УДК 62-50:532.546 DOI: 10.26102/2310-6018/2020.28.1.006

Дискретная аппроксимация моделей с распределенными параметрами

Л.Б. Афанасьевский[1], А.Н. Горин[2], М.А. Чурсин[3], О.Ю. Лавлинская[4]

[1,2]ВУНЦ ВВС «Военно-воздушная академия им. проф. Н. Е. Жуковского и Ю. А. Гагарина», Воронеж, Россия

[3]Воронежский филиал Российского экономического университета им. Г. В. Плеханова, Воронеж, Россия

[4]Воронежский институт высоких технологий, Воронеж, Россия

Резюме: Актуальность исследования обусловлена необходимостью разработки математического аппарата приближенного математического описания в виде дискретных передаточных функций для решения задач управления непрерывными системами с распределенными параметрами. В связи с этим, в данной статье рассматривается модель аппроксимации динамических свойств систем. Аппроксимация выполняется в окрестностях рабочего статического режима путем замены производных их разностными аналогами, применимыми к разностной модели дискретного преобразования Карсона, последовательного дифференцирования результатов преобразования по комплексной переменной и перехода к пределу при нулевом значении этой переменной. Ведущим методом к исследованию проблемы управления непрерывными системами с распределенными параметрами является метод аналитического моделирования, позволяющий получить аппроксимацию с достаточной степенью приближения. В статье представлены результаты преобразования модели в виде последовательности уравнений, обеспечивающих рекуррентное вычисление моментов дискретных весовых функций, начиная с момента нулевого порядка. Коэффициенты приближенных дискретных передаточных функций определяются путем решения систем линейных алгебраических уравнений, коэффициенты которых зависят от моментов дискретных весовых функций. Приведен пример расчета для системы, описываемой двумя дифференциальными уравнениями с частными производными. Материалы статьи представляют практическую ценность для специалистов химической промышленности, цветной металлургии и ряда других отраслей промышленности, где широко используются методы аналитического моделирования объектов.

Ключевые слова: системы с распределенными параметрами, преобразование Карсона, моменты дискретных весовых функций, дискретная передаточная функция

Для цитирования: Афанасьевский Л.Б., Горин А.Н., Чурсин М.А., Лавлинская О.Ю. Дискретная аппроксимация моделей с распределенными параметрами. *Моделирование, оптимизация и информационные технологии.* 2020;8(1). Доступно по: https://moit.vivt.ru/wp-content/uploads/2020/02/AfanasievskySoavtors_1_20_1.pdf DOI: 10.26102/2310-6018/2020.28.1.006

Discrete approximation of models with distributed parameters

L.B. Afanasievsky[1], A.N.Gorin[2], M.A.Chursin[3], O.Y. Lavlinskaya[4]

[1,2]Military Educational and Scientific Center of the Air Force "N.E. Zhukovsky and Y.A. Gagarin Air Force Academy" ,Voronezh, Russia

[3]Voronezh branch of Russian economic University prof. G.V. Plekhanov, Voronezh, Russia

[4]Voronezh Institute of High Technologies, Voronezh, Russia

Abstract: The relevance of the study is due to the need to develop a mathematical apparatus of approximate mathematical description in the form of discrete transfer functions for solving problems of control of continuous systems with distributed parameters. Therefore, this article discusses the model of approximation of dynamic properties of systems. Approximation is performed in the static mode area by replacing derivatives with their differential analogues applicable to the difference model of the Carson discrete transformation, sequentially differentiating the transformation results over the complex variable and moving to the limit at the zero value of this variable. The leading approach to the study of the problem of management of continuous systems with distributed parameters is the method of analytical modeling, which allows to obtain a difference model with a high degree of approximation. In the article, the results of the transformation of the model in the form of a sequence of equations providing a recursive calculation of the moments of discrete weight functions, starting from the moment of zero order. The coefficients of approximate discrete transfer functions are determined by solving systems of linear algebraic equations, the coefficients of which depend on the moments of discrete weight functions. This is an example of a calculation for a system described by two differential equations with partial derivatives. Materials of the study are of practical value for specialists of chemical industry, non-ferrous metallurgy and a number of other industries, where methods of analytical modeling of objects are widely used.

Keywords: distributed parameter systems, Carson transform, moments of discrete weight functions, discrete transfer function

For citation: Afanasievsky L.B., Gorin A.N., Chursin M.A., Lavlinskaya O.Y. Discrete approximation of models with distributed parameters. *Modeling, Optimization and Information Technology*. 2020;8(1). Available from:https://moit.vivt.ru/wp-content/uploads/2020/02/AfanasievskySoavtors_1_20_1.pdf DOI: 10.26102/2310-6018/2020.28.1.006 (In Russ).

Введение

В ходе подготовки специалистов для химической промышленности, цветной металлургии и ряда других отраслей промышленности широко используются методы аналитического моделирования объектов, в которых технологические процессы представляют собой распределенные в пространстве системы тепло- и массообмена в условиях перемещения рабочих сред [1, 2].

Другой класс объектов с распределенными параметрами – магистральные нефте- и газопроводы, управление которыми представляет собой достаточно сложную задачу [3, 4].

В грузоподъемных и буровых установках, конвейерах, различного рода манипуляторах рабочие объекты также представляют собой системы с распределенными параметрами.

Поиск новых методов исследования распределенных систем все еще остается актуальной задачей, о чем свидетельствуют многочисленные публикации последних лет, например [3-5].

Тем не менее, исследование указанных систем по их математическому описанию остается достаточно громоздкой процедурой даже при использовании современных ЭВМ.

Еще больше сложностей возникает при попытке использования уравнений в частных производных для управления технологическими процессами в реальном времени.

Указанные обстоятельства привели к появлению многочисленных методов [1, 2], позволяющих получить приближенное математическое описание распределенных систем в виде, наиболее пригодном для автоматического управления. Однако эти методы или плохо формализуемы, или требуют предварительных расчетов и табулирования промежуточных результатов в памяти цифровой ЭВМ.

Предлагаемый приближенный метод расчета динамики одномерно распределенных в пространстве процессов использует в определенной степени идеи [1], но более удобен с точки зрения реализации расчетов на цифровой ЭВМ в силу рекуррентности расчетных соотношений [6].

Получению навыков разработки и исследования аналитических моделей, оценке точности и достоверности полученных результатов посвящено решение данной задачи.

Постановка задачи

Пусть процессы в технологическом аппарате описываются системой дифференциальных уравнений в частных производных достаточно общего вида

$$\frac{\partial z_i}{\partial t} + g_i(x,t,z)\frac{\partial z_i}{\partial x} = f_i(x,t,z),\ i = 1, 2, \ldots, n, \tag{1}$$

где t – время; x – пространственная координата; $z_i = z_i(x, t)$ – исследуемые параметры объекта; g_i, f_i – известные нелинейные функции.

В качестве начальных условий для системы уравнений (1) примем значения параметров процесса, характеризующие статический режим:

при $t = 0$, $z_i(x, 0) = \alpha_i(x)$, $i = 1, 2, \ldots, n$, $0 \le x \le L$, , где $\alpha_i = \alpha_i(x)$ – непрерывные на отрезке $[0,\ L]$ функции, определяемые системой обыкновенных дифференциальных уравнений

$$g_i(x,\alpha)\frac{\partial \alpha_i}{\partial x} = f_i(x,\alpha), \tag{2}$$

и граничными условиями

$$\alpha_i(0) = \alpha_{0i}, i = 1, 2, \ldots n. \tag{3}$$

Аппроксимацию динамических свойств объекта (1)-(3) будем выполнять в окрестности рабочего (статического) режима, используя линейные приближения.

Линеаризуя уравнения (1) в окрестности статического режима, получим

$$\frac{\partial y_i}{\partial t} + g_i(x,\alpha)\frac{\partial y_i}{\partial x} + \sum_{j=1}^{n} a_{ij}(x,\alpha) y_j = 0,\ i = 1, 2, \ldots, n, \tag{4}$$

где

$$y_i = y_i(x,t) = z_i - \alpha_i,$$

$$a_{ij}(x,\alpha) = f_i(x,\alpha) q_{ij}(x,\alpha) / g_i(x,\alpha) - r_{ij}(x,\alpha),$$

$$q_{ij}(x,\alpha) = \left.\frac{\partial g_i(x,t,z)}{\partial z_j}\right|_{\alpha};\ r_{ij}(x,\alpha) = \left.\frac{\partial f_i(x,t,z)}{\partial z_j}\right|_{\alpha}$$

Начальные условия для системы уравнений (4) являются нулевыми.

Ставится задача определения приближенных передаточных функций для фиксированного множества точек объекта с распределенными параметрами, описываемого системой уравнений (4), при воздействии со стороны граничных условий, что соответствует возмущению значений технологических параметров на входах объекта.

Методы исследования

Применение моментов импульсных переходных функций

Поставленная задача решается путем последовательного преобразования математической модели (4), суть которого заключается в переходе к обобщенным переменным – моментам дискретных весовых функций и использованию моментов для расчета коэффициентов приближенных передаточных функций.

В качестве первого шага преобразования заменим производные в (4) их разностными аппроксимациями:

$$\frac{1}{T}[y_i(x_m,t_{k+1})-y_i(x_m,t_k)]+\frac{1}{X}g_i(x_m,\alpha)\,[y_i(x_{m+1},t_k)-y_i(x_m,t_k)]+$$
$$+\sum_{j=1}^{n}a_{ij}(x_m,\alpha)y_j(x_m,t_k)=0, \qquad (5)$$

где T и X – значения интервалов дискретности для аргументов t и x; $t_k=kT;\ x_m=mX;\ k,m=0,1,2,...$

Переход к разностным аппроксимациям по времени является естественным при решении задачи синтеза цифровых систем управления, а дискретность пространственной координаты обусловливается тем обстоятельством, что распределенный контроль и управление, как правило, имеют место в фиксированном числе точек.

Далее задается специальным образом организованная совокупность граничных условий $v_i(kT) = y_i\ (0,\ kT),\ \ i = 1,\ 2,\ ...,\ n$. Специфика задания граничных условий заключается в том, что для каждого конкретного значения l = 1, 2, ..., n они имеют вид

$$v_i(kT)=\begin{cases}0,\ i\neq l\\ \rfloor 1(kT),\ i=l,\end{cases} \qquad (6)$$

где символ «⌋» обозначает ступенчатую функцию [7].

Затем к системе уравнений (5) применяется дискретное преобразование Карсона [7].

На этом этапе становится ясным способ выбора системы граничных условий. При граничных условиях (6) реакциями возмущений системы (5) будут дискретные переходные функции $h_{il}(x_m,\ t_k)$, для которых изображениями Карсона являются дискретные передаточные функции $W_{il}^{*}(x_m,p)$. Изображение же Карсона для единичного ступенчатого сигнала $\rfloor 1(kT)$ равно единице.

Учитывая, что для промышленных объектов $h_{il}(x_m,0)=0$, преобразованная по Карсону система уравнений (5) принимает вид

$$\frac{1}{T}\left(e^{pT}-1\right)W_{il}^{*}(x_m,p)+\frac{1}{X}g_i(x_m,\alpha)\,[W_{il}^{*}(x_{m+1},p)-W_{il}^{*}(x_m,p)]+$$
$$+\sum_{j=1}^{n}a_{ij}(x_m,\alpha)W_{jl}^{*}(x_m,p)=0\,. \qquad (7)$$

Дифференцируя уравнение (7) q раз по переменной p, получаем для q-й производной уравнение, представленное следующей формулой:

$$\sum_{s=0}^{q-1} T^{q-s-1} e^{pT} \binom{q}{s} \frac{d^s W_{il}^*(x_m, p)}{dp^s} + + \frac{1}{T}\left(e^{pT} - 1\right) \frac{d^q W_{il}^*(x_m, p)}{dp^q} + \frac{1}{X} g_i(x_m, \alpha) \times$$
$$\times \left[\frac{d^q W_{il}^*(x_{m+1}, p)}{dp^q} - \frac{d^q W_{il}^*(x_m, p)}{dp^q} \right] + \sum_{j=1}^{n} a_{ij}(x_m, \alpha) \frac{d^q W_{jl}^*(x_m, p)}{dp^q} = 0;$$
$$i = 1, 2, \ldots, n; \quad \binom{q}{s} = \frac{q!}{s!(q-s)!}. \qquad (8)$$

Переходя в уравнениях (7) и (8) к пределу при $p \to 0$, получаем последовательность уравнений, не содержащих комплексной переменной p:

$$\sum_{s=0}^{q-1} (-1)^s T^{q-s-1} \binom{q}{s} \beta_{il}^{(s)}(x_m) + (-1)^q \left\{ \frac{1}{X} g_i(x_m, \alpha) \left[\beta_{il}^{(q)}(x_{m+1}) - \beta_{il}^{(q)}(x_m) \right] + \right.$$
$$\left. + \sum_{j=1}^{n} a_{ij}(x_m, \alpha) \beta_{jl}^{(q)}(x_m) \right\} = 0; \; i = 1, 2, \ldots, n, \qquad (9)$$

где $\beta^{(q)}(x_m)$ – момент порядка q дискретной весовой функции $w(x_m, t_k)$, определяемый соотношениями

$$\beta^{(q)} = \sum_{k=0}^{\infty} (kT)^q w(kT) = (-1)^q \left. \frac{d^q W^*(p)}{dp^q} \right|_{p=0}.$$

Уравнения (9) позволяют рекуррентно рассчитать для любого сечения аппарата x_m, $m = 0, 1, 2, \ldots$- моменты дискретных весовых функций, начиная с момента нулевого порядка $\beta^{(0)}(x_m)$. Соответствующие граничные условия $\beta_{jl}^{(q)}(x_0)$, $j = 1, 2, \ldots, n$, необходимые для начала расчета по формулам (9), легко определяются из граничных условий (6). Учитывая, что дискретное преобразование Карсона для единичной ступенчатой функции $\rfloor 1(kT)$ равно единице и в то же время равно передаточной функции для нулевого сечения аппарата, получаем:

$$\beta_{jl}^{(q)}(x_0) = 0, \; j \neq l; \; q = 0, 1, 2, \ldots,$$
$$\beta_{ll}^{(0)}(x_0) = 1, \; \beta_{ll}^{(q)}(x_0) = 0, \; q = 1, 2, \ldots \qquad (10)$$

Таким образом, для расчета моментов $\beta^{(q)}(x_m)$ необходимо сначала определить параметры статического режима путем решения системы обыкновенных дифференциальных уравнений (2) при граничных условиях (3), а затем для рассматриваемых сечений аппарата x_m рассчитать моменты по простым рекуррентным формулам (9) с учетом граничных условий (10).

Определение дискретных передаточных функций

Многие распределенные промышленные процессы с монотонными и ограниченными при ступенчатом возмущении переходными характеристиками могут быть достаточно точно описаны дробно-рациональными передаточными функциями с запаздыванием [1, 2].

Дальнейшие рассуждения направлены на то, чтобы по известным моментам определить коэффициенты приближенных передаточных функций, аппроксимирующих динамические свойства распределенной системы.

Пусть аппроксимирующая передаточная функция имеет вид

$$\hat{W}_{il}^{*}(x_m,p)=\frac{B_{il}(x_m,p)}{A_{il}(x_m,p)}e^{-pr_{il}(x_m)T}, \tag{11}$$

где rT – запаздывание ($r_{min}=1$);

$$A(p)=\sum_{k=0}^{N}a_k e^{-kpT},\ a_0=1;$$

$$B(p)=\sum_{k=0}^{M}b_k e^{-kpT},\ M\le N$$

(для упрощения обозначений здесь и далее опущены индексы и обозначение зависимости от пространственной координаты).

Будем считать, что приближенные передаточные функции $\hat{W}_{il}^{*}(p)$ эквивалентны передаточным функциям $W_{il}^{*}(x_m,p)$, описывающим динамические свойства распределенной системы, если равны первые q моментов соответствующих дискретных весовых функций $\hat{\beta}_{il}^{(k)}=\beta_{il}^{(k)}$, $i, l = 1, 2, \ldots, n$, $k = 0, 1, \ldots, q$.

Переписывая (11) в виде

$$A(p)\hat{W}^{*}(p)-B(p)e^{-prT}=0 \tag{12}$$

и дифференцируя (12) q раз по p, получаем последовательность уравнений, определяемую общей формулой

$$\sum_{s=0}^{q}\binom{q}{s}\frac{d^{q-s}A(p)}{dp^{q-s}}\frac{d^{s}\hat{W}^{*}(p)}{dp^{s}}+\sum_{s=0}^{q}\binom{q}{s}(-1)^{s+1}(rT)^{s}\frac{d^{q-s}B(p)}{dp^{q-s}}e^{-prT}=0. \tag{13}$$

Переходя в (12) и (13) к пределу при $p\to 0$, получаем:

$$\sum_{s=0}^{q}\binom{q}{s}\left[A^{(q-s)}(0)\beta^{(s)}-(rT)^{s}B^{(q-s)}(0)\right]=0,\ q=0,1,2,\ldots \tag{14}$$

где

$$A^{(i)}(0)=\lim_{p\to 0}\frac{d^iA(p)}{dp^i}=(-1)^i\sum_{j=0}^{N}(jT)^i a_j;\ B^{(i)}(0)=\lim_{p\to 0}\frac{d^iB(p)}{dp^i}=(-1)^i\sum_{j=0}^{M}(jT)^i b_j;$$

Считая моменты $\beta^{(q)}$ известными, путем несложных преобразований уравнения (14) получаем для определения коэффициентов передаточной функции (11) матричное уравнение

$$D\overline{\theta}=\overline{\beta}, \tag{15}$$

где D – матрица $(N+M+1)\times(N+M+1)$, элементы которой вычисляются по формулам

$$d_{ij}=\sum_{k=0}^{i-1}(jT)^{i-k-1}\binom{i-1}{k}\beta^{(k)},\ j=1,2,\ldots,N;\quad d_{i,N+1}=-(rT)^{i-1};$$
$$d_{ij}=-\sum_{k=0}^{i-1}(rT)^{i-k-1}\binom{i-1}{k}[(j-N-1)T]^k,$$
$$i=1,2,\ldots,N+M+1,\ j=N+2,\ldots,N+M+1. \tag{16}$$

$\overline{\theta}=(a_1,a_2,\ldots,a_N,b_1,b_2,\ldots,b_M)^T$ – вектор искомых коэффициентов;

$$\overline{\beta}=(-\beta^{(0)},-\beta^{(1)},\ldots,-\beta^{(N+M)})^T.$$

Заметим, что для определения коэффициентов передаточной функции (11) необходимо вычислять моменты до порядка $N+M$ включительно.

Полагая в (6) последовательно $l = 1, 2,\ldots, n$ и выполняя расчеты по приведенным формулам, можно определить матрицу передаточных функций $\hat{W}^*(p)=[\hat{W}_{ij}^*]_{n\times n}$, приближенно описывающую динамические свойства многомерной распределенной системы в окрестности заданного статического режима.

Для целей автоматического управления результат в виде матрицы дискретных передаточных функций является наиболее общим по сравнению с другими способами описания динамики распределенных систем. Он позволяет путем формального перехода от передаточных функций к разностным уравнениям достаточно просто рассчитать изменения исследуемых параметров системы во времени при любых произвольных возмущениях со стороны граничных условий.

Изложенный метод может быть применен для аппроксимации динамических свойств одномерно распределенных объектов, описываемых и более сложными исходными уравнениями.

Результаты

Пример определения передаточных функций

Для иллюстрации изложенного метода определим приближенные функции прямоточного теплообменного аппарата [8], описываемого уравнениями

$$\frac{\partial z_1}{\partial t} + w_1 \frac{\partial z_1}{\partial x} = \chi_1 (z_2 - z_1);$$
$$\frac{\partial z_2}{\partial t} + w_2 \frac{\partial z_2}{\partial x} = \chi_2 (z_1 - z_2);$$
$$0 \le x \le L,\ 0 \le t < \infty,$$

где w_1, w_2 – линейные скорости горячего и холодного теплоносителей, м/с; χ_1 , χ_2 – коэффициенты, характеризующие параметры потоков и теплообменника, 1/с; $z_1(x, t)$, $z_2(x, t)$ – температуры горячего и холодного теплоносителей, °С.

Распределение температур в статике описывается уравнениями:

$$\frac{d\alpha_1}{dx} = h_1(\alpha_2 - \alpha_1);\ \frac{d\alpha_2}{dx} = h_2(\alpha_1 - \alpha_2) \tag{17}$$

и граничными условиями

$$\alpha_1(0) = \alpha_{01};\ \alpha_2(0) = \alpha_{02}, \tag{18}$$

где $h_1 = \chi_1/w_1$; $h_2 = \chi_2/w_2$.

Решение уравнений (17) при условиях (18) имеет вид

$$\alpha_1(x) = \frac{1}{\lambda}[(\alpha_{01} - \alpha_{02}) h_1 e^{-\lambda x} + \alpha_{01} h_2 + \alpha_{02} h_1];$$
$$\alpha_2(x) = \frac{1}{\lambda}[(\alpha_{02} - \alpha_{01}) h_2 e^{-\lambda x} + \alpha_{01} h_2 + \alpha_{02} h_1],$$

где $\lambda = h_1 + h_2$.

Значения температур теплоносителей на выходе аппарата, рассчитанные при $\chi_1 = \chi_2 = 1{,}43$ 1/с; $w_1 = 1{,}43$ м/с; $w_2 = 0{,}48$ м/с; $\alpha_{01} = 70$ °С; $\alpha_{01} = 70$ °С; $\alpha_{02} = 20$ °С; $L = 1$ м, равны; $\alpha_1(L) = 57{,}7$ °С; $\alpha_2(L) = 56{,}7$ °С.

Рассмотрим случай, когда источником возмущения является изменение температуры горячего теплоносителя ($l = 1$) на входе аппарата, а реакциями системы – изменения температур теплоносителей на выходе.

При $\alpha_{01} = 90$ °С будем иметь в статике $\alpha_1(L) = 72{,}7$ °С; $\alpha_2(L) = 71{,}4$ С.

В качестве аппроксимирующих будем рассматривать передаточные функции первого порядка с запаздыванием вида (11).

В соответствии с (9) при $X = 0{,}2$ м; $T = 0{,}2$ с рассчитываем требуемые моменты

$$\beta_{11}^{(0)} = 0{,}749;\ \beta_{21}^{(0)} = 0{,}748;\ \beta_{11}^{(1)} = 0{,}654;\ \beta_{21}^{(1)} = 0{,}911.$$

Задаваясь исходя из физических соображений значениями $r_{11} = r_{21} = 4$, вычисляя по формулам (16) элементы матриц D и решая матричные уравнения (15), получаем следующие приближенные передаточные функции для рассматриваемых каналов

$$\hat{W}_{11}^{*}(L,z)=\frac{0,547z^{-4}}{1-0,268z^{-1}};\ \hat{W}_{21}^{*}(L,z)=\frac{0,248z^{-4}}{1-0,676z^{-1}}, \quad (19)$$

где $z = e^{pT}$.

На Рисунке представлены переходные процессы, рассчитанные по разностным уравнениям, полученным из (19). Возмущение $\Delta z_1 = 20\ °C$.

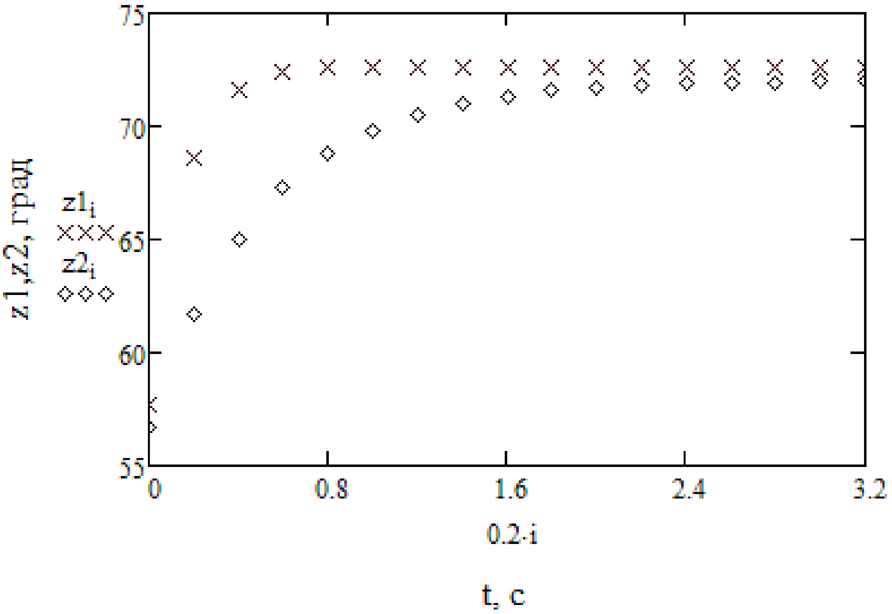

Рисунок - Приближенные переходные процессы в теплообменном аппарате
Figure - Approximate transients in a heat exchanger

Легко заметить, что даже достаточно грубая аппроксимация с использованием только первых двух моментов соответствует физике процессов и усилительным свойствам системы.

Заключение

Предложен способ получения приближенного описания систем с распределенными параметрами в виде дискретных передаточных функций на основе введения обобщенных переменных – моментов дискретных весовых функций. Точность математического описания может быть увеличена путем учета моментов более высоких порядков. Наличие приближенного описания объектов с распределенными параметрами в виде дискретных передаточных функций является основой построения систем управления. Процессы, протекающие в системе, могут быть легко получены путем перехода от дискретных передаточных функций к разностным уравнениям.

ЛИТЕРАТУРА

1. Девятов, Б. Н. *Теория переходных процессов в технологических аппаратах с точки зрения задач управления* . Новосибирск. Сибирское отделение АН СССР, 1964.
2. Девятов Б. Н., Демиденко Н. Д., Охорзин В. А. *Динамика распределенных процессов в технологических аппаратах, распределенный контроль и управление* . Красноярск. Красноярское книжное изд-во, 1976.

3. Мусаев, В. Г., Гусейнов Н. Е., Абилов К. А. Структурный анализ динамических процессов в магистральных нефтепроводах . *Информационные технологии моделирования и управления. Международный сборник научных трудов* 2011;6(71):667-674.
4. Мусаев, В. Г. Структурное моделирование и анализ динамических процессов в полубесконечном магистральном трубопроводе с известным законом нагнетания / *Нефтегазовое дело. Электронный научный журнал* 2013;(2) Доступно по: http://www.ogbus.ru. (Дата обращения: 17.01.2018).
5. Дылевский А.В., Власова О. О. , Ракитин Д. А. Построение переходных процессов в системах с распределенными параметрами. *Вестник Воронежского государственного университета. Серия Системный анализ и информационные технологии*. 2016;(3):85-89.
6. Горин, А. Н. *Об аппроксимации моделей динамики объектов с распределенными параметрами* . Унифицированные решения для АСУ непрерывными технологическими процессами и производствами : сб. науч. трудов ЦНИИКА. М.: Энергоатомиздат, 1984:26-29.
7. Видаль П. *Нелинейные импульсные системы* . М.: Энергия.1974.
8. *Автоматизация технологических процессов пищевых производств* (под ред. Е. Б. Карпина). М.: Пищевая промышленность. 1977.

REFERENCES

1. Devyatov, B.N. *The theory of transients in technological devices from the point of view of control problems*. Novosibirsk: Siberian branch of the USSR Academy of Sciences. 1964.
2. Devyatov B.N., Demidenko N.D., Okhorzin V.A. *Dynamics of distributed processes in technological devices, distributed control and management*. Krasnoyarsk. Krasnoyarsk book publishing house, 1976.
3. Musaev V.G., Huseynov N.E., Abilov K.A. Structural analysis of dynamic processes in main oil pipelines. *Information technologies of modeling and control (International collection of scientific papers)* 2011;6(71):667-674.
4. Musaev V.G. Structural modeling and analysis of dynamic processes in a semi-infinite main pipeline with a known injection law. *Electronic science journal “Oil and Gas business”.* 2013;(2). Available from: http://www.ogbus.ru (Date of access: 17.01.2018).
5. Dylevsky A.V., Vlasova O. O., Rakitin D. A. Construction of transients in systems with distributed parameters. *Bulletin of the Voronezh state University*. *Ser. System analysis and information technologies*. 2016;(3):85-89.
6. Gorin, A. N. *Approximation of models of the dynamics of objects with RAS opredelennymi parameters.* Unified solutions for automatic control system of continuous technological processes and production : collection of scientific works. papers cniika. - Moscow: Energoatomizdat. 1984:26-29.
7. Vidal P. *Nonlinear sampled-data systems.* Moscow: Energia, 1974.
8. *Automation of technological processes of food production*. Edited by E. B. Karpin - Moscow: Food industry. 1977.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ / INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Афанасьевский Леонид Борисович, кандидат технических наук, доцент кафедры автоматизированных систем управления (и информационной безопасности), ВУНЦ ВВС «Военно-воздушная академия им. проф. Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина», Воронеж, Российская Федерация.
e-mail: *afleonid@yandex.ru*

Leonid B. Afanasievsky, Ph.D, Associate Professor of Automated Control Systems (and Information Security), Military training and research center of the Air force "Air Force Academy named after professor N.E. Zhukovsky and Y.A. Gagarin», Voronezh, Russian Federation.

Горин Александр Николаевич, кандидат технических наук, доцент кафедры автоматизированных систем управления (и информационной безопасности), ВУНЦ ВВС «Военно-воздушная академия им. проф. Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина», Воронеж, Российская Федерация.
e-mail: algorin.algoral@mail.ru

Alexander N. Gorin, Ph.D, Associate Professor of Automated Control Systems (and Information Security), Military training and research center of the Air force "Air Force Academy named after professor N.E. Zhukovsky and Y.A. Gagarin», Voronezh, Russian Federation.

Чурсин Михаил Александрович, кандидат технических наук, доцент кафедры информационных технологий в экономике, Воронежский филиал Российского экономического университета им. Г.В. Плеханова, Воронеж, Российская Федерация.
e-mail: *chur1951@yandex.ru*

Mikhail A. Chursin, Ph.D, Associate Professor of Information Technology in Economics, Voronezh branch of the Russian Economic University named after G.V. Plekhanova, Voronezh, Russian Federation.

Лавлинская Оксана Юрьевна, кандидат технических наук, доцент, Воронежский институт высоких технологий, Российская Федерация
e-mail:lavlin2010@yandex.ru
ORCID: 0000-0002-3587-2074

Oksana Y. Lavlinskaya, Ph.D, Associate professor, Voronezh Institute of High Technology, Voronezh, Russian Federation