum_{i \in S''} c_i < \sum_{i \in S'} c_i .$$

Тогда справедливо следующее

$$\neg(S' \preceq (1)\, S'') \Leftrightarrow (\exists \hat{a} \in A^*,\ \sum_{j=1}^{m} p(S'', j)\hat{a}_j w_j < \sum_{j=1}^{m} p(S', j)\hat{a}_j w_j - \varDelta(S', S'')).$$

Утверждение 4.8. Допустим, $S' \in V(1)$ и $S'' \in V(1)$, и пусть при этом

$$\sum_{i \in S''} c_i < \sum_{i \in S'} c_i .$$

Пусть также $J \in \boldsymbol{M}_+(\{1, 2, \ldots, m\})$. Тогда справедливо следующее

$$(\sum_{j \in J} p(S'', j)w_j < \sum_{j \in J} p(S', j)w_j - \varDelta(S', S'')) \Rightarrow \neg(S' \preceq (1)\, S'').$$

Данное утверждение очевидным образом следует из утверждения 4.7.

5. Полученные результаты

В данном пункте для игры $\varGamma$ (описанной в пункте 3) получены утверждения, указывающие на процедуры отыскания всех недоминируемых максиминных стратегий первого игрока в данной игре.

Пусть далее рассматривается игра $\varGamma$ (из пункта 3).

Утверждение 5.1. Допустим, $S' \in V(1)$ и $S'' \in V(1)$, и пусть при этом $G(1)(S') = G(1)(S'')$. Тогда справедливо следующее

$$\sum_{j=1}^{m} p(S', j)w_j - \varDelta(S', S'') = \sum_{j=1}^{m} p(S'', j)w_j .$$

При доказательстве утверждения 5.1 используются утверждение 4.3 и определения величин $\varDelta(S', S'')$, $S' \in V(1)$, $S'' \in V(1)$.

Утверждение 5.2. Допустим, $S' \in V^{\circ}(1)$ и $S'' \in V^{\circ}(1)$. Тогда справедливо следующее

$$\sum_{j=1}^{m} p(S', j)w_j - \varDelta(S', S'') = \sum_{j=1}^{m} p(S'', j)w_j .$$

При доказательстве утверждения 5.2 используются утверждения 4.1 и 5.1.

Утверждение 5.3. Допустим, $m = 1$, $S' \in V^{\circ}(1)$, $S'' \in V^{\circ}(1)$, и пусть при этом

$$\sum_{i \in S''} c_i < \sum_{i \in S'} c_i .$$

Тогда справедливо следующее

$$S' \preceq (1)\, S'' .$$

При доказательстве утверждения 5.3 используются утверждения 4.6, 5.2, определение 2.3 и определения множеств $V(2)$ и A^*.

Символом $V^{\circ c}(1)$ будем обозначать множество

$$\{\, S' \in V(1) \mid (S' \in V^{\circ}(1)) \wedge (\forall S \in V(1),\ ((S \in V^{\circ}(1)) \Rightarrow (\sum_{i \in S'} c_i \le \sum_{i \in S} c_i)))\,\}.$$

Утверждение 5.4. Допустим, $m = 1$. Тогда справедливо следующее

$$V^{\circ}(1) \cap N(1) = V^{\circ c}(1).$$

При доказательстве утверждения 5.4 используются утверждения 4.1, 4.2, 4.4, 4.5 и 5.3, определения величин $\Delta(S', S'')$, $S' \in V(1)$, $S'' \in V(1)$, и определения множеств $V^{\circ n}(1)$ и $V^{\circ c}(1)$.

Утверждение 5.5. Допустим, $m \geq 2$, $S' \in V^{\circ}(1)$, $S'' \in V^{\circ}(1)$, и пусть при этом

$$\sum_{i \in S''} c_i < \sum_{i \in S'} c_i .$$

Тогда справедливо следующее

$$\neg(S' \preceq (1)\ S'') \Leftrightarrow \exists j \in \{1, 2, \ldots, m\},\ \ p(S', j) < p(S'', j).$$

При доказательстве утверждения 5.5 используются утверждения 4.7, 4.8 и 5.2, неравенства $w_j > 0$, $j = \overline{1, m}$, и определение 2.3.

Символом $V^{\circ p}(1)$ будем обозначать множество

$$\{\ S' \in V(1) \,|\, (S' \in V^{\circ}(1)) \wedge$$
$$\wedge\ (\forall S \in V(1),$$
$$(((S \in V^{\circ}(1)) \wedge (\sum_{i \in S} c_i < \sum_{i \in S'} c_i)) \Rightarrow \exists j \in \{1, 2, \ldots, m\},\ \ p(S', j) < p(S, j)))\}.$$

Утверждение 5.6. Допустим, $m \geq 2$. Тогда справедливо следующее

$$V^{\circ}(1) \cap N(1) = V^{\circ p}(1).$$

При доказательстве утверждения 5.6 используются утверждения 4.1, 4.2, 4.4, 4.5 и 5.5, а также определения величин $\Delta(S', S'')$, $S' \in V(1)$, $S'' \in V(1)$, и определения множеств $V^{\circ n}(1)$ и $V^{\circ p}(1)$.

6. Обсуждение

Предположим, S' и S'' – произвольные стратегии первого игрока в исследуемой игре Γ, и пусть при этом стратегия S'' дешевле стратегии S'. Согласно утверждению 4.7 стратегия S' не доминируется стратегией S'' в том и только в том случае, если в множестве A^* найдётся элемент $\hat{a}$, для которого будет выполнено неравенство

$$\sum_{j=1}^{m} p(S'', j)\hat{a}_j w_j < \sum_{j=1}^{m} p(S', j)\hat{a}_j w_j - \Delta(S', S'') .$$

Таким образом, для выяснения того, будет ли выполнено условие "стратегия S' не доминируется стратегией S''", требуется осуществить поиск некоторого "особого" (т.е. удовлетворяющего определённому условию) элемента в пределах множества A^*, которое, очевидно, является бесконечным.

Предположим, дополнительно, что S' и S'' – максиминные стратегии первого игрока, а $m \geq 2$. Согласно утверждению 5.5 стратегия S' не доминируется стратегией S'' в том и только в том случае, если в множестве $\{1, 2, \ldots, m\}$ найдётся элемент j, для которого будет выполнено неравенство $p(S', j) < p(S'', j)$. Таким образом, теперь для выяснения того, будет ли выполнено условие "стратегия S' не доминируется стратегией S''", требуется осуществить поиск некоторого "особого" элемента в пределах множества $\{1, 2, \ldots, m\}$, которое, очевидно, является конечным.

Т.е. смена статуса стратегий S' и S'' от произвольных к максиминным при $m \geq 2$ приводит к смене области поиска ("особого" элемента) от бесконечной области к конечной. В итоге это позволяет (см. утверждение 5.6 и определение множества $V^{\circ p}(1)$) находить множество недоминируемыхмаксиминных стратегий первого игрока, осуществляя поиск "особых" элементов в пределах конечной области.

7. Заключение

Итак, в работе для исследуемой игры Γ показано, что множество недоминируемых максиминных стратегий первого игрока при $m = 1$ совпадает с множеством, состоящим из самых дешёвых максиминных стратегий данного игрока, а при $m \geq 2$ оказывается равным множеству, составленному из тех максиминных стратегий S' первого игрока, каждая из которых удовлетворяет условию: для любой более дешёвой (по сравнению с S') максиминной стратегии S'' данного игрока существует номер j из множества $\{1, 2, \ldots, m\}$ такой, что вероятность отражения атаки j-го типа совокупностью средств защиты, номера которых составляют стратегию S'', оказывается больше вероятности отражения атаки j-го типа совокупностью средств защиты, номера которых составляют стратегию S'.

ЛИТЕРАТУРА

1. Воробьёв Н.Н. Основы теории игр. Бескоалиционные игры. – М.: Наука, 1984. – 496 с.
2. Гуц А.К., Вахний Т.В. Теория игр и защита компьютерных систем. – Омск: Изд-во ОмГУ, 2013. – 160 с.

3. Мулен Э. Теория игр с примерами из математической экономики. – М.: Мир, 1985. – 200 с.
4. Воробьёв Н.Н. Теория игр для экономистов-кибернетиков. – М.: Наука, 1985. – 272 с.
5. Сушкин В.В., Дозморов Е.Д. О нахождении недоминируемыхмаксиминных стратегий одного из игроков в бескоалиционной игре двух лиц, моделирующей процесс закупки средств защиты для компьютерной системы. // Математические методы управления: Сб. научн. тр. – Тверь: ТвГУ, 2019. – С. 23 – 31.
6. Сушкин В.В., Курбатов Д.В. О некоторых свойствах отношения доминирования, заданного на множестве стратегий одного из игроков в бескоалиционной игре двух лиц, моделирующей процесс закупки средств защиты для компьютерной системы. // Математические методы управления: Сб. научн. тр. – Тверь: ТвГУ, 2019. – С. 40 – 46.
7. Лагунов В.Н. Введение в дифференциальные игры. – Вильнюс: Институт математики и кибернетики АН Литовской ССР, 1979. – 342 с.

V.V.Sushkin

ABOUT FINDING ALL NONDOMINATED MAXIMIN STRATEGIES OF ONE OF THE PLAYERS IN A TWO-PERSON NONCOOPERATIVE GAME THAT MODELS A PROCESS OF PURCHASING PROTECTION MEANS FOR A COMPUTER SYSTEM

Tver State University,
Tver, Russia

A two-person noncooperative game that models a process of purchasing protection means for a computer system is considered. One of the players in this game is a party responsible for the security of the system. Having a certain amount of money that can be spent on the purchase of the protection means this party determines which of these funds should be purchased. Actions of the other player (and it's the external world in relation to the computer system) are attacks on the computer system implemented via the network. For each of the protection means that can be purchased as well as for each of the types of attacks that can be used in an assault on the computer system a probability with which the attack will be reflected by the protection mean is known. By choosing the protection means a party responsible for the security seeks to minimize overall losses which include first a cost of the purchased protection means and secondly a damage expected from use of the other party attacks on the computer system. A study of an optimality principle implementations of which are nondominated maximin strategies of a player, which is a party responsible for ensuring the security of the system, is carried out. A result of this study is statements that determine a method of finding all nondominated maximin strategies of the specified player.

Keywords: noncooperative game, maximin strategy, nondominated strategy, computer system, attack on a computer system, protection of a computer system.

REFERENCES

1. Vorob'ev N.N. Fundamentals of game theory. Noncooperative games. – M.: Science, 1984. – 496 p.
2. Guts A.K., Wahn T.V. Game theory and protection of computer systems. – Omsk: Publishing House of Omsk State University, 2013. – 160 p.
3. Moulin E. Game theory with examples from mathematical economics. – M.: Mir, 1985. – 200 p.
4. Vorob'ev N.N. Game theory for economists-cyberneticists. – M.: Science, 1985. – 272 p.
5. Sushkin V.V., Dozmorov E.D. About finding nondominated maximin strategies of one of the players in a two-person noncooperative game that models a process of purchasing protection means for a computer system. // Mathematical methods of control: Collection of proceedings. – Tver: Tver State University, 2019. – P. 23 – 31.
6. Sushkin V.V., Kurbatov D.V. About some properties of the domination relation given on the set of strategies of one of the players in a two-person noncooperative game that models a process of purchasing protection means for a computer system. // Mathematical methods of control: Collection of proceedings. – Tver: Tver State University, 2019. – P. 40 – 46.
7. Lagunov V.N. Introduction to differential games. – Vilnius: Institute of Mathematics and Cybernetics of Lithuanian SSR Academy of Sciences, 1979. – 342 p.