

УДК 519.873

DOI: [10.26102/2310-6018/2020.28.1.016](https://doi.org/10.26102/2310-6018/2020.28.1.016)

Оптимизация безотказности пассивно резервированных технических подсистем с учетом допусков

В.М. Гришин, Ч.Т. Ву

Московский авиационный институт, Москва, Российская Федерация

Резюме: Работа посвящена оптимизации безотказности пассивно резервированных технических подсистем с учетом допусков на уменьшение их выходных характеристик при внезапных отказах элементов путем синтеза структуры резервирования. Проведен анализ особенностей исследования и разработки пассивно резервированных подсистем с учетом допусков, показавший необходимость использования назначенных и реализуемых допусков, возможность обеспечения реализуемых допусков при разных кратностях резервирования, необходимость учета существования критических вероятностей элементов, определяющих диапазон $(0 - P_{kr})$ где не выгоден данный способ резервирования. Показано, что синтез структуры основан на решении двухкритериальной задачи оптимизации, которая разными способами может быть сведена к одному критерию. В работе выбран способ сведения частных показателей к относительному критерию. Синтез структуры проворится в два этапа. На первом этапе решается так называемая “Ослабленная” задача, которое не учитывает требований по безотказности. На втором этапе решается задача синтеза с учетом требований по безотказности. Ввиду отсутствия информации о количественных значениях назначенных допусков и требуемой безотказности реальных подсистем, в работе проведены расчеты зависимостей оптимальных значений показателей безотказности технических подсистем для широкого диапазона реализуемых допусков и кратностей резервирования. Исследовано влияние величин требуемой безотказности и допусков на оптимальную структуру пассивного резервирования технических подсистем. Представленные результаты расчетов позволяют выбрать оптимальную структуру пассивного резервирования в диапазоне: требуемой безотказности от 0,92 до 0,99 и диапазоне назначенных допусков от 10% до 50%.

Ключевые слова: требуемая безотказность технических подсистем, оптимальная безотказность технических подсистем, кратность резервирования, назначенный и реализуемый допуски, некратное резервирование, критические вероятности элементов.

Для цитирования: Гришин В.М., Ву Ч.Т. Оптимизация безотказности пассивно резервированных технических подсистем с учетом допусков. *Моделирование, оптимизация и информационные технологии*. 2020;8(1). Доступно по: https://moit.vivt.ru/wp-content/uploads/2020/02/GrishinVu_1_20_1.pdf DOI: 10.26102/2310-6018/2020.28.1.016

Optimization of reliability of the passive redundant technical subsystems with due consideration of tolerances

V.M. Grishin, T.T. Vu

Moscow Aviation Institute, Moscow, Russian Federation

Abstract: The work is devoted to the optimization of reliability of passively redundant of technical subsystems with due considerations of tolerances to reduce their output characteristics in case of sudden failures of the elements by synthesizing the redundancy structure. The analysis of the features of the research and development of passively redundant subsystems with due considerations of tolerances, demonstrated the need to use assigned and implemented tolerances, the ability to ensure realizable tolerances for different multiplicities of redundancy, the necessity of considering the existence of a critical probabilities of elements that determine the range $(0 - P_{kr})$ where this reservation method is not

profitable. It is shown that the structure synthesis is based on the solution of a two-criterion optimization problem, which can be reduced to one criterion in different ways. In this paper, the method of reducing the private indicators to the relative criterion is chosen. The synthesis of the structure is carried out in two stages. At the first stage, the so-called “Weakened” task is solved, which does not take into account the requirements for reliability. At the second stage, the synthesis problem is solved with considering the reliability requirements. Due to the lack of information about the quantitative values of the assigned tolerances and the required reliability of real subsystems, the calculations of dependences of the optimal values of the reliability indices of technical subsystems for a wide range of realizable tolerances and redundancy multiplicities were performed in this work. The influence of the required reliability and tolerances on the optimal structure of passive redundancy of technical subsystems is researched. The presented results of calculations allow to choose the optimal structure of passive redundancy in the range: the required reliability from 0,92 to 0,99 and the range of assigned tolerances from 10% to 50%.

Keywords: required reliability of technical subsystems, optimal reliability of technical subsystems, the multiplicity of reserve, assigned and implemented tolerances, non-multiple redundancy, the critical probability elements.

For citation: Grishin V.M., Vu T.T. Optimization of reliability of the passive redundant technical subsystems with due consideration of tolerances. *Modeling, Optimization and Information Technology*. 2020;8(1). Available from: https://moit.vivt.ru/wp-content/uploads/2020/02/GrishinVu_1_20_1.pdf DOI: 10.26102/2310-6018/2020.28.1.016 (In Russ).

Введение

Одной из важных проблем при модернизации существующих и разработке перспективных образцов техники является реализация все возрастающих требований по обеспечению безотказности технических подсистем при внезапных независимых отказах. Для многих технических подсистем, не допускающих даже кратковременных перерывов в работе, эти требования можно удовлетворить только пассивным резервированием. При этом, на структуру резервирования, определяемую любыми двумя из трех параметров (количеством основных элементов m , резервных элементов r и общим числом элементов n) существенное влияние может оказывать, связанная с ней по выходному параметру W , смежная подсистема. Это влияние реализуется в том случае, если смежная подсистема допускает отклонение параметра W от номинального значения (номинала) в большую или меньшую сторону без нарушения ее работоспособности. Он и рассматривается в данной работе. В дальнейшем структуру резервирования будем определять двумя параметрами n и m , так как они помимо структуры определяют еще и кратность резервирования: $K=n/m$

Целью работы является выбор оптимальных параметров структур пассивно резервированных технических подсистем по комплексному относительному критерию, определяемому при наилучших соотношениях частных показателей этих подсистем, с учетом предъявляемых к ним требований по безотказности и допустимому отклонению их выходного параметра.

Особенности исследования пассивно резервированных технических подсистем с учетом допусков их анализ

Допустимое отклонение ΔW_n параметра W смежной подсистемы в абсолютном представлении определяется разностью между его номинальным W_{nom} и минимальным W_m величинами:

$$\Delta W_n = W_{nom} - W_m \quad (1)$$

Это отклонение задается разработчиком смежной подсистемы на непрерывной шкале возможных значений. Оно определяет то предельное количество r элементов, называемых резервными, которое допустимо для отказа в пассивно резервированной подсистеме, связанной со смежной подсистемой, без нарушения работоспособности смежной подсистемы. Параметр r определяет реализуемое отклонение ΔW_p выходного параметра пассивно резервированной подсистемы в абсолютном представлении:

$$\Delta W_p = W_{nom} \cdot r = W_{nom} \cdot n - W_{nom} \cdot m \quad (2)$$

Назначенный допуск в абсолютном представлении ΔW_n может не совпадать с аналогичным реализуемым допуском ΔW_p . Очевидно, должно выполняться условие:

$$\Delta W_p \leq \Delta W_n \quad (3)$$

Удобнее использовать назначенный и реализуемый допуски в относительном представлении. Реализуемый допуск в относительном представлении зависит только от параметров структуры.

$$dW_p = \frac{W_{nom} \cdot n - W_{nom} \cdot m}{W_{nom} \cdot n} \cdot 100\% = \frac{r}{n} \cdot 100\% \quad (4)$$

Как и в предыдущем случае, должно выполняться условие:

$$dW_p \leq dW_n \quad (5)$$

Назначенный допуск dW_n в относительном представлении задается на непрерывной шкале допусков от 0 до 100%. Реализуемый допуск dW_p задается величинами r и n . Он определяет дискретную шкалу возможных структур пассивного резервирования. Для решения задачи синтеза наиболее важным является реализуемый допуск.

Один и тот же реализуемый допуск может обеспечиваться разными структурами, как правило, некратного пассивного резервирования (резервирование с дробной кратностью) [1, 2]. Эти структуры определяются линейкой (множеством) возрастающих кратностей, обозначаемых в обобщенном виде K_i начиная с минимального значения индекса i :

$$K_i = \frac{n_i}{m_i} \quad (6)$$

$$dW_p = \frac{r_i}{n_i} \cdot 100\% = \frac{n_i - m_i}{n_i} \cdot 100\% \quad (7)$$

В зависимости от количества резервных элементов, входящих в минимальную кратность резервирования, реализуемые допуски различаются по уровням [3]. В дальнейшем будем рассматривать дискретные шкалы реализуемых допусков только первого и второго уровней, как наиболее важные для практических расчетов. При этом, под допуском будем понимать реализуемый допуск, опуская слово реализуемый, если это ясно из контекста.

Шкалу допусков первого уровня удобно реализовать через минимальные значения параметров структур n_m и m_m , определяемых $r=1$ путем варьирования общего количества элементов $n = 2, 3, 4, 5 \dots$ $dW_p = (1/2) \cdot 100\% = 50\%$ ($n_m=2, m_m=1, r=1$); $dW_p = (1/3) \cdot 100\% = 33,3\%$ ($n_m=3, m_m=2, r=1$); $dW_p = (1/4) \cdot 100\% = 25\%$ ($n_m=4, m_m=3, r=1$) и т.д.

Таким образом, шкала из 9 допусков первого уровня имеет вид: 50%; 33,3%; 25%; 20%; 16,7%; 14,3%; 12,5%; 11,1%; 10%. Аналогично, шкалу допусков второго уровня удобно реализовать через минимальные значения параметров структур n_m и m_m , определяемых $r=2$, путем варьирования $n=3, 4, 5, 6, \dots$: $dW_p = (2/3) \cdot 100\% = 66,7\%$ ($n_m=3, m_m=1, r=2$); $dW_p = (2/4) \cdot 100\% = 50\%$ ($n_m=4, m_m=2, r=2$); $dW_p = (2/5) \cdot 100\% = 40\%$ ($n_m=5, m_m=3, r=2$) и т.д.

В шкале допусков второго уровня имеются повторяющиеся значения со шкалой допусков первого уровня. Шкала из 9 допусков второго уровня имеет вид: 66,7%, 50%; 40%; 33,3%; 28,6%; 25%; 22,2%; 20%; 18,2% и т.д. Допуски 50%, 33,3%, 25%, 20% повторяются с допусками первого уровня. Будем использовать не повторяющиеся допуски 2-го уровня.

Как отмечалось, каждый допуск может реализовываться разными структурами, обеспечиваемыми множеством возрастающих кратностей, начиная с минимальной кратности. Например, допуск первого уровня $dW_p = 50\%$ реализуется: при $K_1 = 2/1=2$ (кратное резервирование, $dW_p = (1/2).100\% = 50\%$), при $K_2 = 4/2$ (некратное резервирование, $dW_p = (2/4).100\% = 50\%$), при $K_3 = 6/3$ (некратное резервирование, $dW_p = (3/6).100\% = 50\%$) и т.д. Допуск первого уровня $dW_p=33,3\%$ реализуется: при $K_1 = 3/2$ (некратное резервирование, $dW_p = (1/3).100\% = 33,3\%$), при $K_2 = 6/4$ (некратное резервирование, $dW_p = (2/6).100\% = 33,3\%$) и т.д. Аналогично, допуск второго уровня $dW_p=66,6\%$ реализуется: $K_2 = 3/1 = 3$ (кратное резервирование, $dW_p = (2/3).100\% = 66,7\%$), при $K_3 = 6/2$ (некратное резервирование, $dW_p = (4/6).100\% = 66,7\%$), при $K_4 = 9/3$ (некратное резервирование, $dW_p = (6/9).100\% = 66,7\%$) и т.д.

В общем виде индивидуальные линейки кратностей рассчитываются по формуле:

$$K_i = \frac{n_i}{m_i} = \frac{n_m \cdot i}{m_m \cdot i} \quad (8)$$

Где $i \geq 1$ для допусков 1-го уровня и $i \geq 2$ для допусков 2-го второго уровня.

Здесь n_m и m_m , – минимальные значения параметров структур, обеспечивающих формирование каждого допуска.

Таким образом, каждому допуску любого уровня соответствует своя линейка возрастающих кратностей, обозначаемых в обобщенном виде - K_i

Пусть T – случайное время до отказа. Будем использовать в качестве показателя безотказности резервированной подсистемы ее вероятность безотказной работы P_c за время выполнения задания t_3 [4, 5].

$$P_c(t_3) = P(T > t_3) = P_c \quad (9)$$

а в качестве показателя безотказности нерезервированной подсистемы (элемента резервированной подсистемы) аналогичную вероятность безотказной работы элемента резервированной подсистемы p за время выполнения задания t_3 .

$$p(t_3) = P(T > t_3) = p \quad (10)$$

Принятые в работе условия функционирования элементов пассивно резервированных подсистем удовлетворяют требованиям теоремы Бернулли о повторении опытов [6]. Поэтому для расчета показателя безотказности (9) можно использовать формулу биномиального закона распределения [7, 8]:

$$P_c = \sum_{i=m}^n C_n^i \cdot p^i \cdot (1-p)^{n-i} \quad (11)$$

Параметры n и m формулы (11) определяются кратностью резервирования, а каждому допуску, как указывалось выше, соответствует свое множество возрастающих кратностей. Поэтому целесообразно, используя данную формулу исследовать зависимость P_c от p для различных кратностей K_i и допусков первого и второго уровней.

На рисунках 1, 2 выборочно представлены зависимости P_c от p для допусков 50% и 25% первого уровня, а также 40% и 18,2% второго уровня для 3-х кратностей:

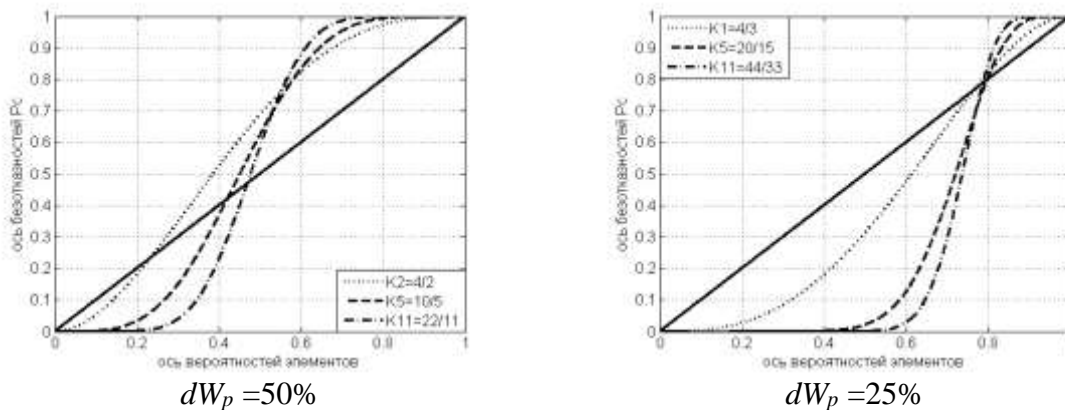


Рисунок 1. Графики зависимостей P_c от p для различных кратностей
 Table 1. Dependency graphs P_c of p for various multiplicities

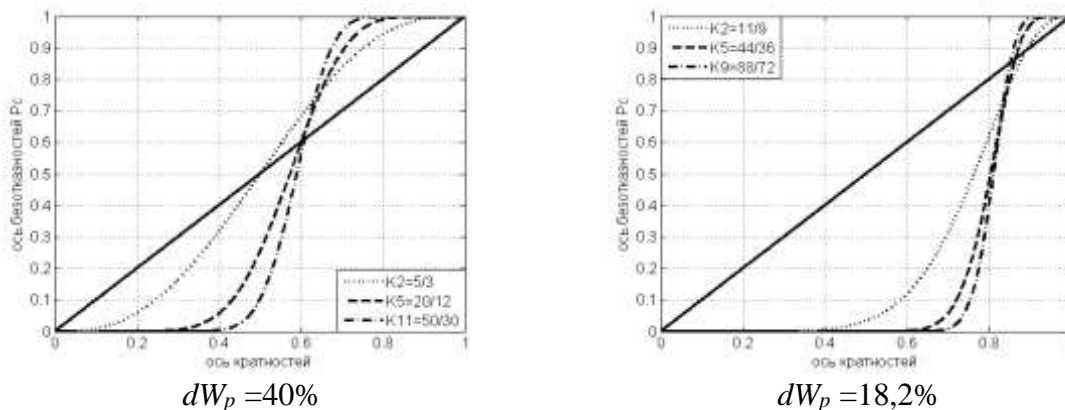


Рисунок 2. Графики зависимостей P_c от p для различных кратностей
 Table 2. Dependency graphs P_c of p for various multiplicities

Представленные графики позволяют выявить общие закономерности, присущие всем реализуемым допускам:

1) При некратном пассивном резервировании технических подсистем существуют критические значения вероятностей их элементов P_{kr} [9], аналогичные активному резервированию [10], разбивающие интервал $(0 - 1)$ на 2 области – докритическую область $(0 - P_{kr})$, в которой безотказность резервированной подсистемы ниже безотказности нерезервированной и закритическую область, в котором выгоден данный вид резервирования;

2) С уменьшением допуска закритическая область уменьшается;

3) В каждом допуске для каждой кратности резервирования существует экстремальное значение безотказности резервированной подсистемы по отношению к безотказности элементов (нерезервированной подсистемы), определяющие наилучшие в определенном смысле структуры резервирования;

4) В каждом допуске экстремальные значения безотказности возрастают с увеличением кратности резервирования.

Последние два свойства позволяют поставить задачу выбора оптимальных параметров структуры пассивного резервирования, обеспечивающих оптимизацию безотказности пассивно резервированных подсистем с учетом допусков.

Постановка задачи синтеза структуры пассивного резервирования технических подсистем

Одна из задач, стоящих перед разработчиками технических подсистем заключается в создании высоконадежных объектов из сравнительно малонадежных. Применительно к рассматриваемой задаче это означает, что оптимальная структура пассивного резервирования должна соответствовать таким значениям n и m , при которых безотказность резервированной подсистемы была бы как можно выше, а безотказность входящих в нее элементов – как можно ниже.

Возникает задача оптимизации по двум показателям:

- показателю безотказности резервированной подсистемы:

$$P_c = \sum_{i=m}^n C_n^i \cdot p^i \cdot (1-p)^{n-i} \rightarrow \max \quad (12)$$

- показателю безотказности элементов резервированной подсистемы:

$$p(p) \rightarrow \min \quad (13)$$

Необходимо выполнить свертку двух показателей к одному комплексному критерию, так как задача оптимизации по многим показателям математически не корректна.

Рассматриваемом случае задача свертки двух частных показателей к одному комплексному критерию облегчается тем, что оба показателя представляют собой безразмерные одноименные величины. Из набора возможных способов свертки наиболее удобны 2 подхода, позволяющие математически найти компромиссное решение в задаче синтеза.

Первый подход заключается в формировании комплексного критерия в виде линейной свертке двух частных показателей:

$$\Delta P_c = P_c - p \quad (14)$$

где $P_c \rightarrow \max$, $-p \rightarrow \max$, $\Delta P_c \rightarrow \max$

Второй подход заключается в формировании комплексного критерия в виде отношения двух частных показателей. Это отношение можно сформировать двумя способами:

$$dP_c = \frac{P_c}{p} \quad (15)$$

где $P_c \rightarrow \max$, $p \rightarrow \min$, $dP_c \rightarrow \max$, или

$$dP_c = \frac{(P_c - p)}{p} \quad (16)$$

где $\Delta P_c \rightarrow \max$, $p \rightarrow \min$, $dP_c \rightarrow \max$

Следует заметить, что при оптимизации по комплексным критериям не удовлетворяются экстремумы ни по одному из входящих в них частных показателей, а находится решение, являющееся некоторым компромиссом между частными экстремумами. Это компромиссное решение в значительной степени определяется способом сведения частных показателей к одному комплексному критерию и зависит от целей и задач, стоящих перед разработчиком.

Выберем для дальнейшего использования комплексный критерий (16). В этом случае, математическая постановка задачи синтеза структуры пассивного резервирования подсистем, предъявляемых к ним требований по безотказности [11, 12] и допуску [9] выглядит следующим образом:

$$dP_C^* = \max_{(p, K_i)} (P_C(p, K_i, dW_p, P_{тр}, dW_n, p_{kr}) - p) / p \quad (17)$$

При ограничениях:

$$p^* > p_{kr} \quad (18)$$

$$dW_p \leq dW_n \quad (19)$$

$$P_C^* \geq P_{тр} \quad (20)$$

$$K_i = \frac{n_i}{m_i}, \quad n_i, m_i > 0, \text{ целые} \quad (21)$$

Решение задачи синтеза структуры пассивного резервирования технических подсистем по комплексному относительному критерию

Пусть задано значение назначенного допуска dW_n , а также требуемой безотказности $P_{тр}$ резервированной технической подсистемы. Назначенный допуск dW_n позволяет определить по сетке реализуемых допусков первого и второго уровней ближайшую к нему величину dW_p в соответствии с условием (19). Найденный реализуемый допуск, как отмечалось, обеспечивается множествам возрастающих кратностей K_i , начиная с минимальной. Причем, каждая кратность задает параметры n_i и m_i определенной структуры резервирования.

Формула (17) вычисления комплексного критерия позволяет решить так называемую ослабленную задачу синтеза, которая выглядит следующим образом:

$$dP_C^* = \max_{(p)} (P_C(p, K_i, dW_p, dW_n, p_{kr}) - p) / p \quad (22)$$

При ограничениях:

$$p^* > p_{kr} \quad (23)$$

$$dW_p \leq dW_n \quad (24)$$

$$K_i = \frac{n_i}{m_i}, \quad n_i, m_i > 0, \text{ целые} \quad (25)$$

Ослабленная задача не учитывает требование по безотказности резервированной подсистемы исходной задачи. Ее решение позволяет найти зависимости оптимальных значений комплексного критерия dP_C^* и частных показателей P_C^* и p^* от кратностей резервирования K_i :

$$dP_C^* = dP_C^*(K_i) \quad (26)$$

$$P_C^* = P_C^*(K_i) \quad (27)$$

$$p^* = p^*(K_i) \quad (28)$$

Как показывают графики, представленные на рисунках 1, 2, 3 и 4, зависимость $P_C^*(K_i)$ имеет возрастающий характер с увеличением кратности резервирования K_i при любых реализуемых допусках. Это обстоятельство позволяет решить исходную задачу оптимизации, т. е. найти такие значения кратностей K_i^* , при которых выполняется условие $P_C^* \geq P_{тр}$.

Решение ослабленной задачи проще всего выполнить методом перебора. При заданном значении реализуемого допуска dW_p и множестве, обеспечивающих этот допуск кратностей K_i организуется перебор значений вероятностей элементов p в закритической области ($p_{kr} - 1$) и вычисление комплексного критерия (22). Шаг перебора определяет точность вычисления оптимального значения комплексного критерия dP_c^* , а также соответствующих ему частных показателей P_c^* и p^* . Найденные таким образом зависимости (26), (27) и (28) позволяют найти решение искомой задачи оптимизации.

Ввиду отсутствия информации о количественных значениях назначенных допусков и требуемой безотказности технических подсистем, проведем расчеты зависимостей (26, 27, 28) для широкого диапазона реализуемых допусков первого и второго уровней. В таблице 1 представлены результаты расчетов оптимальных значений dP_c^* , P_c^* и p^* для одиннадцати кратностей и наиболее значимых допусков первого уровня, а в таблице 2 – аналогичные результаты для десяти кратностей и значимых допусков второго уровня. Данные результаты вычислены с точностью 0,0001 и округлены до 3-х знаков.

Таблица 1. Оптимальные значения комплексного критерий dP_c^* и частных показателей P_c^* и p^* для реализуемых допусков первого уровня и 11 обобщенных кратностей некратного резервирования

Table 1. Optimal values of the complex criterion dP_c^* and particular indicators P_c^* and p^* for the realized tolerances of the first level and 11 generalized multiplicities of non-multiple redundancy

Пара метры	Кратности K_i										
	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5	K_6	K_7	K_8	K_9	K_{10}	K_{11}
$dW_p = 50\%$											
$dP_{\max}^* \cdot 10^{-3}$	-	380	368	380	396	412	427	440	453	465	475
$P_{c\max}^* \cdot 10^{-3}$	-	742	824	857	877	889	899	906	911	917	921
$p_{\max}^* \cdot 10^{-3}$	-	538	602	621	628	630	630	629	627	626	624
n^*	-	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22
m^*	-	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$dW_p = 33,3\%$											
$dP_{\max}^* \cdot 10^{-3}$	125	127	145	161	174	186	196	205	214	221	227
$P_{c\max}^* \cdot 10^{-3}$	844	916	933	941	948	951	955	957	959	961	962
$p_{\max}^* \cdot 10^{-3}$	750	813	815	811	807	802	798	794	790	787	784
n^*	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33
m^*	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22
$dW_p = 25\%$											
$dP_{\max}^* \cdot 10^{-3}$	054	069	084	097	107	116	124	130	136	142	147
$P_{c\max}^* \cdot 10^{-3}$	937	957	963	966	969	970	972	973	974	975	976
$p_{\max}^* \cdot 10^{-3}$	889	895	888	881	875	869	865	861	857	854	851
n^*	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44
m^*	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33
$dW_p = 20\%$											
$dP_{\max}^* \cdot 10^{-3}$	030	045	057	067	076	083	089	094	099	103	107

$P_{c\max}^* \cdot 10^{-3}$	965	973	975	977	978	979	980	981	981	983	983
$p_{\max}^* \cdot 10^{-3}$	937	931	922	915	909	904	900	897	893	891	888
n^*	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55
m^*	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44
$dW_p = 16,7\%$											
$dP_{\max}^* \cdot 10^{-3}$	019	032	042	051	058	064	069	073	077	080	084
$P_{c\max}^* \cdot 10^{-3}$	978	980	982	983	984	984	985	985	986	986	987
$p_{\max}^* \cdot 10^{-3}$	960	950	942	935	930	925	922	918	916	913	911
n^*	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66
m^*	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55
$dW_p = 14,3\%$											
$dP_{\max}^* \cdot 10^{-3}$	013	024	033	040	046	051	056	059	063	066	068
$P_{c\max}^* \cdot 10^{-3}$	985	985	986	986	987	987	988	988	989	989	989
$p_{\max}^* \cdot 10^{-3}$	972	962	954	948	943	939	936	933	931	928	926
n^*	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	77
m^*	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66
$dW_p = 12,5\%$											
$dP_{\max}^* \cdot 10^{-3}$	010	019	027	033	038	043	046	050	053	055	057
$P_{c\max}^* \cdot 10^{-3}$	990	989	989	989	990	990	990	991	990	991	991
$p_{\max}^* \cdot 10^{-3}$	980	970	963	957	953	949	946	944	941	939	937
n^*	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88
m^*	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	77
$dW_p = 11,1\%$											
$dP_{\max}^* \cdot 10^{-3}$	008	016	023	028	033	036	040	043	045	047	050
$P_{c\max}^* \cdot 10^{-3}$	991	990	991	991	991	992	992	992	992	992	993
$p_{\max}^* \cdot 10^{-3}$	984	975	969	964	960	957	954	951	949	947	946
n^*	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	99
m^*	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88
$dW_p = 10\%$											
$dP_{\max}^* \cdot 10^{-3}$	006	013	019	024	028	032	035	037	039	042	043
$P_{c\max}^* \cdot 10^{-3}$	994	992	992	992	992	992	993	993	993	994	993
$p_{\max}^* \cdot 10^{-3}$	988	979	973	969	965	962	960	957	955	954	952
n^*	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110
m^*	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	99

Таблица 2. Оптимальные значения комплексного критерий dP_c^* и частных показателей P_c^* и p^* для реализуемых допусков второго уровня и 10 обобщенных кратностей некрatного резервирования

Table 2. Optimal values of the complex criterion dP_c^* and particular indicators P_c^* and p^* for the realized tolerances second level and 10 generalized multiples of non-multiple redundancy

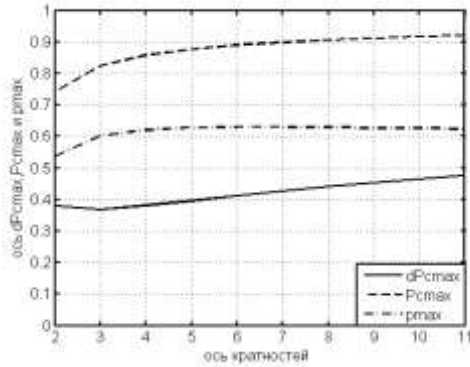
Пара метры	Кратности K_i									
	K_2	K_3	K_4	K_5	K_6	K_7	K_8	K_9	K_{10}	K_{11}
$dW_p = 66,7\%$										
dP_{\max}^*	-	0,947	0,921	0,940	0,967	0,994	1,020	1,043	1,065	1,085

$P_{сmax}^*$	-	0,658	0,761	0,805	0,832	0,850	0,862	0,875	0,882	0,888
p_{max}^*	-	0,338	0,396	0,415	0,423	0,426	0,427	0,428	0,427	0,426
n^*	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
m^*	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$dW_p = 40\%$										
dP_{max}^*	0,198	0,229	0,259	0,282	0,301	0,317	0,330	0,342	0,352	0,361
$P_{сmax}^*$	0,867	0,915	0,930	0,940	0,946	0,951	0,954	0,957	0,959	0,961
p_{max}^*	0,724	0,744	0,739	0,733	0,727	0,722	0,717	0,713	0,709	0,706
n^*	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
m^*	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
$dW_p = 28,6\%$										
dP_{max}^*	0,091	0,122	0,144	0,160	0,173	0,184	0,193	0,200	0,207	-
$P_{сmax}^*$	0,941	0,957	0,963	0,966	0,969	0,972	0,973	0,975	0,977	-
p_{max}^*	0,863	0,853	0,842	0,833	0,826	0,821	0,816	0,812	0,809	-
n^*	5	10	15	20	25	30	35	40	45	-
m^*	3	6	9	12	15	18	21	24	27	-
$dW_p = 22,2\%$										
dP_{max}^*	0,055	0,080	0,097	0,110	0,120	0,128	0,134	0,140	-	-
$P_{сmax}^*$	0,966	0,972	0,975	0,978	0,980	0,981	0,981	0,983	-	-
p_{max}^*	0,916	0,900	0,889	0,881	0,875	0,870	0,865	0,862	-	-
n^*	6	12	18	24	30	36	42	48	-	-
m^*	4	8	12	16	20	24	28	32	-	-
$dW_p = 18,2\%$										
dP_{max}^*	0,038	0,058	0,072	0,082	0,090	0,097	0,102	0,107	-	-
$P_{сmax}^*$	0,977	0,980	0,982	0,984	0,985	0,985	0,987	0,986	-	-
p_{max}^*	0,942	0,926	0,916	0,909	0,903	0,898	0,895	0,891	-	-
n^*	8	16	24	32	40	48	56	64	-	-
m^*	6	12	18	24	30	36	42	48	-	-

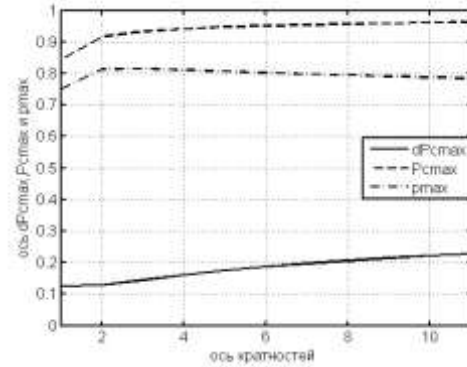
Для удобства использования таблиц при нахождении решений задачи синтеза в них приведены, помимо значений величин dP_c^* , P_c^* и p^* , параметры структур резервирования n^* , m^* , рассчитанные по формуле (8). Некоторые значения в таблице 2 при больших кратностях резервирования не приводятся из-за невозможности обеспечения требуемой точности вычислений.

Минимальные величины n_m и m_m допусков первого уровня, приведенных в таблице 1, расположены в первой колонке, соответствующей обобщенной кратности K_1 а для допусков второго уровня, приведенных в таблице 2, величины n_m и m_m расположены в первой колонке, соответствующей обобщенной кратности K_2 . Величины $n_m=2$ и $m_m=1$ допуска 50% таблицы 1, а также величины $n_m=3$ и $m_m=1$ допуска 66,7% таблицы 2 соответствуют кратному резервированию. Поэтому параметры dP_c^* , P_c^* и p^* , для этих структур не приводятся.

Для иллюстрации результатов оптимизации, представленных в таблицах 1 и 2, на рисунках 3 - 5 показаны зависимости искомых оптимальных величин от обобщенной кратности K_i для четырех старших допусков первого и второго уровней.



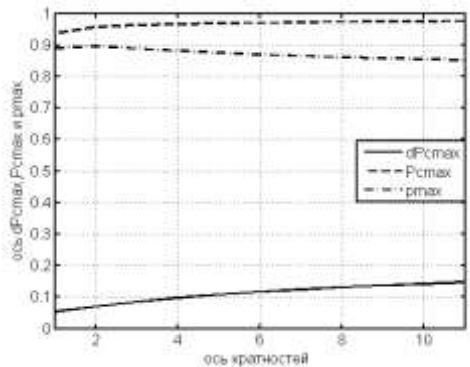
допуска $dW_p = 50,0\%$



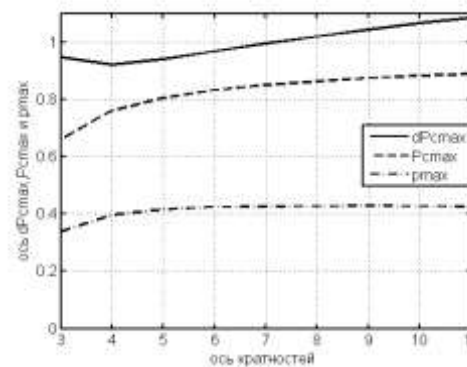
допуска $dW_p = 33,3\%$

Рисунок 3. Графики зависимостей $dP_c^*(K_i)$, $P_c^*(K_i)$, $p^*(K_i)$

Figure 3. Dependency graphs $dP_c^*(K_i)$, $P_c^*(K_i)$, $p^*(K_i)$



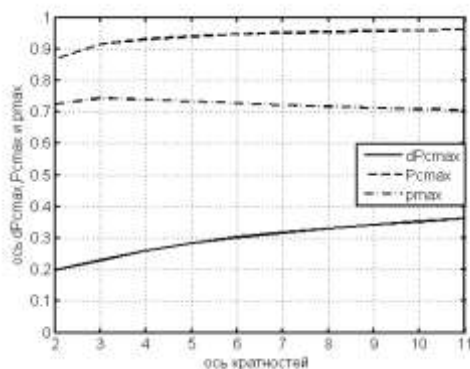
допуска $dW_p = 25,0\%$



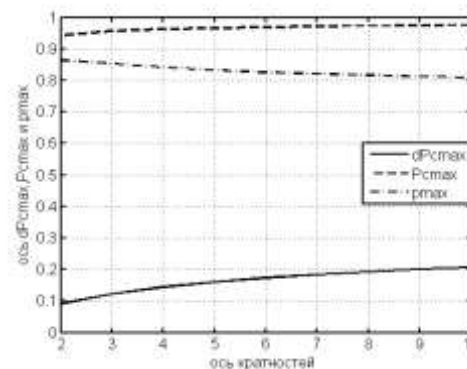
допуска $dW_p = 66,7\%$

Рисунок 4. Графики зависимостей $dP_c^*(K_i)$, $P_c^*(K_i)$, $p^*(K_i)$

Figure 4. Dependency graphs $dP_c^*(K_i)$, $P_c^*(K_i)$, $p^*(K_i)$



допуска $dW_p = 40,0\%$



допуска $dW_p = 28,6\%$

Рисунок 5. Графики зависимостей $dP_c^*(K_i)$, $P_c^*(K_i)$, $p^*(K_i)$

Figure 5. Dependency graphs $dP_c^*(K_i)$, $P_c^*(K_i)$, $p^*(K_i)$

Графики показывают, что при допусках первого уровня не больше 25%, и при допусках второго уровня не больше 28,6% зависимости $dP_c^*(K_i)$, $P_c^*(K_i)$, $p^*(K_i)$

приобретают монотонный характер: монотонно возрастающий для зависимостей $dP_c^*(K_i)$, $P_c^*(K_i)$ и монотонно убывающий для зависимости $p^*(K_i)$

Используя данные таблиц 1 и 2, составим сводную таблицу 3, позволяющую получать решение задачи синтеза технических подсистем для семи значений требуемой безотказности и используемой в работе сетки допусков 1-го и 2-го уровней.

Таблица 3. Оптимальные характеристики обеспечения требуемого уровня безотказности технических подсистем

Table 3. Optimal characteristics of ensuring the required level of reliability technical subsystems

$P_{тр}$	Характеристики Обеспечения $P_{тр}^*$	Значения характеристик обеспечения $P_{тр}$				
0,92	P_c^*	0,921	-	-	-	-
	$dW_p\%$	50	-	-	-	-
	K_i^*	K ₁₁	-	-	-	-
	p^*	0,624	-	-	-	-
	n^*, m^*	22,11	-	-	-	-
0,93	P_c^*	0,930	0,933	0,937	-	-
	$dW_p\%$	40	33,3	25	-	-
	K_i^*	K ₄	K ₃	K ₁	-	-
	p^*	0,739	0,815	0,889	-	-
	n^*, m^*	15,9	9,6	4,3	-	-
0,94	P_c^*	0,940	0,941	0,941	-	-
	$dW_p\%$	40	33,3	28,6	-	-
	K_i^*	K ₅	K ₄	K ₂	-	-
	p^*	0,733	0,811	0,863	-	-
	n^*, m^*	20,12	12,8	7,5	-	-
0,95	P_c^*	0,951	0,951	0,957	0,957	-
	$dW_p\%$	40	33,3	28,6	25	-
	K_i^*	K ₇	K ₆	K ₃	K ₂	-
	p^*	0,722	0,802	0,853	0,895	-
	n^*, m^*	30,18	18,12	14,10	8,6	-
0,96	P_c^*	0,961	0,961	0,963	0,963	0,966
	$dW_p\%$	40	33,3	28,6	25	22,2
	K_i^*	K ₁₁	K ₁₀	K ₄	K ₃	K ₂
	p^*	0,706	0,787	0,842	0,888	0,916
	n^*, m^*	50,30	30,20	21,15	12,9	9,7
	P_c^*	0,972	0,972	0,972	0,973	0,977
	$dW_p\%$	28,6	25	22,2	20	18,2

0,97	K_i^*	K_7	K_7	K_3	K_2	K_2
	p^*	0,821	0,865	0,900	0,931	0,942
	n^*, m^*	42,30	28,21	18,14	10,8	11,9
0,98	P_c^*	0,981	0,980	0,982	0,980	0,985
	$dW_p\%$	22,2	20	18,2	16,7	14,3
	K_i^*	K_7	K_7	K_4	K_2	K_1
	p^*	0,870	0,900	0,916	0,950	0,972
	n^*, m^*	54,42	35,28	33,27	12,10	7,6
0,99	P_c^*	0,991	0,990	0,994	-	-
	$dW_p\%$	12,5	11,1	10	-	-
	K_i^*	K_8	K_2	K_1	-	-
	p^*	0,944	0,975	0,988	-	-
	n^*, m^*	64,56	18,16	10,9	-	-

Сводная таблица 3 позволяет найти оптимальные структуры резервирования для заданной сетке требуемых безотказностей и реализуемых допусков 1-го и 2-го уровней. Например, требуемая безотказность резервированной подсистемы, равная 0,96 может быть обеспечена: при реализуемом допуске 40,0% структурой $n^*=50, m^*=30$; при реализуемом допуске 33,3% структурой $n^*=30, m^*=20$; при реализуемом допуске 28,6% структурой $n^*=21, m^*=15$; при реализуемом допуске 25,0% структурой $n^*=12, m^*=9$; при реализуемом допуске 22,2% структурой $n^*=9, m^*=7$. Аналогично, по таблице 3 находятся оптимальные структуры резервирования для других значений требуемой безотказности резервированной технической подсистемы. Таким образом, требуемая безотказность оптимизируемой технической подсистемы и назначенный допуск на смежную подсистему позволяют найти оптимальные параметры структуры пассивного резервирования.

Заключение

Анализ представленных в таблицах и графиках результатов позволяет установить следующие закономерности:

1. Оптимальные значения комплексного относительного критерия dP_c^* при любых рассмотренных значениях реализуемых допусков монотонно возрастают с ростом кратности резервирования K_i и при любом значении кратности резервирования K_i монотонно убывают с уменьшением реализуемых допусков.

2. Оптимальные значения частного показателя p^* , определяющего безотказность элементов, монотонно убывают с ростом кратности резервирования K_i при реализуемых допусках 1-го уровня, меньших 25%, и второго уровня, меньших 28,6%, а при допусках, больше указанных значений, сначала возрастают не более 5% при кратностях резервирования не превышающих K_6 , а затем монотонно убывают с ростом кратности резервирования.

3. Оптимальные значения безотказности резервированных подсистем P_c^* можно увеличить в интересах удовлетворения техническим требованиям либо уменьшением реализуемых допусков при любой заданной кратности резервирования K_i , либо увеличением кратности резервирования K_i при заданном допуске.

4. Оптимальные значения безотказности резервированных подсистем P_c^* монотонно возрастают с уменьшением реализуемых допусков, стремясь к единице при любой кратности резервирования.

5. При допусках более 25% и высоких требованиях к безотказности резервированных подсистем (более 0,98) решение задачи синтеза может быть получено только при больших кратностях резервирования, когда оптимальная численность элементов резервированной подсистемы n^* может достигать 50 и выше, а при допусках менее 25% и тех же высоких требованиях к безотказности подсистем оптимальная кратность резервирования K_i^* уменьшается, обеспечивая решение задачи синтеза при оптимальной численности n^* не выше 10-18 элементов.

6. При допусках менее 25% и невысоких требованиях к безотказности резервированных подсистем (менее 0,95), а также допусках больше 28,6% и высоких требованиях к безотказности резервированных подсистем (более 0,96) решение задачи синтеза (получения оптимальных параметров структуры) не существует, поэтому требования по безотказности резервированных подсистем при таких условиях могут быть удовлетворены только не оптимальными структурами резервирования.

ЛИТЕРАТУРА

1. Киндеев Е.А. Учебное пособие к курсу лекций по дисциплине «Надежность технических систем и техногенный риск». Владимир: Владим. гос. ун-т; 2016.
2. Половко А.М., Гуров С.И. *Основы теории надежности*. СПб.: «БХВ - Петербург»; 2006.
3. Vyacheslav M. Grishin, Vu Trong Tuan. Specific features of research and development of the passive redundant subsystems of the aircraft the due consideration of tolerances. *Journal of Mechanical Engineering Research & developments (JMERE)*. 2018;41(4):82-87.
4. Гост 27.002-2015. *Надежность в технике. Термины и определения*. М.: Стандартинформ; 2016.
5. Слышалов В.К. *Основы расчета надежности систем электроснабжения*. Иваново; 2012.
6. Третьяков А.М. *Основы теории надежности*. Бийск: Изд-во Алт. гос. техн. ун-та; 2016.
7. Катальников В. В., Шапарь Ю. В. *Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие*. Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та; 2014.
8. Целищев В.А. *Основы теории надежности*. Иркутск; 2015.
9. Епифанов А.Д. *Надежность систем управления*. М.: Машиностроение; 1975.
10. Гришин В.М., Пью Маунг Ко. Оптимизация безотказности систем управления ЛА при активном нагруженном резервировании. *Вестник МАИ*. 2009;5:52-59.
11. Миёхин Ю.М., Берсон А.Ю., Кавицкая В.К., Еренбург Э.И. *Надежность ракетных двигателей на твердом топливе*. М.: ООО «Эврика»; 2005.
12. *Справочник по надежности и эффективности в технике* [под ред. В.И. Патрушева и А.И. Рембезы]. М.: Машиностроение; 1988.

REFERENCES

1. Kindeev E.A. The manual on the course of lectures in the discipline "Reliability of technical systems and technological risk". Vladimir: Vladim. state Univ.; 2016.

2. Polovko A.M., Gurov S.I. *Fundamentals of the theory of reliability*. S-P.: BHV – Petersburg; 2006.
3. Veacheslav M. Grishin, Vu Trong Tuan. Specific features of research and development of the passive redundant subsystems of the aircraft the due consideration of tolerances. *Journal of Mechanical Engineering Research & developments (JMERE)*. 2018;41(4):82-87.
4. Gost 27.002-2015. *Reliability in technology. Terms and Definitions*. M.: Standartinform; 2016.
5. Slshalov V.K. *Basics of calculating the reliability of power supply systems*. Ivanovo; 2012.
6. Tretyakov A.M. *Fundamentals of reliability theory*. Biysk: Alt. state Univ.; 2016.
7. Katalnikov V.V. Shapar Yu.V. *Probability theory and mathematical statistics: a training manual*. Ekaterinburg: Ural. University; 2014.
8. Tselishchev V.A. *Fundamentals of reliability theory*. Irkutsk; 2015.
9. Epifanov A.D. *Reliability of control systems*. Moscow.: Mashinostroenie; 1975.
10. Grishin V.M., Pio Manug Ko, Optimization of reliability of control systems of flying objects at active load reservation. *Vestnik MAI*. 2009;5:52-59.
11. Milekhin Yu.M., Berson A.Yu., Kavitskaya V.K., Erenburg E.I. *Reliability of solid-fuel rocket engines*. M.: LLC Evrika; 2005.
12. *Handbook of reliability and efficiency in technology* [under the editorship of V.I.Patrusheva and A.I. Rembezy]. M.: Mashinostroenie; 1988.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ/ INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Гришин Вячеслав Михайлович, кандидат технических наук, доцент, кафедра 604 “Системный анализ и управление”, Московский авиационный институт, Москва, Российская Федерация.
e-mail: Vyacheslav.Grishin@gmail.com

Grishin Vyacheslav Mikhailovich, candidate of technical sciences, associate professor, Department 604 “System Analysis and Management”, Moscow Aviation Institute, Moscow, Russian Federation

Ву Чонг Туан, аспирант, кафедра 604 “Системный анализ и управление”, Московский авиационный институт, Москва, Российская Федерация.
e-mail: giadinh5@gmail.com

Vu Trong Tuan, graduate student, Department 604 “System Analysis and Management”, Moscow Aviation Institute, Moscow, Russian Federation