УДК 519.217.2 DOI: 10.26102/2310-6018/2020.28.1.009

Анализ математической модели надежности ответственного узла радиотехнического устройства при наличии резервных блоков в случае опасности короткого замыкания

Ю.В. Корыпаева, Н.А. Алейникова, Н.Е. Красова
ВУНЦ ВВС «Военно-воздушная академия им. проф. Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина», Воронеж, Российская Федерация

Резюме: Рассматривается задача дублирования ответственного узла радиотехнического устройства несколькими резервными блоками в случае возможности короткого замыкания или другой потенциальной опасности внезапного отключения устройства. Для исследования подобных ситуаций при моделировании возможного внезапного выхода агрегата из строя вводится малый положительный параметр в знаменателях интенсивностей отказов основного устройства и дублирующих блоков. В связи с этим система уравнений Колмогорова для рассматриваемого случая будет являться сингулярно возмущенной. Для полученной модели найдены основные характеристики надежности устройства: вероятность потери работоспособности, математическое ожидание времени выхода из строя последнего дублирующего блока, дисперсия и опасность отказа агрегата. Аналогичные характеристики найдены для соответствующей задачи без резервирования. На основании сравнительного анализа полученных результатов для характеристик надежности основной задачи и их сравнения с результатами для системы без резервирования выявлен ряд особенностей и сделаны выводы о целесообразности резервирования в рассматриваемом случае. Для конкретных значений числа дублирующих блоков, интенсивностей отказов и малого параметра приведена таблица результатов для математического ожидания времени выхода из строя последнего устройства и сделаны выводы.

Ключевые слова: прогнозирование надежности, резервирование, цепи Маркова с конечным числом состояний, сингулярные возмущения.

Для цитирования: Корыпаева Ю.В., Алейникова Н.А., Красова Н.Е. Анализ математической модели надежности ответственного узла радиотехнического устройства при наличии резервных блоков в случае опасности короткого замыкания. *Моделирование, оптимизация и информационные технологии.* 2020;8(1). Доступно по: https://moit.vivt.ru/wp-content/uploads/2020/02/KoripaevaSoavtors_1_20_1.pdf DOI: 10.26102/2310-6018/2020.28.1.009

Analysis of mathematical model of reliability of the responsible node of the radio engineering device in the presence of reserve blocks in case of danger of short circuit

J.V. Korypaeva, N.A. Aleynikova, N.E. Krasova
Zhukovsky-Gagarin Air Force Academy, Voronezh, Russian Federation

Abstract. The problem of duplicating the responsible node of a radio engineering device with several backup units in the event of a short circuit or other potential danger of sudden disconnection of the device is considered. To study such situations, when modeling a possible sudden failure of the unit, a small positive parameter is introduced in the denominators of the failure rates of the main device and backup units. In this regard, the system of Kolmogorov equations for the considered case will be singularly perturbed. For the received model key features device reliability: the probability of loss of function of the expected time of failure of the last overlapping block variance and the risk of failure of the unit. Similar characteristics are found for the corresponding problem without reservation. On the basis of a comparative analysis of the results obtained for the reliability characteristics of the main task and their comparison with the results for the system without redundancy, a number of features are identified and conclusions are made about the feasibility of redundancy in this case. For specific values of the number of duplicate blocks, failure rates and small parameter, a table of results for the mathematical expectation of the time of failure of the last device is given and conclusions are made.

Keywords: reliability prediction, redundancy, Markov chains with a finite number of States, singular perturbations.

For citation: Korypaeva J.V., Aleynikova N.A., Krasova N.E. Analysis of mathematical model of reliability of the responsible node of the radio engineering device in the presence of reserve blocks in case of danger of short circuit. *Modeling, optimization and information technology*. 2020;8(1). Available from: https://moit.vivt.ru/wp-content/uploads/2020/02/KoripaevaSoavtors_1_20_1.pdf DOI: 10.26102/2310-6018/2020.28.1.009 (In Russ).

Введение

Существует достаточное количество разработанных методов исследования и прогнозирования последствий аппаратурных устойчивых постепенных отказов узлов радиотехнических агрегатов. Изучение и попытки прогнозирования в ситуациях, когда отказ может произойти внезапно, к сожалению, не могут осуществляться с помощью методов, основанных на использовании детерминированных закономерностей. В таких случаях приходится использовать косвенные прогнозирующие параметры (увеличение «шума», увеличение теплового излучения и т. п.) [1-6].

Надежность электрических схем различных агрегатов определяют такими показателями безотказности, как вероятность безотказной работы в течение заданного отрезка времени; средняя наработка до первого отказа. Один из самых популярных методов повышения надежности – дублирование основных систем объекта изучения, когда происходит постоянное резервирование, резервирование замещением или скользящее резервирование [2].

Целью дублирования, как средства усиления надежности объекта или его узлов является улучшение количественных показателей надежности изделия, например, таких как математическое ожидание времени работы устройства до выхода из строя и т. п. Однако, следует отметить важность комплексного анализа целесообразности резервирования, в том числе экономической.

В настоящей работе рассматривается задача дублирования в случае внезапных отказов, связанных с опасностью возникновения короткого замыкания, обусловленной объективными факторами (изношенность, влажность и т. п.). Предлагается подход, при котором опасность внезапного отказа аппаратуры учитывается с помощью малого параметра $\varepsilon > 0$ в знаменателях интенсивностей отказов. Стремление ε к нулю описывает ситуацию, при которой интенсивность отказа аппарата резко возрастает в силу тех или иных внешних факторов.

Целью работы является выявление особенностей рассматриваемой задачи на основании вычисления основных характеристик надежности, прогнозирование надежности и целесообразности структурного резервирования в данных условиях.

Материалы и методы

Резервируется ответственный узел (ОУ) некоторого агрегата, системы. Частота (интенсивность) отказов основного устройства – $\frac{\lambda_0}{\varepsilon}$ (в ед. времени), – малый параметр. Имеются $n-1$ резервных устройства (РУ1, … , РУ$(n-1)$): пер$\varepsilon > 0$вое (РУ1) в облегченном резерве, с частотой отказов $\frac{\lambda_1}{\varepsilon}$ (в ед. времени), а остальные (РУ2, … , РУ$(n-1)$) – в недогруженном состоянии. После отказа любого из устройств одно из оставшихся будет функционировать как основное, а некоторое другое будет в облегченном резерве.

Устройство, оставшееся в итоге в одиночестве, функционирует как основное. При выходе из строя и этого устройства считается, что данный агрегат прекратил свое существование (работоспособность). Требуется вычислить среднее время функционирования агрегата до выхода из строя, а также дисперсию времени жизни агрегата и опасность отказа.

Короткое замыкание – это любое незапланированное, нештатное соединение электрических проводников с разным потенциалом, например, фазы и ноля, при котором образуются разрушительные токи, что влечет за собой резкое возрастание интенсивности отказов узлов цепи. В рассматриваемом примере это явление выражается в появлении малого параметра $\varepsilon > 0$ в знаменателях интенсивностей отказов.

Далее в работе будет проведен анализ влияния малого параметра на преимущества резервирования в рассматриваемом случае с опасностью короткого замыкания.

В данном случае на начальном этапе имеем: $\lambda_1 = \frac{\lambda_0}{\varepsilon}$ – интенсивность отказа ОУ, $\lambda_2 = \frac{\lambda_1}{\varepsilon}$ – интенсивность отказа РУ1, $\lambda_2 = ... = \lambda_{n-1} = 0$ интенсивность отказа РУ2, …, РУ $(n-1)$.

Граф состояний системы изображен на Рисунке 1 (в прямоугольниках указано количество работающих приборов в данный момент времени):

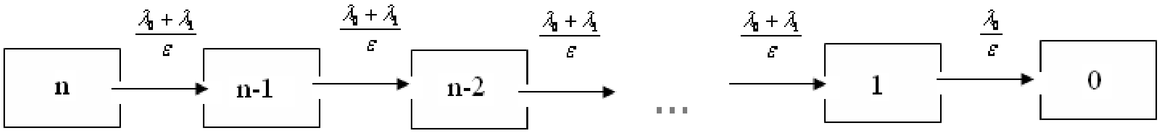

Рисунок 1 – Граф состояний системы
Figure 1 – System state graph

Запишем систему уравнений Колмогорова для рассматриваемой задачи и соответствующие начальные условия [7-8]:

$$\begin{cases} \frac{dp_n(t)}{dt} = -\frac{\lambda_0 + \lambda_1}{\varepsilon} p_n(t), \\ \frac{dp_{i-1}(t)}{dt} = -\frac{\lambda_0 + \lambda_1}{\varepsilon} p_{i-1}(t) + \frac{\lambda_0 + \lambda_1}{\varepsilon} p_i(t),\ i = \overline{3, n}, \\ \frac{dp_1(t)}{dt} = -\frac{\lambda_0}{\varepsilon} p_1(t) + \frac{\lambda_0 + \lambda_1}{\varepsilon} p_2(t), \\ p_0(t) = 1 - p_1(t) - ... - p_n(t), \end{cases} \quad (1)$$

$$p_i(0) = 0,\ i = \overline{1, n-1},\ p_n(0) = 1. \quad (2)$$

Здесь $p_i(t),\ \mathrm{i}=\overline{1,n},$ − вероятности того, что функционирует i блоков. Далее будем использовать обозначение для функции надежности $p(t)=1-p_0(t)=p_1(t)+...+p_n(t)$, где $p_0(t)$ − вероятность потери работоспособности агрегата.

Система уравнений Колмогорова может быть записана с малым параметром ε в качестве множителя перед производными. В связи с этим систему, полученную при моделировании рассматриваемой задачи, справедливо отнести к классу сингулярно возмущенных систем. За последние десятилетия изучен довольно широкий круг задач, связанных с сингуляными возмущениями, и разработаны разнообразные методы решения этих задач (в частности асимптотические).

Обозначим $L=\dfrac{\lambda_0+\lambda_1}{\varepsilon}$. Получим следующие решения системы (1), при условиях (2):

$$p_{n-i}(\mathrm{t})=\frac{L^i t^i\,\mathrm{e}^{-Lt}}{i!},\ \mathrm{i}=\overline{0,\mathrm{n}-2},\ p_1(\mathrm{t})=\frac{L^{n-1}\varepsilon^{n-1}\,\mathrm{e}^{-\frac{\lambda_0}{\varepsilon}t}}{\lambda_1^{\,n-1}}-L^{n-1}\sum_{k=1}^{n-1}\frac{\varepsilon^k t^{n-k-1}\,\mathrm{e}^{-Lt}}{(\mathrm{n}-\mathrm{k}-1)!\,\lambda_1^{\,k}}. \tag{3}$$

Найдем вероятность потери работоспособности агрегата $p_0(t)$:

$$\begin{gathered}p_0(t)=1-\frac{L^{n-1}\varepsilon^{n-1}\,\mathrm{e}^{-\frac{\lambda_0}{\varepsilon}t}}{\lambda_1^{\,n-1}}-\left(1-\frac{L^{n-1}\varepsilon t^{n-2}}{(\mathrm{n}-2)!\,\lambda_1}\right)\mathrm{e}^{-Lt}-\\ -\left(\frac{L^{n-2}t^{n-2}}{(\mathrm{n}-2)!}-\frac{L^{n-1}\varepsilon^{n-1}}{\lambda_1^{\,n-1}}\right)\mathrm{e}^{-Lt}-\sum_{k=2}^{n-2}\left(\frac{L^{k-1}t^{k-1}}{(\mathrm{k}-1)!}-\frac{L^{n-1}\varepsilon^k t^{n-k-1}}{(\mathrm{n}-\mathrm{k}-1)!\,\lambda_1^{\,k}}\right)\mathrm{e}^{-Lt}\end{gathered} \tag{4}$$

Замечание 1. При правильном решении задачи вероятность потери работоспособности $p_0(t)$ должна быть монотонно возрастающей функцией.

Замечание 2. $\dfrac{dp_0(t)}{dt}$ − это функция плотности распределения вероятностей потери работоспособности.

Графики вероятности потери работоспособности агрегата $p_0(t)$, при разных количествах дублирующих приборов, представлены на Рисунке 2 (на горизонтальной оси отмечено время, на вертикальной − вероятность).

Из Рисунка 2 видно, что вероятность потери работоспособности агрегата возрастает, а также, что при увеличении количества дублирующих приборов, система приходит в нерабочее состояние в более позднее время.

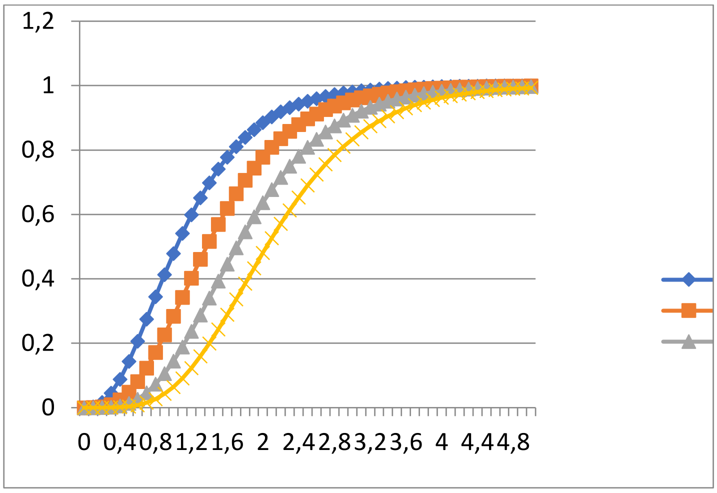

Рисунок 2 – Вероятности потери работоспособности агрегата $p_0(t)$ при разном числе дублирующих приборов

Figure 2 – Probabilities of loss of operability of the unit with a different number of duplicating devices

Далее, будем учитывать, что $1 - p_0(\mathrm{t})$ − это вероятность рабочего состояния в момент времени *t*, а $\int_0^{+\infty} t\frac{dp_0(t)}{dt}dt = \int_0^{+\infty} tdp_0(t)$ − математическое ожидание времени жизни [2].

На Рисунке 3 изображен график вероятности рабочего состояния системы при разных количествах дублирующих приборов (на горизонтальной оси отмечено время, на вертикальной − вероятность).

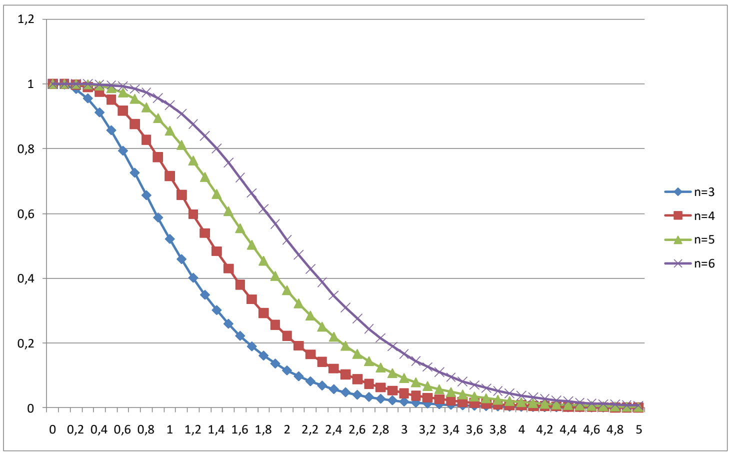

Рисунок 3 – Зависимость вероятности рабочего состояния системы от количества дублирующих приборов

Figure 3 – Dependence of the probability of the operating state of the system on the number of duplicating devices

Вычислим математическое ожидание времени выхода из строя последнего устройства (среднее время жизни изучаемого объекта):

$$M_n(\tau)=\int_0^{+\infty} tp_0'(t)dt=\frac{\varepsilon^2}{\lambda_0}\cdot\left(\frac{\lambda_0+\lambda_1}{\lambda_1}\right)^{n-2}+\frac{\varepsilon\cdot(n-1)}{\lambda_0+\lambda_1}-\frac{\varepsilon}{\lambda_1}-\frac{\varepsilon}{\lambda_1}\cdot\sum_{k=1}^{n-2}\left(\frac{\lambda_0+\lambda_1}{\lambda_1}\right)^{k-1}. \quad (5)$$

Рассмотрим разность значений $M_n(\tau)$ при n и при $n+1$.

$$M(\tau)\big|_{n+1}-M(\tau)\big|_n=\frac{1}{L}+\frac{L^{n-2}\varepsilon^n}{\lambda_1^{n-1}}\cdot\left(1-\frac{1}{\varepsilon}\right). \quad (6)$$

Заметим, что при значениях малого параметра

$$\varepsilon>1-\left(\frac{\lambda_1}{\lambda_0+\lambda_1}\right)^{n-1} \quad (7)$$

разность (6) будет положительна, а значит, математическое ожидание среднего времени жизни агрегата будет возрастать с увеличением количества n резервирующих узлов. Но следует отметить и тот факт, что с неограниченным ростом n правая часть (7) будет стремиться к 1. То есть при малых, близких к нулю, значениях ε математическое ожидание среднего времени жизни агрегата не будет возрастать и резервирование не будет оправдано.

Далее, вычислим дисперсию $D_n(\tau)$ времени жизни агрегата, которая также является одной из характеристик надежности, так как величина $\sigma_n=\sqrt{D_n(\tau)}$ дает среднее квадратическое отклонение случайного времени τ от времени выхода из строя последнего устройства $M_n(\tau)$. Получим:

$$\begin{aligned}D_n(\tau)&=\int_0^{+\infty} t^2 p_0'(t)dt-(M_n(\tau))^2=\\&=2\varepsilon^2\cdot\left(\frac{\lambda_0+\lambda_1}{\lambda_1}\right)^{n-1}\cdot\frac{1}{(\lambda_0+\lambda_1)^2}\cdot\left(\frac{2\lambda_0\lambda_1+\lambda_1^2}{\lambda_0^2}\right)-\\&-\frac{2\varepsilon^2}{\lambda_1(\lambda_0+\lambda_1)^2}\cdot(\lambda_0 n-\lambda_0-\lambda_1)-\frac{2\varepsilon^2}{(\lambda_0+\lambda_1)^2}\cdot\sum_{k=2}^{n-2}\left(k-\frac{(n-k)\varepsilon}{\lambda_1^k}\right)-\\&-\left(\frac{\varepsilon^2}{\lambda_0}\cdot\left(\frac{\lambda_0+\lambda_1}{\lambda_1}\right)^{n-2}+\frac{\varepsilon(n-1)}{(\lambda_0+\lambda_1)}-\frac{\varepsilon}{\lambda_1}-\frac{\varepsilon}{(\lambda_0+\lambda_1)}\cdot\sum_{k=2}^{n-2}\left(\frac{\lambda_0+\lambda_1}{\lambda_1}\right)^k\right)^2.\end{aligned} \quad (8)$$

Применять дисперсию, как характеристику надежности, есть смысл лишь в случае, когда $\sigma_n>M_n(\tau)$, то есть в случае, когда случайное время τ имеет небольшой относительный разброс [2]. При выполнении этого условия достаточно четкое представление о надежности системы дает график плотности $p_0'(t)$.

На Рисунке 4 представлены графики плотностей распределения вероятностей при разных значениях количества подключенных дублирующих блоков.

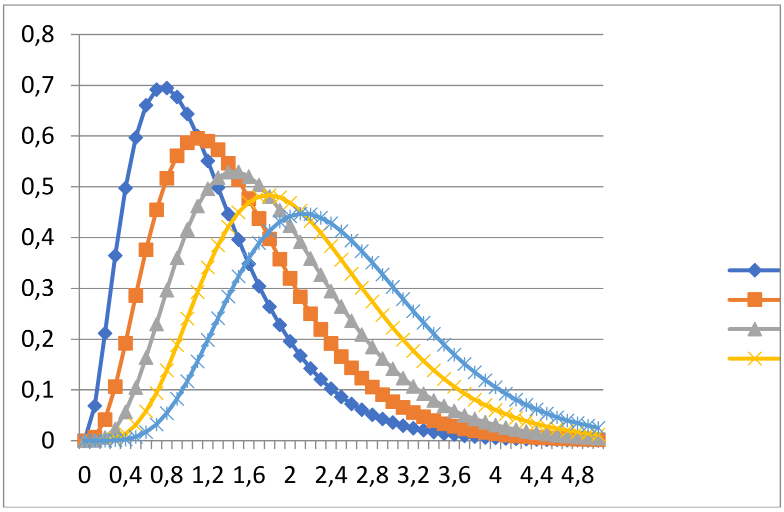

Рисунок 4 – Плотности распределения вероятностей при разном числе подключенных дублирующих блоков

Figure 4 – Probability distribution densities for different numbers of connected duplicate blocks

Кроме того, изучим такую характеристику надежности, как опасность отказа агрегата, которая определяется по формуле $\lambda(t)=\dfrac{p_0{}'(t)}{1-p_0(t)}$ ([2]).

Данная характеристика определяет надежность агрегата в каждый момент времени и в терминах теории вероятностей является плотностью условной вероятности отказа в данный момент времени, при условии, что до этого момента объект работал безотказно. Получим:

$$\lambda(t)=\left\{\frac{L^{n-1}\varepsilon^{n-2}\lambda_0 e^{\frac{\lambda_1}{\varepsilon}t}}{\lambda_1^{n-1}}+\frac{L^{n-1}\varepsilon t^{n-3}}{(n-3)!\,\lambda_1}+L-\frac{L^{n}\varepsilon t^{n-2}}{(n-2)!\,\lambda_1}-\frac{L^{n-2}t^{n-3}}{(n-3)!}+\frac{L^{n-1}t^{n-2}}{(n-2)!}-\right.$$
$$\left.-\frac{L^{n}\varepsilon^{n-1}}{\lambda_1^{n-1}}-\sum_{k=2}^{n-2}\left(\frac{L^{k-1}t^{k-2}}{(k-1)!}\cdot(k-1-Lt)-\frac{L^{n-1}\varepsilon^{k}t^{n-k-2}}{(n-k-1)!\,\lambda_1^{k}}\cdot(n-k-1-Lt)\right)\right\}\times \tag{9}$$
$$\times\left(\sum_{k=0}^{n-2}\frac{L^{k}t^{k}}{k!}+\frac{L^{n-1}\varepsilon^{n-1}e^{\frac{\lambda_1}{\varepsilon}t}}{\lambda_1^{n-1}}-L^{n-1}\sum_{k=1}^{n-1}\frac{\varepsilon^{k}t^{n-k-1}}{(n-k-1)!}\right)^{-1}$$

Теперь для сравнения рассмотрим систему без резервирования:

$$\boxed{1}\xrightarrow{\frac{\lambda_0}{\varepsilon}}\boxed{0}$$

Уравнение Колмогорова для этой задачи $\dfrac{d\tilde{p}_1(t)}{dt}=-\dfrac{\lambda_0}{\varepsilon}\tilde{p}_1(t)$ с начальным условием $\tilde{p}_1(0)=1$ имеет решение $\tilde{p}_1(t)=e^{-\frac{\lambda_0}{\varepsilon}t}$.

Найдем вероятность потери работоспособности $\tilde{p}_0(t)=1-e^{-\frac{\lambda_0}{\varepsilon}t}$ и функцию плотности вероятности отказов $\frac{d\tilde{p}_0(t)}{dt}=\frac{\lambda_0}{\varepsilon}e^{-\frac{\lambda_0}{\varepsilon}t}$ (закон надежности является экспоненциальным). Вычислим рассмотренные выше характеристики надежности для этого случая.

Математическое ожидание времени выхода из строя устройства без дублирования:

$$\tilde{M}(\tau)=\int_0^{+\infty} t\tilde{p}_0'(t)dt=\int_0^{+\infty}\frac{\lambda_0}{\varepsilon}te^{-\frac{\lambda_0}{\varepsilon}t}dt=\frac{\varepsilon}{\lambda_0} \tag{10}$$

Резервирование увеличило среднее время жизни агрегата в Q_{1n} раз, где

$$Q_{1n}=\frac{M(\tau)}{\tilde{M}(\tau)}=\frac{(n-1)\lambda_0}{(\lambda_0+\lambda_1)}-\frac{\lambda_0}{\lambda_1}-\sum_{k=2}^{n-2}\frac{\lambda_0}{\lambda_1}\cdot\left(\frac{\lambda_0}{\lambda_1}+1\right)^{k-1}+\varepsilon\left(\frac{\lambda_0}{\lambda_1}+1\right)^{n-2}. \tag{11}$$

Заметим, что $Q_{1n}>1$ при

$$\varepsilon>\left(\frac{\lambda_1}{\lambda_0+\lambda_1}\right)^{n-3}+\sum_{k=2}^{n-2}\frac{\lambda_0}{\lambda_1}\cdot\left(\frac{\lambda_1}{\lambda_0+\lambda_1}\right)^{n-k-1}-(n-1)\cdot\left(\frac{\lambda_1}{\lambda_0+\lambda_1}\right)^{n-1}\cdot\frac{\lambda_0}{\lambda_1}. \tag{12}$$

Правая часть (12) стремится к 0 при $n\to\infty$. Поэтому, при достаточно больших значениях n, резервирование будет оправдано сточки зрения времени работы системы.

Дисперсия времени жизни агрегата:

$$\tilde{D}(\tau)=\int_0^{+\infty}t^2p_0'(t)dt-\left(\tilde{M}(\tau)\right)^2=\left(\frac{\varepsilon}{\lambda_0}\right)^2 \tag{13}$$

Дисперсия времени жизни агрегата с резервированием изменилась в Q_{2n} раз относительно дисперсии времени жизни без резервирования, где

$$\begin{aligned}Q_{2n}=\frac{D_n(\tau)}{\tilde{D}(\tau)}=\Bigg\{&\frac{2L^{n-3}\varepsilon^{n-1}}{\lambda_1^{n-1}}\cdot\left(\left(\frac{L\varepsilon}{\lambda_0}\right)^2-1\right)-\\&-\frac{2\varepsilon}{\lambda_1L^2}\cdot\left(L(n-1)-\frac{n\lambda_1}{\varepsilon}\right)-\frac{2}{L^2}\cdot\sum_{k=2}^{n-2}\left(k-\frac{(n-k)\varepsilon}{\lambda_1^k}\right)-\\&-\left(\frac{L^{n-2}\varepsilon^n}{\lambda_1^{n-1}}\cdot\left(\frac{L\varepsilon}{\lambda_0}-1\right)+\frac{n-1}{L}-\frac{\varepsilon}{\lambda_1}-\sum_{k=2}^{n-2}\frac{L^{k-1}\varepsilon^k}{\lambda_1^k}\right)^2\Bigg\}\cdot\left(\frac{\lambda_0}{\varepsilon}\right)^2.\end{aligned} \tag{14}$$

Опасность отказа агрегата при этом будет постоянной величиной:

$$\tilde{\lambda}(t)=\frac{\tilde{p}_0'(t)}{1-\tilde{p}_0(t)}=\frac{\lambda_0}{\varepsilon}. \tag{15}$$

Аналогичным образом можно вычислить во сколько раз изменится опасность отказа устройства при наличии дублирующих блоков по отношению к этой же характеристике для системы без дублирования (формула не приводится в силу ее громоздкости).

Результаты

Рассмотрим изучаемую задачу, при $n=2,\ 3,\ 4$ и $\lambda_0=1,\ \lambda_1=1$. В Таблице 1 приведены значения, полученные для математических ожиданий времени выхода из строя последнего устройства $M_n(\tau)$ и величин Q_{1n}, $n=2,\ 3,\ 4$, при различных значениях ε, а также $\tilde{M}(\tau)$ – математических ожиданий времени выхода из строя устройства без дублирования блоков.

Таблица 1 – Математические ожидания времени выхода из строя последнего устройства $M_n(\tau)$ и величины Q_{1n}, $n = 2, 3, 4$ при различных значениях ε

ε	$\tilde{M}(\tau)$	$M_2(\tau)$	Q_{12}	$M_3(\tau)$	Q_{13}	$M_4(\tau)$	Q_{14}
0,2	0,2	-0,06	-0,3	0,08	0,4	-0,14	-0,7
0,3	0,3	-0,06	-0,2	0,18	0,6	-0,09	-0,3
0,4	0,4	-0,04	-0,1	0,32	0,8	0,04	0,1
0,5	0,5	0	0	0,5	1	0,25	0,5
0,6	0,6	0,06	0,1	0,72	1,2	0,54	0,9
0,7	0,7	0,14	0,2	0,98	1,4	0,91	1,3
0,8	0,8	0,24	0,3	1,28	1,6	1,36	1,7
0,9	0,9	0,36	0,4	1,62	1,8	1,89	2,1
1	1	0,5	0,5	2	2	2,5	2,5

По данным этой таблицы можно сделать следующие выводы:

1. При $n = 2$ резервирование с точки зрения времени выхода из строя последнего устройства не оправдано
2. При $n = 3$ резервирование имеет смысл лишь при $\varepsilon > 0.5$ (в этом случае $Q_{13} > 1$)
3. При $n = 4$ резервирование имеет смысл лишь при $\varepsilon > 0.625$ (в этом случае $Q_{14} > 1$)
4. При $\varepsilon \to 0$ резервирование положительного эффекта с точки зрения времени выхода из строя последнего устройства не дает, то есть при опасности внезапного отказа устройства дублирование не целесообразно.

Заключение

На основании анализа всех полученных выражений для основных характеристик надежности системы можно сделать следующие выводы:

1. При значениях малого параметра, удовлетворяющих (7), математическое ожидание среднего времени жизни агрегата будет возрастать с увеличением количества n резервирующих узлов. Но с ростом n при малых, близких к нулю значениях ε, математическое ожидание среднего времени жизни агрегата не будет возрастать и резервирование не будет оправдано.
2. В случае, когда время наблюдения за работой агрегата с резервированием ограничено, конечно и $t > 0$, опасность отказа стремится к нулю при $\varepsilon \to 0$:

$$\lim_{\varepsilon\to 0}\lambda(t) = \lim_{\varepsilon\to 0}\frac{\dfrac{L^{n-1}\varepsilon^{n-2}\lambda_0}{\lambda_1^{n-1}}}{\dfrac{L^{n-1}t^{n-1}}{\lambda_1^{n-1}}} = \lim_{\varepsilon\to 0}\frac{\varepsilon^{n-2}}{t^{n-1}} = 0 .$$

3. Опасность отказа агрегата в случае, когда нет резервирования, стремится к ∞ при $\varepsilon \to 0$.

4. При выполнении условия (12) среднее время жизни агрегата с резервированием будет увеличиваться. Однако в этом случае ожидать, что $\varepsilon \to 0$ можно лишь при $n \to \infty$, а это достижимо только теоретически.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гаскаров Д.В., Голинкевич Т.А., *Мозгалевский А.В. Прогнозирование технического состояния и надежности радиоэлектронной аппаратуры*. М.: Советское радио. 1974.
2. Гнеденко Б.В., Беляев Ю.К., Соловьев А.Д. *Математические методы в теории надежности*. М.: Наука. 1965.
3. Рыжкин А.А., Слюсарь Б.Н., Шучев К.Г. *Основы теории надежности*. Ростов н/Д.: Издательский центр ДГТУ. 2002.
4. Голинкевич Т.А. *Прикладная теория надежности*. М.: Высшая школа. 1977.
5. Дружинин Г.В. *Надежность систем автоматики*. М.: Энергия. 1967.
6. Куликов В.А. *Обеспечение надежности сложной радиоэлектронной аппаратуры при мелкосерийном производстве*. М.: Советское радио. 1966.
7. Розанов Ю.А. *Случайные процессы*. М.: Наука. 1979.
8. Казаков В.А. *Введение в теорию Марковских процессов и некоторые радиотехнические задачи*. М.: Советское радио. 1973.

REFERENCES

1. Gaskarov D.V., Golinkevich T.A., Mozgalevsky A.V. *Prediction of the technical condition and reliability of electronic equipment*. M.: Soviet Radio. 1974.
2. Gnedenko B.V., Belyaev Y.K., Soloviev A.D. *Mathematical methods in the theory of reliability*. M.: Nauka. 1965.
3. Ryzhkin A.A., Slusar K.G., *Shuchev B.N. Fundamentals of the theory of reliability*. Rostov n/D: Publishing Center DGTU. 2002.
4. Golinkevich T.A. *Applied Reliability Theory*. M.: Higher school. 1977.
5. Druzhinin G.V. *Reliability of automation systems.* M.: Energy. 1967.
6. Kulikov V.A. *Ensuring the reliability of complex electronic equipment in small-scale production.* M.: Soviet Radio. 1966.
7. Rozanov Y.A. *Random processes.* M.: Nauka. 1979.
8. Kazakov V.A. *Introduction to the theory of Markov processes and some radio engineering problems*. M.: Soviet Radio. 1973.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ / INFORMATIONS ABOUT AUTHORS

Корыпаева Юлия Владимировна, доцент, кандидат физико-математических наук, ВУНЦ ВВС «Военно-воздушная академия им. проф. Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина», Воронеж, Российская Федерация.
e-mail: malena1975@mail.ru

Julia V. Korypaeva, candidate of physical and mathematical Sciences, without title, associate Professor of mathematics MESC AF «N.E. Zhukovsky and Y.A. Gagarin Air Force Academy», Voronezh, Russian Federation.

Алейникова Наталья Александровна, доцент, кандидат физико-математических наук, ВУНЦ ВВС «Военно-воздушная академия им. проф. Н. Е. Жуковского и Ю. А. Гагарина», Воронеж, Российская Федерация.
e-mail: *balbashovan@mail.ru*

Natalya A. Aleynikova, candidate of physical and mathematical Sciences, without title, associate Professor of mathematics MESC AF «N.E. Zhukovsky and Y.A. Gagarin Air Force Academy», Voronezh, Russian Federation.

Красова Наталья Евгеньевна, доцент, кандидат экономических наук, ВУНЦ ВВС «Военно-воздушная академия им. проф. Н. Е. Жуковского и Ю. А. Гагарина», Воронеж, Российская Федерация.
e-mail: *krasovanata@mail.ru*

Natalia E. Krasova, candidate of economic Sciences, without rank, associate Professor of mathematics MESC AF «N.E. Zhukovsky and Y.A. Gagarin Air Force Academy», Voronezh, Russian Federation.